

Фідровська Н. М., Лесавицький К. Ю., Хурсенко С. А.

ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНЬ В ЛОБОВИНІ КАНАТНОГО БАРАБАНА

В статті розглянута задача визначення навантаженого стану лобовини канатного барабану. Всі методики розрахунків лобовин барабанів мають багато недоліків, основні з яких – неврахування змінності навантаження стінки барабану від тиску витків канату, коефіцієнту тертя, геометричних і пружних параметрів канату і барабану. Лобовина барабану розглянута як кругла пластинка, яка навантажена по зовнішньому колу несиметричним тиском. Для рішення поставленої задачі задаємо функцію зовнішнього навантаження лобовини барабану і складаємо рівняння повної потенційної енергії пластини на одиницю довжини вповодж радіуса r без урахування деформації зсуву. При цьому отримуємо диференціальне рівняння 4-го ступеню. Після рішення цього рівняння отримана залежність для визначення деформації лобовини канатного барабану під дією канату, який намотується на оболонку барабана. Це дасть змогу провести розрахунки навантаженості лобовини і оцінити необхідність посилення її елементами жорсткості.

Ключові слова; барабан, лобовина, канат, напруження, деформація, елементи жорсткості.

Вступ. Лобовини канатних барабанів підкоряються напруженням зовнішнього тиску, який створює канат, який навивається. Якщо виникає сумнів в міцності і стійкості канатного барабана, він підсилюється елементами жорсткості – косинками або ребрами. Це особливо характерно для шахтних барабанів. Але в розрахунках, які проводяться конструкторами при проектуванні канатних барабанів і наведені в навчальній і науковій літературі [1-6] не враховуються ті місцеві напруження, які виникають у зварювальних швах. Як показують розрахунки концентрація напружень, яка виникає в зоні приварки елементів жорсткості, перевищує напруження від стиску канату.

Викладення основного матеріалу. Приймаємо, що лобовина являється круглою пластиною, яка навантажена по зовнішньому колу несиметричним тиском

$$p = F(r, \varphi) \quad (1)$$

де r – радіус пластини,

φ – кут, який відраховується від вертикальної діаметральної лінії.

Прогини пластини будуть залежати від координати r і від кута φ і їх можна представити у вигляді [7]

$$w(r, \varphi) = w \cos n\varphi \quad (2)$$

де n – числа натурального ряду.

Кривизна деформованої поверхні пластини в будь-якому діаметральному перерізі буде визначатися

$$\chi_r = -\frac{\partial^2 w(r, \varphi)}{\partial r^2} = -\frac{d^2 w}{dr^2} \cos n\varphi \quad (3)$$

В коловому напрямку кривизна буде визначатися

$$\chi_\varphi = \left(\frac{n^2}{r^2} w - \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right) \cos n\varphi \quad (4)$$

Кут закручування окремих елементів

$$\chi_{r\varphi} = -\frac{\partial^2 w(r, \varphi)}{\partial r \partial \varphi} = \left(\frac{n}{r} \frac{dw}{dr} - \frac{1}{r^2} w \right) \sin n\varphi \quad (5)$$

Погонні моменти згину в колових перетинах

$$m_r = D(\chi_r + \mu\chi_\varphi) = -D \left[\frac{d^2 w}{dr^2} + \mu \left(\frac{1}{r} \frac{dw}{dr} - \frac{n^2}{r^2} w \right) \right] \cos n\varphi \quad (6)$$

де D – циліндрична жорсткість пластини

$$D = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)},$$

E – модуль пружності матеріалу пластини,
 μ - коефіцієнт Пуассона.

Погонні моменти згину в діаметральних перетинах

$$m_r = D(\chi_\varphi + \mu\chi_r) = -D \left[\frac{1}{r} \frac{dw}{dr} + \mu \frac{d^2w}{dr^2} - \frac{n^2}{r^2} w \right] \cos n\varphi \quad (7)$$

Погонні моменти кручення

$$m_{r\varphi} = D(1-\mu)\chi_{r\varphi} = D(1-\mu) \left(\frac{n}{r} \frac{dw}{dr} - \frac{n}{r^2} w \right) \sin n\varphi \quad (8)$$

Рівняння повної потенційної енергії пластини на одиницю довжини вповдовж радіуса r без урахування деформації зсуву

$$\Gamma = \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{2} m_r \chi_r + \frac{1}{2} m_\varphi \chi_\varphi + m_{r\varphi} \chi_{r\varphi} - p_n(\varphi) \cos n\varphi w(r\varphi) \right] r d\varphi \quad (9)$$

Зовнішнє навантаження лобовини барабану приймаємо за формулою

$$p = \frac{T_0}{R} e^{-kf\varphi} \quad (10)$$

Де T_0 - натягнення канату, яке сходить з барабану,

k - коефіцієнт, який враховує пружні і геометричні параметри канату і барабану [5]

$$k = \frac{E_b d}{E_k \sqrt{R_b} \delta} \quad (11)$$

f - коефіцієнт тертя канату і барабану,

φ - кут намотування канату,

R - зовнішній радіус лобовини,

R_b - радіус обичайки барабану,

E_b, E_k - відповідно модуль пружності барабану і канату,

d - діаметр канату,

δ - товщина обичайки.

Підставляючи всі вищенаведені формули в рівняння (9) отримаємо

$$\Gamma = \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{D}{2} \left[\frac{d^2w}{dr^2} + \mu \left(\frac{1}{r} \frac{dw}{dr} - \frac{n^2}{r^2} w \right) \right] \frac{d^2w}{dr^2} + \frac{D}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{dw}{dr} - \frac{n^2}{r^2} w + \mu \frac{d^2w}{dr^2} \right) \left(\frac{1}{r} \frac{dw}{dr} - \frac{n^2}{r^2} w \right) + \right. \\ & \left. + D(1-\mu) \left(\frac{n}{r} \frac{dw}{dr} - \frac{n}{r^2} w \right)^2 - \frac{T_0 k \mu e^{-kf\varphi}}{R_b (k^2 f^2 + n^2)} \right] \pi r \end{aligned} \right. \quad (12)$$

Вирішуємо задачу за допомогою рівняння Ейлера варіаційної задачі

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial w} - \frac{d}{dr} \left[\frac{\partial \Gamma}{\partial \left(\frac{dw}{dr} \right)} \right] + \frac{d^2}{dr^2} \left[\frac{\partial \Gamma}{\partial \left(\frac{d^2 w}{dr^2} \right)} \right] = 0 \quad (13)$$

Отримуємо диференційне рівняння 4-го ступеню

$$r^4 \frac{d^4 w}{dr^4} + 2r^3 \frac{d^3 w}{dr^3} - (1+2n^2) \frac{d^2 w}{dr^2} + (1+2n^2) \frac{dw}{dr} + n^2(n^2-4)w = \frac{r^4 T_0 k f (e^{-2\pi k f} - 1)}{DR(k^2 f^2 + n^2)} \quad (14)$$

Найбільш можлива деформації лобовини канатного барабана при $n=2$. При цьому рівняння (14) приймає вигляд

$$r^4 \frac{d^4 w}{dr^4} + 2r^3 \frac{d^3 w}{dr^3} - (1+2n^2) \frac{d^2 w}{dr^2} + (1+2n^2) \frac{dw}{dr} = \frac{r^4 T_0 k f (e^{-2\pi k f} - 1)}{DR(k^2 f^2 + n^2)} \quad (15)$$

Проводимо заміну $\frac{dw}{dr} = y$, тоді замість рівняння (15) отримуємо неоднорідне диференційне рівняння 3-го ступеню

$$\frac{d^3 y}{dr^3} + \frac{2}{r} \frac{d^2 y}{dr^2} - \frac{1+2n^2}{r^2} \frac{dy}{dr} + \frac{1+2n^2}{r^3} y = \frac{T_0 (e^{-2\pi k f} - 1) k f}{DR(k^2 f^2 + n^2)} \quad (16)$$

Складаємо характеристичне рівняння

$$k^3 + \frac{2}{r} k^2 - \frac{1+2n^2}{r^2} k + \frac{1+2n^2}{r^3} = 0 \quad (17)$$

Для знаходження коренів застосовуємо рішення Кардано. Підстановкою $k = x - \frac{2}{3r}$ приводимо до

«неповного» вигляду $x^3 + px + q = 0$,

$$\text{Де } p = -\frac{4}{3r^2} - \frac{1+2n^2}{r^2}, \quad q = 2 \left(\frac{2}{3r} \right)^3 + \frac{2(1+2n^2)}{3r^3} + \frac{1+2n^2}{r^3}$$

Корені знаходимо у вигляді

$$x_1 = A + B, \quad x_{2,3} = -\frac{A+B}{2} \pm i \frac{A-B}{2} \sqrt{3}.$$

$$\text{Де } A = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{Q}}, \quad B = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{Q}}, \quad Q = \left(\frac{p}{3} \right)^3 + \left(\frac{q}{2} \right)^2$$

Тоді

$$k_1 = A + B - \frac{2}{3r}, \quad k_{2,3} = -\frac{A+B}{2} - \frac{2}{3r} \pm i \frac{A-B}{2} \sqrt{3}$$

Часткове рішення рівняння (16) буде мати вигляд

$$y_{has} = \frac{T_0 (e^{-2\pi kf} - 1) kf}{DR(k^2 f^2 + n^2)(64 - 17n^2 + n^4)} \quad (18)$$

Загальне рішення рівняння (16) буде

$$y = C_1 e^{k_1 r} + e^{k_4 r} (C_2 \sin k_5 r + C_3 \cos k_5 r) + \frac{T_0 (e^{-2\pi kf} - 1) kf}{DR(k^2 f^2 + n^2)(64 - 17n^2 + n^4)} \quad (19)$$

Де

$$C_3 = \frac{T_0 kf (e^{-2\pi kf} - 1)}{DR \delta b_1 (k^2 f^2 + n^2)(64 - 17n^2 + n^4)} \left[1 - \left(1 - \frac{e^{a_1 R_c}}{e^{a_1 R}} \right) b_2 \right] \quad (20)$$

$$C_2 = \frac{1}{e^{-\frac{a_1 R_c}{2}} \sin a_2 R_c - e^{-\frac{3a_1 R}{2}} e^{a_1 R_c} \sin a_2 R} \left[C_3 b_1 + \frac{T_0 kf (e^{-2\pi kf} - 1) (1 - e^{a_1 R_c} e^{-a_1 R})}{DR \delta (k^2 f^2 + n^2)(64 - 17n^2 + n^4)} \right]$$

$$C_1 = \frac{T_0 kf (e^{-2\pi kf} - 1)}{DR \delta e^{a_1 R} (k^2 f^2 + n^2)(64 - 17n^2 + n^4)} - e^{-\frac{3}{2}R} (C_2 \sin a_2 R + C_3 \cos a_2 R)$$

де $b_1 = e^{-\frac{3a_1 R}{2}} e^{a_1 R_c} \cos a_2 R - e^{-\frac{a_1 R_c}{2}} \cos a_2 R_c$

$$b_2 = \frac{\sin a_2 R + \frac{a_2}{2} \cos a_2 R}{\sin a_2 R_c - e^{-a_1 R} e^{-\frac{a_1 R_c}{2}} \sin a_2 R}$$

Висновки. Отримане рішення для визначення деформації лобовини канатного барабана під дією канату, який намотується на оболонку барабана. Це дасть змогу провести розрахунки завантаженості лобовини і оцінити необхідність посилення її елементами жорсткості.

Література

1. Ковальський Б.С. Барабаны грузоподъемных машин/ Б.С.Ковальский,. С.В.Кожин. – Харьков.: ХВКИУ, 1969.- 164с.
2. Ковальський Б.С. Механическое оборудование. Элементы грузоподъемных устройств / Б.С.Ковальский. – Харьков.: ХВКИУ, 1971.—340с.
3. Кожин С.В. Нагружение лобовины барабана при многослойной навивке каната.- Труды училища, вып. 239. ХВАИВУ, 1962.
4. Давыдов Б.Л. Расчет и конструирование шахтных подъемных машин /Б.Л.Давыдов - М.: Углетехиздат, 1949.-300с.
5. Федорова З.М. Подъемники / З.М.Федорова, И.Ф.Лукин, А.П.Нестеров.-К.:Вища шк.,1976.-296с.
6. Морозов Б.А. Исследование прочности шахтных подъемных машин /Б.А.Морозов // Вопросы теории и эксплуатации подъемно- транспортных машин.-М.:Машгиз, 1951.-26с.
7. Федорова З.М. Определение жесткости лобовин сложной конфигурации / З.М.Федорова, С.Н. Зинченко // - Подъемно- транспортное оборудование, вып.7, К.:Техніка, 1976.- С. 32- 36.
8. Кан С.Н. Строительная механика оболочек / С.Н.Кан.-М.: Машиностроение, 1966.-508с.

В статье рассмотрена задача определения напряженного состояния лобовины канатного барабана. Все методики расчета лобовины барабанов имеют много недостатков, основные из которых – не учтены переменность нагрузки стенки барабана от сжатия витками каната, коэффициент трения, геометрические и упругие свойства каната и барабана.

Лобовина барабана рассмотрена как круглая пластина, которая нагружена по внешней окружности внешним давлением. Для решения поставленной задачи задаем функцию внешней нагрузки лобовины барабана и составляем уравнение полной потенциальной энергии пластины на единицу длины вдоль радиуса без учета деформации сдвига. При этом получаем дифференциальное уравнение 4-ой степени.

После решения этого уравнения получили зависимость для определения деформации лобовины канатного барабана под действием каната, который наматывается на оболочку барабана. Это дает возможность провести расчеты нагрузки лобовины и оценить необходимость усиления ее элементами жесткости.

Ключевые слова: барабан, лобовина, канат, напряжения, деформация, элементы жесткости.

In the article one considers questions of strained condition of the frontal surface of a rope drum. All methods of calculations of a frontal surface rope drum have many defects, main in this are – not calculation variable of load wail drum from compression of spin rope, coefficient of friction, geometrical and elastic property of rope and drum.

The frontal surface is considered as round plate, this load is on outward circumference outward compression. For calculation supply the problem set function of outward load frontal surface drum and makes up equation of full potential energy plate on unit of length along radius uncalculation deformation displacement. By this one receives equation fourth degree.

After decision this function one receives dependence for define deformation the frontal surface of a rope drum under action rope which winds on casing drum. This gives possibility for conducting calculations of a load of frontal surface and value necessary strengthening her elements of hard.

Keywords: drum; frontal surface; rope; strains; deformation; elements of hard.