ДОСЛІДЖЕННЯ ТОЧНОСТІ СИСТЕМ КОНТРОЛЮ ТРЕТЬОГО ПОРЯДКУ З ЗАПІЗНЕННЯМ МЕТОДОМ КВАДРАТУР

Проказа О. І., к.т.н., доцент; Ліщенко І.О., Коробков М.В. ст. гр. АТП-11д
Східноукраїнський національний університет ім. В. Даля

Технологічні процеси в хімічній, нафтохімічній, харчовій та інших галузях господарства, як правило, є інерційними та характеризуються такими параметрами як часом чистого запізнення, який у багатьох випадках може бути значним, часом перехідного процесу, аперіодичністю, коливальністю тощо. Всі технологічні процеси забезпечуються інформаційно-вимірювальними системами (ІВС), системами автоматичного регулювання (САР), сигналізації та блокування. Ці системи теж є інерційними, котрі описуються відповідними динамічними характеристиками. У реальних технологічних процесах практично немає статичних режимів, а зміна витрат теплових і матеріальних потоків призводить до появи перехідних процесів вихідних координат ТОКУ, за якими оцінюються якісні показники роботи об'єкта й визначаються налагоджувальні параметри регуляторів САР. Окрім того, технологічні процеси супроводжуються реологічними перетвореннями імпульсу маси, енергії та кількості руху, котрі теж відносяться до інерційних. Таким чином, ТОКУ можуть описуватися диференціальними рівняннями високого порядку, котрі не мають аналітичного розв'язку, або існуючі методи є наближеними і не забезпечують відповідної точності розрахунку перехідних процесів. Суть метода квадратур полягає в тому, що в рівняння ДЧХ складної ІВС чи САР уводиться додатковий поліном, який являє собою різницю поліномів знаменника та чисельника ДЧХ. Нехай передавальна функція ІВК чи САР описується наступним диференціальним рівнянням високого порядку:

$$\begin{aligned}&\tau_n^n \frac{d^n y}{dt^n} + \tau_{n-1}^{n-1}\frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \ldots + \tau_i^i \frac{d^i y}{dt^i} + \ldots + \tau_3^3 \frac{d^3 y}{dt^3} + \tau_2^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + \tau_1 \frac{dy}{dt} + y = \\ &= k\left(\xi_m^m \frac{d^m x}{dt^m} + \ldots + \xi_\varsigma^\varsigma \frac{d^j x}{dt^j} + \ldots + \xi_2^2 \frac{d^2 x}{dt^2} + \xi_1 \frac{dx}{dt} + x\right),\end{aligned} \tag{1}$$

де τ_n, ξ_m - сталі часу перехідного процесу; n=0, 1, 2, …., i, m=0, 1, 2,… ς. y – вихідна координата ІВК чи САР; x – вхідна координата; t – час перехідного процесу; k – коефіцієнт передачі системи.

Передавальна функція таких систем має вигляд: $W(s) = Y(s)/X(s)$, де $Y(s), X(x)$ - вихідна та вхідна координати ТОКУ перетворені за Лапласом; s – оператор Лапласа. У частотній області при k=1 маємо:

$$W(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \mathrm{Re}(\omega) - j\,\mathrm{Im}(\omega) = \frac{C(\omega)}{B(\omega)} - j\frac{D(\omega)}{B(\omega)}, \tag{2}$$

де $\mathrm{Re}(\omega), \mathrm{Im}(\omega)$ - ДЧХ та УЧХ відповідно; ω - кутова частота; $C(\omega)$, $B(\omega)$, і $D(\omega)$ - поліноми.

Згідно з методом квадратур ДЧХ записуємо таким чином:

$$\mathrm{Re}(\omega)=\frac{C(\omega)}{B(\omega)}=\frac{B(\omega)-K(\omega)}{B(\omega)}=1-\frac{K(\omega)}{B(\omega)}, \tag{3}$$

де - $K(\omega)=B(\omega)-C(\omega)$ - доповнюючий поліном.

Як показали дослідження, поліном $K(\omega)$ завжди має спільний множник ω^2. Тобто його можна записати таким чином: $K(\omega)=\omega^2 N_2(\omega)$, де $N_2(\omega)$ - поліном з вільним членом. Таким чином, рівняння (3) приймає наступну форму:

$$\mathrm{Re}(\omega)=1-\omega^2 N_2(\omega). \tag{4}$$

Якщо ІВС чи САР описується диференціальним рівнянням другого порядку $\tau_2^2\frac{d^2y}{dt^2}+\tau_1\frac{dy}{dt}+y=kx$, де τ_1, τ_2 - сталі часу, то при $k=1$ $\mathrm{Re}(\omega)=1-\omega^2\tau_2^2$. Порівнюючи це рівняння з (3) бачимо, що для систем другого порядку $N_2(\omega)=\tau_2^2$. З рівняння (3) видно, що при $\mathrm{Re}(\omega_\Pi)=0$ $N_2(\omega_\Pi)=1/\omega_\Pi^2$, а для системи другого порядку $N_2(\omega_\Pi)=\tau_2^2=1/\omega_\Pi^2$, де ω_Π - частота переходу ДЧХ через частотну вісь. Таким чином, для системи другого порядку стала часу $\tau_2=1/\omega_\Pi$. З цього можна зробити висновок, що коефіцієнт передачі k впливає тільки на амплітуду ДЧХ при $\omega=0$ і не впливає на положення частоти переходу ω_Π. Так як для поліному $N_2(\omega)$ вільним членом є τ_2^2, то можна записати наступну рівність: $N_2(\omega)=H_{2k}^k(\omega)+\tau_2^2$. Якщо площа під кривою функції $H_{2k}^k(\omega)$ є незначною (по відношенню до площі під кривою $\mathrm{Re}(\omega)=f(\omega)$, то складовою $H_{2k}^k(\omega)$ можна знехтувати і систему ідентифікувати рівнянням другого порядку. Тоді подальша робота полягає у визначенні сталої часу τ_1. Для цього можна скористатися УЧХ. Так як УЧХ САР за каналом регулювання завжди має спільним множником частоту ω, то рівняння (2) запишемо таким чином: $\mathrm{Im}(\omega)=D(\omega)/B(\omega)=\omega N_1(\omega)$. Для системи другого порядку маємо: $\mathrm{Im}(\omega)=\omega\tau_1$ або $\tau_1=\mathrm{Im}(\omega)/\omega$. Для такої системи рівняння для множника $N_1(\omega)$ має вигляд: $N_1(\omega)=\tau_1/\left[\left(1-\omega^2\tau_2^2\right)^2+(\omega\tau_1)^2\right]$. Для визначеної вище частоти переходу ω_Π отримуємо: $N_1(\omega_\Pi)=1/\omega_\Pi^2\tau_1$ звідки стала часу $\tau_1=1/\omega_\Pi^2 N_1(\omega_\Pi)$. Як показують дослідження, всі криві ДЧХ незалежно від сталої часу τ_1 проходять через наступні дві точки: при $\mathrm{Re}(0)=1$ і $\mathrm{Re}(\omega_\Pi)=0$. Для визначення сталої часу τ_1 пропонується наступним алгоритм:

1. Описується ІВС чи САР у формі диференціального рівняння високого порядку і визначаються сталі часу перехідного процесу.
2. Визначається передавальна функція ІВС чи САР, ДЧХ і УЧХ та розраховуються графіки: $\mathrm{Re}(\omega)=f(\omega)$ і $\mathrm{Im}(\omega)=f(\omega)$.
3. За ДЧХ визначається частота переходу ω_Π, за якою знаходиться стала часу ідентифікованої системи $\tau_{2_I}=1/\omega_\Pi$.
4. За формулою для УЧХ знаходиться поліном $N_1(\omega)$ та його значення при частоті переходу ω_Π.
5. За формулою $\tau_{1_I}=1/\omega_\Pi^2 N_1(\omega_\Pi)$ визначається стала часу ідентифікованої системи.

6. Записується диференціальне рівняння ідентифікованої ІВС і САР у наступній формі: $\tau_{2t}^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + \tau_{1t} \frac{dy}{dt} + y = kx$.

7. Визначається відношення τ_{1t} / τ_{2t} і за відповідними формулами розраховуються перехідні процеси.

Крива перехідного процесу об’єкта другого порядку в загальному випадку має форму, показану на рис. 1.

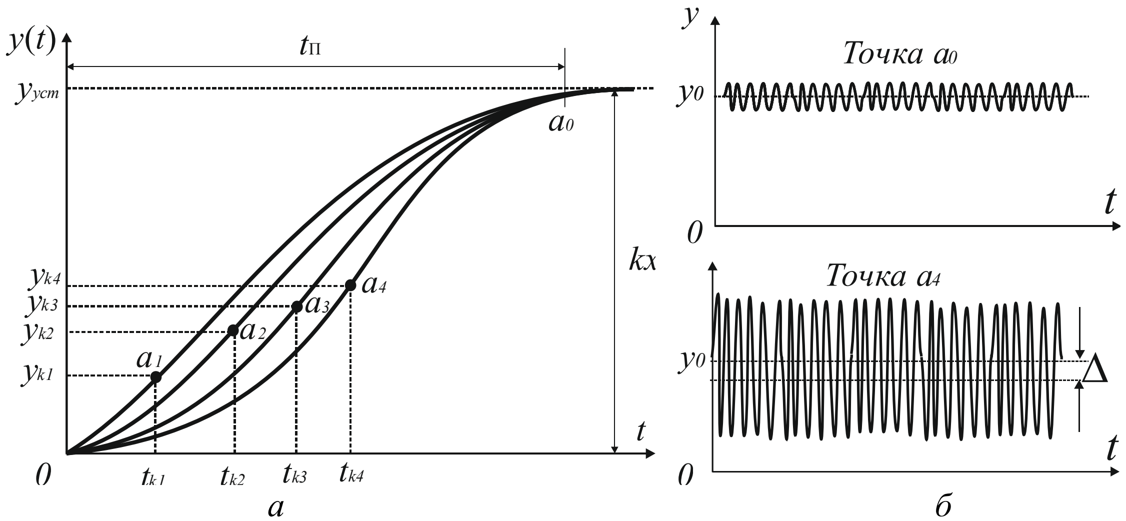

Рис. 1. Графіки перехідних процесів ІВС і САР (*а*) і трендові криві при зміні максимальної швидкості руху вимірювальної координати (б)

Характерним для перехідного процесу об’єкту другого порядку є наявність на її кривій точок «*а*», у котрих швидкість руху вихідного сигналу є максимальною.