

Брешев О.В., Башта О.В., Носко П.Л., Бойко Г.О., Радько О.В.

ДО ПИТАННЯ ПРО СТІЙКІСТЬ РУХУ РОБОЧОГО ОРГАНУ В ОДНОВІСНОМУ БЕЗКОНТАКТНОМУ ПРИВОДІ

Запропоновано розрахункову модель вимушених поперечних коливань робочого органу в одновісному безконтактному приводі, які успішно застосовують у точному машинобудуванні, приладобудуванні, робототехніці, машинах плазмового та лазерного розкрою матеріалу, прецизійних верстатах електроерозійного оброблення, системах автоматичного пакування та транспортних машинах, оптиці. Розроблено математичну модель, розв'язання рівняння якої визначає закон руху робочого органу під час поперечних коливань, зумовлених зовнішніми силовими факторами. Вона являє собою суму загального розв'язку, відповідного до вільних коливань з опором (однорідного рівняння) і окремого розв'язку неоднорідного диференціального рівняння, залежного від зовнішньої змушувальної сили, перетвореної у вигляді $p \sin \omega t$. Уперше отримано критерій стійкого руху робочого органу в одновісному безконтактному приводі. Критерій визначено енергетичним методом для випадку малих поперечних коливань робочого органа біля положення рівноваги, спричинених зовнішніми збуреннями. Його адекватність перевірено серією розрахунків із варіюванням параметрів математичної моделі.

Виконання умов критерію гарантує стійкий характер руху робочого органу за найнебезпечнішого поєднання параметрів механічної системи, коли виникає явище резонансу та початкові умови сприяють максимальному збільшенню початкової амплітуди коливань.

Ключові слова: робочий орган, вимушені поперечні коливання, одновісний безконтактний привід, критерій сталого руху.

Вступ. Привід прямої дії не має механічної передачі, тому в разі оснащення його газостатичними підшипниками (повітряною подушкою) стає надійним базовим елементом одновісних (лінійних) і координатних систем. Прямий привід із безконтактними опорами робочого (виконавчого) органу (РО) уже успішно застосовують у точному машинобудуванні, приладобудуванні, робототехніці, машинах плазмового та лазерного розкрою матеріалу, прецизійних верстатах електроерозійного оброблення, системах автоматичного пакування та транспортних машинах, оптиці (рис.1) [1].

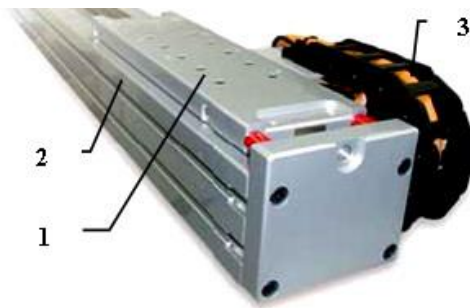


Рисунок 1 - Одновісний привід подавання на "повітряній подушці"

Рух робочого органу-каретки (1) створюють електродинамічні сили, що виникають між кареткою і статичним елементом приводу (2) і керовані через систему зворотного зв'язку за положенням. Газодинамічні сили "підвішують" каретку (1) і утримують її від поперечного зміщення. У приводі використовується слідкуюча система управління, а зв'язок між рухомим і нерухомим елементами реалізується за допомогою шлейфу (3). Такий привід не є в повному сенсі безконтактним, але може розглядатися як його найближчий прототип.

Безконтактний привід не має слідкуючої системи управління, стійкість руху його РО визначається тільки діючими потенційними силами, які перерозподіляються залежно від положення РО. У центральному положенні РО поперечні утримувальні або відновлювальні сили компенсуються, а в разі як завгодно малого поперечного зсуву (збурення) приводяться до рівнодійної сили, яка має пружний характер і виконує роботу проти зсуву. Дія такої пружної сили, подібно до пружини, приводить РО у коливальний рух біля положення рівноваги, який має бути стійким і обмеженим за своєю амплітудою [1, 2].

Моделювання коливань РО в безконтактному приводі. Якщо виходити з припущення, що головний рух РО (уздовж осі 0Y) є прямолінійним, поступальним і рівномірним, то пов'язана з ним система відліку є інерційною. Це дає змогу під час математичного моделювання збурень припустити, що головний рух відсутній, та аналізувати тільки поперечні (уздовж осі 0X) коливання РО (рис. 2).

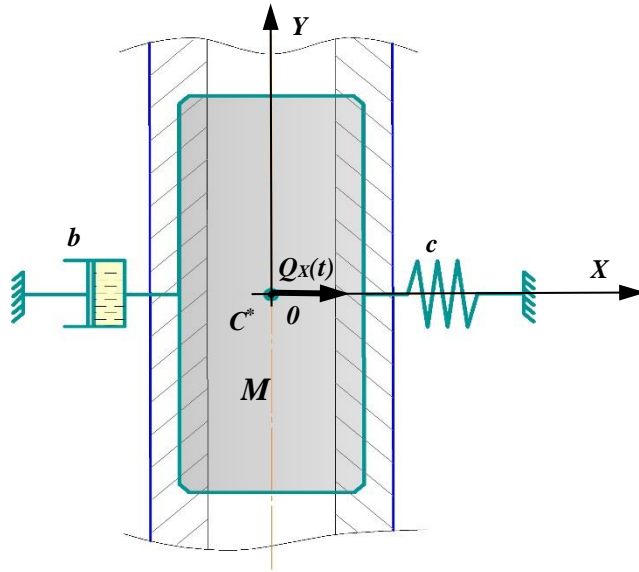


Рисунок 2 - Розрахункова модель вимушених коливань РО вздовж осі OX

Диференціальне рівняння вимушеного поперечного (уздовж осі OX) лінійного коливання РО масою M у середовищі з в'язким опором має вигляд:

$$M \left(\frac{d^2}{dt^2} x(t) \right) + b \left(\frac{d}{dt} x(t) \right) + c \cdot x(t) = Q_x(t), \quad (1)$$

де $Q_x(t)$ — зовнішня збурювальна сила, прикладена в центрі мас C^* робочого органу;

b - коефіцієнт пропорційності, що зв'язує силу в'язкого опору середовища і швидкість РО в поперечному збуреному русі;

c - коефіцієнт, що зв'язує відновлювальну пружну силу (ВПС) і зміщення x .

Коливання динамічних систем, що описуються лінійними диференціальними рівняннями з постійними коефіцієнтами, також називають малими коливаннями, оскільки лінеаризація рівнянь виконується в припущенні, що відхилення системи від положення рівноваги є малими.

Нехай $k = \sqrt{\frac{c}{M}}$ — циклічна чи кругова частота, $2n = \frac{b}{M}$. Будемо вважати, що зовнішня збурювальна сила має гармонійний характер:

$$Q(t) = P_0 \sin \omega t, \text{ а } \frac{P_0}{M} = p.$$

Тоді рівняння (1) малих поперечних коливань РО можна записати у вигляді:

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + k^2 x = p \sin \omega t. \quad (2)$$

Розв'язок рівняння (2) визначає закон руху РО під час поперечних коливань, зумовлених зовнішніми силовими факторами. Воно являє собою суму загального розв'язку, відповідного до вільних коливань з опором (однорідного рівняння) і окремого розв'язку неоднорідного диференціального рівняння, залежного від зовнішньої змушувальної сили, перетвореної у вигляд $p \sin \omega t$. Протягом деякого часу вільні коливання загасають і встановлюються вимушені (стаціонарні) коливання РО з амплітудою [3, 4, 5]:

$$A = \frac{P_0}{M \sqrt{R}} = \frac{P_0}{M \sqrt{(k^2 - \omega^2)^2 + 4n^2 \omega^2}}.$$

Оцінка коливань на сталому режимі, з огляду стійкості коливального руху, не становить труднощів. Проблеми викликає аналіз стійкості РО на початку руху - з урахуванням вільних коливань і початкових умов [6,7]. Тут для отримання результату необхідно виконати обчислення відповідно до (2) і порівняти отримані результати з допустимими величинами амплітуди коливань РО. Оцінити динаміку перехідного процесу на початку руху РО за параметрами (коефіцієнтами) рівнянь (1) або (2) не є можливим.

Відомий коефіцієнт динамічності $K_{дин}$ (відношення амплітуди вимушених коливань до статичного переміщення під дією збурювальної сили):

$$K_{дин} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{k^2}\right)^2 + \frac{4n^2\omega^2}{k^4}}},$$

або коефіцієнт поглинання ψ_n - відношення роботи сил опору до максимальної енергії $E = \frac{cA^2}{2}$ [3]:

$$\psi_n = \frac{2\pi b \omega}{k^2}$$

не можуть дати відповідь на питання про стійкість коливального руху РВ, описуваного диференціальним рівнянням (2).

Найнебезпечнішим є випадок збігу власної частоти гармонійних коливань механічної системи з частотою зовнішньої збурювальної сили ($k = \omega$), що призводить до виникнення явища резонансу. У цій ділянці коефіцієнт динамічності $K_{дин}$ має максимальні значення, але він не характеризує стійкість руху, яка за дії сил опору можлива навіть в умовах резонансу.

У випадку $k = \omega$ амплітуда поперечних коливань РО може необмежено зростати, перевищити технічно допустимі межі та призвести до руйнування або заклинювання каретки. В умовах необмеженого збільшення амплітуди поперечних коливань безконтактний привід функціонувати не може, оскільки не виконується одна з головних умов його роботи - стійкість положення РВ під час руху (стійкість руху).

Визначення критерію стійкості руху ро енергетичним методом і перевірка його адекватності. Для визначення критерію дослідимо найгірші динамічні умови, з точки зору втрати стійкості руху РО. Такими є збіг частоти гармонійних коливань зовнішньої збурювальної сили з частотою одномасової механічної системи (резонанс), а також збіг напрямів початкової швидкості та початкового зміщення РО у поперечному русі. Якщо в такому разі максимальна амплітуда не перевищить деякі, заздалегідь встановлені межі, що є умовою стійкості [4], тоді за будь-яких інших умов стійкість руху РВ буде гарантована.

Критерієм стійкості вважатимемо співвідношення між параметрами механічної системи, що входять до диференціального рівняння (1), за яких коливальний рух РО стосовно початкової амплітуди A_0 буде стійким. Параметрами, що аналізуються, є маса РО M , пружність з віртуальної пружини, що моделює дію ВПС, коефіцієнт в'язкого опору середовища b , амплітудне значення P_0 і частота ω зовнішньої збурювальної сили, а також початкові умови: $A_0 = x(0)$ - зміщення за умови $t = 0$, V_0 - швидкістю за умови $t = 0$.

Якщо амплітуда коливань входить у деякий "коридор" - встановлюється на одному рівні, то це є свідченням енергетичного балансу в механічній системі безконтактного приводу. Робота A_p , здійснювана за період коливань зовнішньою збурювальною силою над механічною системою дорівнює роботі A_b , яку здійснює за той самий період сама механічна система з подолання сил в'язкого тертя.

Розглянемо енергетичний баланс через рівність робіт $A_b = A_p$ за однаковий проміжок часу (період коливань) за збіганні частоти вільних коливань РО і частоти гармонійної збурювальної сили .

Рівність робіт показує, що енергія, яка підводиться до механічної системи, дорівнює енергії, що розсіюється. Виразимо A_b , враховуючи, що коливання РО гармонійні:

$$x = A \cos kt \quad \text{и} \quad V_x = \frac{d}{dt} x(t) = -Ak \sin kt.$$

Сили в'язкого тертя, що діють на РО, можна виразити через коефіцієнт в'язкості b :

$$R_x = -b \frac{d}{dt} x(t) = -b V_x(t).$$

За час одного періоду коливань сили опору здійснюють роботу:

$$A_b = \int_0^{2\pi/k} R_x(t) dt \int_0^{2\pi/k} V_x(t) dt = b \int_0^{2\pi/k} V_x^2 dt .$$

З урахуванням виразу для швидкості V_x :

$$A_b = bA^2k^2 \int_0^{2\pi/k} \sin^2 kt dt = \pi bA^2k .$$

Зовнішня збурювальна сила змінюється за гармонійним законом $Q(t) = P_0 \sin \omega t$ з амплітудним значенням P_0 .

За період вона здійснює роботу

$$A_P = P_0 \int_0^{2\pi/\omega} \sin \omega t dt \int_0^{2\pi/\omega} V_x(t) dt = P_0 A \omega \int_0^{2\pi/\omega} \sin^2 \omega t dt = \pi P_0 A .$$

Прирівнявши отримані вирази для A_b і A_P і враховуючи, що $k = \sqrt{\frac{c}{M}}$, виразимо абсолютну величину коефіцієнта в'язкого опору b :

$$b = \left| \frac{P_0 \sqrt{M}}{A \sqrt{c}} \right| . \quad (3)$$

Отримана рівність пов'язує параметри механічної системи за умови енергетичного балансу одномасової механічної системи в резонансних гармонійних коливаннях. Енергія, що підводиться до системи, дорівнює енергії, що розсіюється, і, з огляду на те, що енергія E системи, яка здійснює коливання, пов'язана саме із середньою амплітудою A [3]:

$$E = \frac{1}{2} c A^2 \quad \text{та} \quad \Delta E = 2E \frac{\Delta A}{A} ,$$

сталості енергії E системи відповідає незмінність амплітуди.

З огляду стійкості коливального руху РО важливим є режим незростання амплітуди, тому порушення балансу в бік зменшення енергії E системи за рахунок збільшення розсіювання енергії (A_b) є припустимим і сприяє стійкості коливального руху. На підставі (3) умова незростання амплітуди матиме вигляд:

$$b \geq \left| \frac{P_0 \sqrt{M}}{A \sqrt{c}} \right| .$$

Цьому критерію має задовольняти одновісний безконтактний привід, у якому не використовуються механічні опори, а тому необхідною умовою його функціонування є стійкість руху в будь-який момент часу. У цьому сенсі особливе значення має початок руху, тому що частоти вільних і вимушених коливань можуть збігтися, і розгін РО супроводжуватиметься збільшенням амплітуди наступних коливань щодо початкової амплітуди A_0 . З урахуванням амплітуди A_0 критерій стійкості РО в одновісному безконтактному приводі набуває вигляду:

$$1 \geq \left| \frac{P_0 \sqrt{M}}{b A_0 \sqrt{c}} \right| . \quad (4)$$

Використовуючи цей критерій, можна заздалегідь установити для механічної системи одновісного приводу такі початкові умови та параметри, за яких рух РО з початкового моменту часу буде стійким, навіть за резонансу.

Числовий приклад. Перевіримо адекватність запропонованого критерію стійкості руху РО в безконтактному приводі. Для цього виконаємо обчислення згідно з (1) - визначимо закон руху РО $x = x(t)$, а розв'язок диференціального рівняння представимо у вигляді інтегральних кривих для часового проміжку від 0 до 20с. Обирати параметри M , b , c , $Q(t)$ і початкові умови будемо відповідно до отриманого критерію стійкості (4).

Оберемо параметри механічної системи, що відповідають безконтактному приводу середньої потужності ($M = 4$ кг; $b = 1$ кг/с; $P_0 = 0,1$ Н; $c = 10000$ Н/м; $A_0 = -0,002$ м), які задовольняють граничний випадок, коли (4)

перетворюється на рівність. На рис. 3 показано інтегральну криву - графічне представлення розв'язку диференціального рівняння (1), що відповідає зазначеним параметрам механічної системи за умови резонансу.

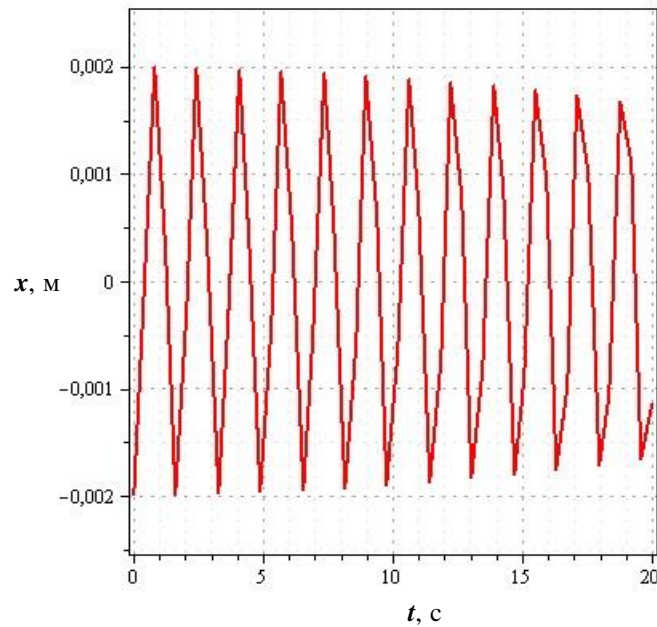


Рисунок 3 - Коливання РО в умовах резонансу в разі виконання критерію стійкості руху

На рис. 3 видно, що протягом 20 секунд максимальною амплітудою коливань залишається амплітуда першого циклу, яка визначається початковими умовами. Найбільш небезпечним є початок процесу вимушених коливань РО. У розрахунковому проміжку часу амплітуда коливань стабільно зменшується, що свідчить про стійкість коливального руху РО під час дії збурювальної сили $Q(t) = P_0 \sin \omega t$ поперечного напрямку.

Збільшимо праву частину (4) до 1,11 за рахунок зменшення коефіцієнта в'язкого тертя b з 1 до 0,9, а решту вихідних даних і початкових умов залишимо незмінними. У цьому разі критерій (4) не виконується й амплітуда першого циклу коливань уже не є максимальною. Щодо початкової амплітуди рух РО є нестійким (рис. 4).

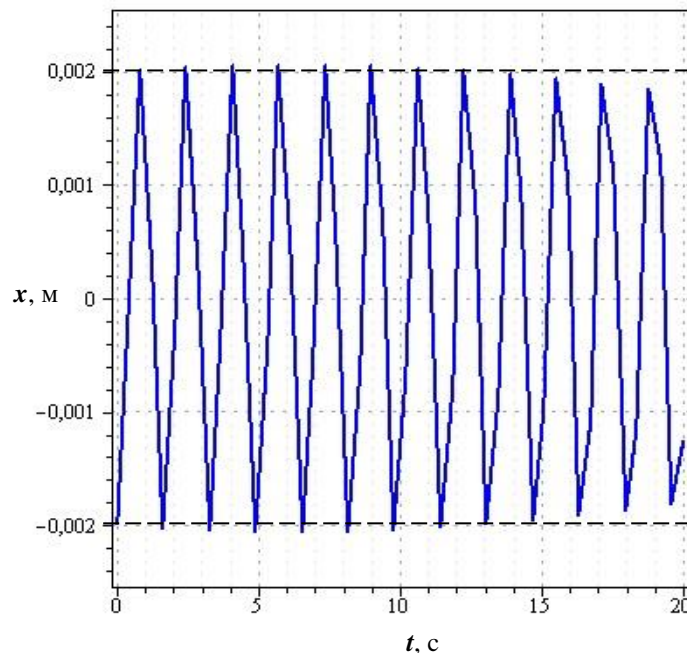


Рисунок 4 - Нестійкі коливання РО в разі невиконання критерію стійкості руху

У період з 1,5 до 12 секунди амплітуда коливань РО виходить за межі умовного коридору, що дорівнює амплітуді першого циклу коливання. Потім амплітуда коливань плавно зменшується на деяку величину - до настання балансу між енергіями, що підводиться і розсіюється, в механічній системі одновісного безконтактного приводу.

Висновки. Розроблено математичну модель вимушених поперечних (уздовж осі OX) коливань, розв'язок рівняння якої є сумою загального розв'язку, відповідного до вільних коливань з опором (однорідного рівняння), та окремого розв'язку неоднорідного диференціального рівняння, залежного від зовнішньої змущувальної сили, перетвореної до вигляду $p \sin \omega t$. Реалізація моделі дає змогу визначити закон руху РО під час поперечних коливань, зумовлених зовнішніми силовими факторами.

Енергетичним методом, через баланс енергій, що надходить і розсіюється, вперше отримано критерій сталого руху РО в одновісному безконтактному приводі. Критерій має вигляд нестрогої нерівності та функціонально пов'язує параметри лінійного безконтактного приводу, такі як маса РО, коефіцієнт в'язкого опору, відновлювальну пружну силу та початкові умови руху.

Використання критерію дає змогу без розв'язування неоднорідних диференціальних рівнянь другого порядку, використовуючи тільки вихідні параметри механічної системи та початкові умови, зробити однозначний висновок про стійкість руху РО під час дії поперечної збурювальної сили.

Виконання умов критерію гарантує стійкий характер руху РО за найнебезпечнішого поєднання параметрів механічної системи, коли виникає явище резонансу і початкові умови сприяють максимальному збільшенню початкової амплітуди коливань.

References

1. Farid Al-Bender. Air Bearings Theory, Design and Applications / John Wiley & Sons Ltd, 2021. – 595 p.
2. Pavel Nosko, Vladimir Breshev, Pavel Fil. The concept of creating non-contact drive for working bodies in machines of various purpose / Polish Academy of sciences in Lublin TEKA Commission of motorization in agriculture. Volume VIIIA. – Lublin, 2008. – P. 126 – 133.
3. Biderman V. L. The theory of mechanical fluctuations / V.L. Biderman – M.: Higher school, 1980. – 408 p.
4. Merkin D.R. Introduction in the theory of stability of movement / D.R. Merkin - SPb.: Fallow deer, 2003. - 304 p.
5. Marcel Dekker. Handbook of turbomachinery [Text] / Marcel Dekker. – NY, Inc., 1995. – 472 p.
6. Nosko, P. Multiparameter synthesis of non-contact machine drive [Text] / P. Nosko, V. Breshev, P. Fil // Polish Academy of sciences in Lublin TEKA Commission of motorization in agriculture. Vol. IX. – Lublin, 2009. – P. 172–180.
7. Nosko, P. Structural synthesis and design variants for non-contact machine drives [Text] / P. Nosko, V. Breshev, P. Fil, G. Boyko // Polish Academy of sciences in Lublin TEKA Commission of motorization in agriculture. Vol. XB. – Lublin, 2010. – P. 77–86.

A computational model of forced transverse vibrations of a working body in a uniaxial non-contact drive, which are successfully used in precision engineering, instrument engineering, robotics, plasma and laser cutting machines, precision EDM machines, automatic packaging systems and transport machines, optics, is proposed. A mathematical model has been developed, the solution of which determines the law of motion of the working body during transverse oscillations caused by external force factors. It is the sum of the general solution corresponding to free vibrations with resistance (homogeneous equation) and a separate solution of a heterogeneous differential equation, depending on the external forcing force, transformed into appearance $p \sin \omega t$. For the first time, the criterion of stable movement of the working body in a single-axis non-contact drive is obtained. The criterion is determined by the energy method for the case of small transverse vibrations of the working body near the equilibrium position caused by external disturbances. Its adequacy was verified by a series of calculations with varying parameters of the mathematical model.

The fulfilment of the criterion conditions guarantees the stable nature of the working body movement under the most dangerous combination of mechanical system parameters, when the resonance phenomenon occurs and the initial conditions contribute to the maximum increase in the initial amplitude of oscillations.

Key words: working body, forced transverse oscillations, single-axis non-contact drive, criterion of stable motion

Брешев О. В. - к.т.н., докторант кафедри прикладної механіки та інженерії матеріалів Національного авіаційного університету, E-mail: abreshev@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0007-4176-775X>

Башта О. В. – к.т.н., доц., доцент кафедри прикладної механіки та інженерії матеріалів Національного авіаційного університету, E-mail: oleksandr.bashta@npp.nau.edu.ua, <https://orcid.org/0000-0001-7914-897X>.

Носко П. Л. – д.т.н., проф., професор кафедри прикладної механіки та інженерії матеріалів Національного авіаційного університету, E-mail: nau12@ukr.net, <https://orcid.org/0000-0003-4792-6460>.

Бойко Г. О. – к.т.н., доц., професор кафедри залізничного, автомобільного транспорту та підйомно-транспортних машин Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля, E-mail: ednil-uni@ukr.net, <https://orcid.org/0000-0001-5065-3200>.

Радько О. В. – к.т.н., доц., професор кафедри авіації Національного університету оборони України, E-mail: radlviv@ukr.net, <https://orcid.org/0000-0002-6391-5713>.