

Цигановський І.О., Ковтанець М.В., Сергієнко О.В., Просвірова О.В.

## ДОСЛІДЖЕННЯ ДВОТОЧКОВОГО КОНТАКТУ КОЛЕСА З РЕЙКОЮ

*Розглянуто контакт колеса з рейкою для випадку, коли одна точка контакту знаходиться на ободі колеса, а інша на гребені. Положення цих точок визначається для обох коліс колісної пари залежно від заданого бокового відносу та кута виляння. Незалежно від того, статичний або динамічний рух колісної пари розглядається, необхідний точний алгоритм визначення точок початкового дотику. Особливу роль грає можливість визначення алгоритмом двоточкового контакту. Усі алгоритми пошуку точок початкового торкання можна розділити на дві групи: перша група розглядає тіла колеса та рейки як жорсткі, та завдання пошуку вирішується як чисто геометричне, друга група розглядає контактуючі тіла як пружні та завдання вирішується за допомогою комбінації геометричних методів та методів теорії пружності.*

*Розглянуто найпоширеніші методи із першої та другої групи. В одній із моделей між колесом та рейкою вводиться фіктивна контактна пружина, жорсткість якої коригується в процесі вирішення завдання. Далі за одним із наведених методів визначається найбільше проникнення колеса в рейку і після вирішення системи лінійних рівнянь визначаються контактні зусилля і потім нове положення колісної пари. Дана модель була взята за основу подальшого дослідження. Для визначення максимального проникнення було використано методом максимальної відстані. Для цього для кожної точки об'єму перетину, що відноситься до рейки, знайдено точку на колесі, яка знаходиться від неї на мінімальній відстані. Розроблено блок-схему алгоритму пошуку точок початкового торкання колеса та рейки. З метою перевірки ефективності запропонованого алгоритму, було розроблено програму у середовищі C++ Visual Studio 6.0 у якій озглядалися нові та зношені профілі колеса та рейки, що використовуються як еталонні для манчестерського тесту. Наведено результати чисельного моделювання двоточкового контакту для нових та зношених профілів колеса та рейки для демонстрації розробленого алгоритму.*

**Ключові слова:** колесо, рейка, зчеплення, двоточковий контакт, профіль, контактування.

**Актуальність дослідження.** Теоретичному моделюванню контакту колесо-рейка присвячена велика кількість робіт. Донедавна не існувало єдиної методики перевірки та порівняння контактних моделей. Найчастіше як «еталонна» використовувалася програма Калкера CONTACT [1]. Наприклад, Кноте у своєму огляді історії контактної механіки колеса-рейки [2] стверджує: «У наші дні більшість проблем механіки контакту кочення може бути вирішена використанням програми Калкера». Однак програма CONTACT використовує так звану «точну» теорію кочення Калкера, що робить її дуже повільною та, у зв'язку з цим, непридатною для використання у моделюванні руху рухомого складу. Тому більшість моделей, що використовуються в даний час для моделювання руху рухомого складу, запроваджують ряд спрощень для прискорення роботи контактної алгоритму.

**Постановка проблеми.** Групою вчених з Manchester Metropolitan University було запропоновано розробити методику визначення ефективності теоретичних моделей контакту «колесо-рейка», які використовуються в даний час для моделювання рухомого складу. Метою тесту є визначення розміру, форми та положення плями контакту; розподіл нормальних напруг; розподіл дотичних напруг. Передбачається 2 види моделювання: А) дослідження квазістатичного контакту колісної пари з рейками; В) моделювання динаміки рухомого складу. Для випадку А тест розбитий на два: випадок А-1 – нормальний контакт, випадок А-2 – тангенціальний контакт. Вхідними параметрами для випадку А-1, який буде розглянуто в цій статті, є: профілі коліс, профілі рейок, радіус кочення колеса, ширина колії, відстань між внутрішніми гранями коліс, вертикальне навантаження. Змінними є бічне зміщення та кут виляння. Результати тесту найбільш популярних систем моделювання динаміки рухомого складу наведені в [3].

Практично одночасно з манчестерським тестом FRA/DTT Cooperation Team з John A. Volpe National Transportation Systems Center розробила методику оцінювання математичних моделей, що описують динамічні показники контакту одиночної колісної пари з рейками без урахування тертя [4]. Цей порівняно простий тест розроблений для аналізу нормальних контактних зусиль та оцінки ударного впливу гребеня колеса на рейку. Але, як стверджують автори, навіть для цього на першій погляд простого тесту результати можуть істотно відрізнятися один від одного через відмінності в особливостях програмної реалізації контактних моделей. Головною відмінністю від випадку А-1 манчестерського тесту, незважаючи на їх схожість, є те, що даний тест є динамічним, в той час, як в манчестерському тесті розглядається квазістатичне положення колісної пари.

Незалежно від того, статичний або динамічний рух колісної пари розглядається, необхідний точний алгоритм визначення точок початкового дотику. Особливу роль грає можливість визначення алгоритмом двоточкового контакту. По суті, всі алгоритми пошуку точок початкового торкання можна розділити на дві групи. Перша група розглядає тіла колеса та рейки як жорсткі, та завдання пошуку вирішується як чисто геометричне [5-7]. Друга група розглядає контактуючі тіла як пружні та завдання вирішується за допомогою комбінації геометричних методів та методів теорії пружності [8, 9, 10].

Розглянемо найпоширеніші методи із першої групи. У програмному комплексі «Універсальний механізм» [5] точки контакту визначаються окремо для лівої та правої контактної пари колесо-рейка. При цьому вважається,

що профіль колеса має два ступені свободи щодо рейки: поворот навколо поздовжньої вісі та поперечне зміщення. Завдання вирішується на площині. Спочатку для кожної точки рейки знаходиться відповідна точка на колесі та відстань між ними. Потім при послідовному обході всіх точок знаходяться точки, відстані між якими мінімальні. Передбачається, що при досягненні якогось критичного значення бокового відношення відбудеться двоточковий контакт, і надалі положення точок контакту у відповідних системах координат не змінюватиметься, а колесо зміщуватиметься з рейкою в поперечному напрямку. Надалі колесо може перейти в режим одноточкового контакту, або за відсутності нормальної реакції з боку рейки перейти в режим вкатування.

Методи [6] та [7] мають загальну постановку задачі. Задано довільні поверхні колеса та рейки. Передбачається, що колісна пара «підвішена» щодо рейок і має два ступені свободи: бічне зміщення та кут вилання. Пошук точок торкання здійснюється одночасно для лівої та правої контактної пари. У роботі [6] ітераційна процедура пошуку заснована на зміні кута бічної хитавиці колісної пари до тих пір, поки мінімальна відстань між поверхнями лівого колеса та рейки не стане рівною мінімальній відстані між поверхнями правого колеса та рейки. У роботі [7] різниця відстаней розглядається як функція кута бічної хитавиці і мінімум цієї функції визначається за допомогою методу половинного поділу. Для обох зазначених рішень визначення двоточкового контакту є важким, бо вимагає розв'язання задачі пошуку мінімуму функції, що має кілька екстремальних значень.

У методах другої групи проникнення дозволяється та використовується для обчислення результуючих контактних зусиль. Таке формулювання завдання пошуку точок контакту є зручнішим для визначення двоточкового контакту. У роботі [9] вводиться поняття «поверхні функції різниці», визначених як відстань за нормаллю між поверхнями колеса та рейки. Якщо такі «поверхні функції різниці» набувають лише позитивних значень, то колесо і рейка не входять у контакт. Якщо є деякі негативні значення, існує одна чи кілька зон контакту. У роботі [10] вводиться поняття «об'єму перетину», що формується точками колеса та рейки за заданими критеріями. Між колесом та рейкою вводиться фіктивна контактна пружина, жорсткість якої коригується в процесі вирішення завдання. Далі за одним із наведених методів визначається найбільше проникнення колеса в рейку і після вирішення системи лінійних рівнянь визначаються контактні зусилля і потім нове положення колісної пари. Дана модель і буде взята за основу нашого подальшого дослідження.

Таким чином **метою статті** є розробка прискореної версії алгоритму пошуку точок початкового дотику, представленого в роботі [10].

**Основна частина.** Введемо рухливу та нерухому системи координат, які зображені на рисунку 1. Для нерухої системи координат  $Oxyz$  початок координат розташовано посередині між рейками на рівні верхньої точки головок рейок, вісь  $x$  спрямована вздовж рейки, вісь  $y$  – поперек рейки та вісь  $z$  спрямована вгору. Початок координат рухої системи координат  $GXYZ$  знаходиться в центрі ваги колісної пари, вісь  $Y$  спрямована вздовж осі колісної пари та вісь  $Z$  направлена вгору. Абсолютні координати  $GXYZ$  позначимо  $x_g, y_g, z_g$ , а через  $\theta_x, \theta_y, \theta_z$  позначимо кути між осями  $x$  і  $X, y$  і  $Y, z$  і  $Z$  відповідно.

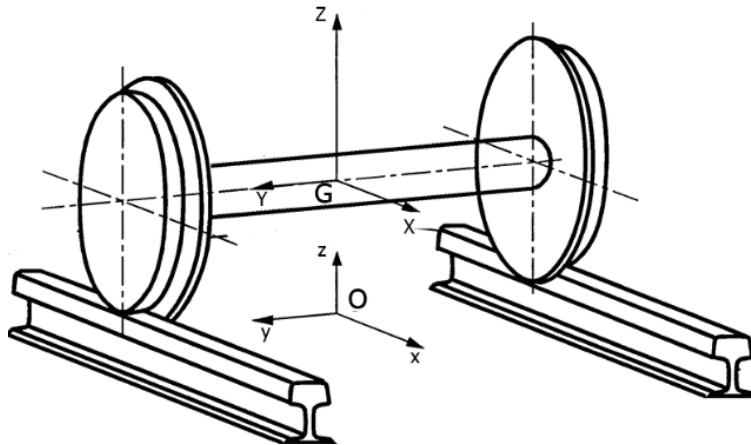


Рисунок 1 – Рухлива та нерухома системи координат

У разі відсутності обмежень колісна пара має шість ступенів волі. Якщо ми розглядаємо постійний контакт колеса з рейкою, то це число зменшується до двох – бічного зміщення  $y_g$  і кута вилання  $\theta_z$ , які ми розглядатимемо як незалежні змінні. Для визначення решти чотирьох залежних змінних додамо в колісну пару чотири фіктивні пружинні елементи для кожної залежної зміни. Для статичної колісної пари всі сили та моменти породжені пружинними елементами та контактними зусиллями повинні задовольняти наступну систему векторних рівнянь рівноваги:

$$\sum_{i=1,3} k_{el}^i (x_i - l_{0i}) \bar{N}_i + \sum_{h=1}^{n_{CS}} F_{cs}^h + \sum_{g=1}^{n_{CD}} F_{cd}^g = 0$$

$$\sum_{i=1,3} k_{rot}^i \theta_i \bar{N}_i + \sum_{h=1}^{n_{CS}} (\bar{G}P_S^h \times F_{cs}^h) + \sum_{g=1}^{n_{CD}} \bar{G}P_d^g \times F_{cd}^g = 0$$
(1)

де індекс  $i$  змінюється від 1 до 3 і означає компоненти  $x, y, z$  системи координат  $Oxyz$ ;

$k_{el}^i$  – жорсткість пружини, що діє вздовж  $i$ -ої вісі;

$k_{rot}^i$  – жорсткість пружини, яка скручує та перешкоджає обертанню навколо  $i$ -ої вісі;

$l_0$  – довжина недеформованої пружини;

$n_{CS}$  і  $n_{CD}$  – кількість точок контакту на лівому та правому колесі відповідно;

$\bar{F}_{cs}^h$  – контактні зусилля в  $h$ -ій контактній точці на лівому колесі;

$\bar{F}_{cd}^g$  – контактні зусилля в  $g$ -й контактній точці на правому колесі;

$\bar{G}P_S^h$  – вектор(и), спрямовані від  $G$  до  $h$ -ої контактної точки на лівому колесі;

$\bar{G}P_d^g$  – вектор(и), спрямовані від  $G$  до  $g$ -ої контактної точки на правому колесі;

$\bar{N}_i$  – одиничний вектор, спрямований уздовж  $i$ -ої вісі;

В оригінальній роботі [10] вводиться поняття об'єму перетину. Це об'єм, отриманий при перетині поверхонь колеса і рейки, як показано на рисунку 2. Поверхня рейки моделюється шляхом екструзії двовимірного профілю вздовж вісі  $x$  системи координат  $Oxyz$ , а поверхня колеса - шляхом розвороту двовимірного профілю навколо вісі  $Y$  системи координат  $GXYZ$ . Критерії влучання точок в об'єм перетину визначається за допомогою обчислення та аналізу скалярних добутків векторів, що з'єднують точки колеса і рейок з нормаллями у відповідних точках. Такий підхід пов'язаний із суттєвими обчислювальними труднощами, якщо за допомогою нього вирішувати задачу пошуку точок початкового дотику під час проходження манчестерського тесту. Профілі колеса і рейки UIC60 і S1002, пропонувані як еталонні, мають досить високу дискретизацію і містять 495 і 400 точок відповідно. Таким чином, отримані поверхні можуть містити сотні тисяч вузлів. Через це істотно збільшується об'єм необхідної пам'яті, а обхід та аналіз усіх точок стає невиправдано довготривалим.



Рисунок 2 – Об'єм перетину поверхонь колеса і рейки

У зв'язку з цим необхідний більш швидкий алгоритм побудови об'єму перетину. Так як рейка передбачається прямою, то для визначення точок колеса, що потрапили «всередину» рейки, немає необхідності будувати поверхню рейки, достатньо зберігати у пам'яті лише її профіль у площині. Далі при визначенні влучання точки в об'єм перетину, вирішується двовимірне завдання, де координата профілю рейки приймається рівною координаті  $x$  точки, що розглядається. Так як профіль заданий полілінією, його внутрішню частину можна представити як послідовність трапецій з основами заданої довжини, паралельними осі  $z$  системи координат  $Oxyz$ , і однією зі сторін, яка з'єднує сусідні точки на профілі колеса (рисунку 3, а). Попадання точки усередину трапеції визначається за допомогою аналізу косих добутоків векторів, що з'єднують точку з вершинами трапеції (рисунку 3, б). Косий добуток векторів  $p(x, y)$  і  $q(u, v)$  обчислюється за формулою:

$$[p, q] = xv - yu$$
(2)

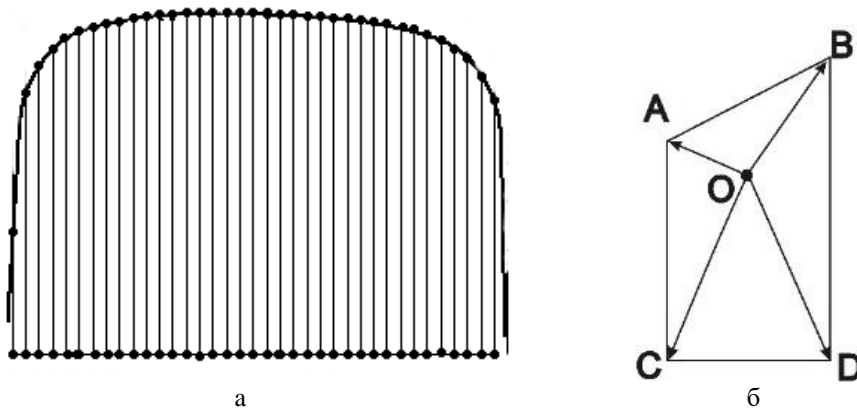


Рисунок 3 а – трапеції у профілі рейки; б – схема для визначення попадання точки до трапеції

Якщо всі косі добутки мають один знак, то точка знаходиться всередині трапеції, інакше зовні. Якщо точка знаходиться всередині, то додаємо її в об'єм перетину, і знаходимо відповідну їй точку на рейці, яка віддалена по нормалі.

Для визначення максимального проникнення скористаємося методом максимальної відстані [10, 11]. Для цього для кожної точки об'єму перетину, що відноситься до рейки, знайдемо точку на колесі, яка знаходиться від неї на мінімальній відстані. Позначимо вектор, що з'єднує точку  $P_W$  на колесі з точкою  $P_R$  на рейці через  $V_{WR}$ . Тоді максимальне проникнення  $I_{\max}$  визначиться як максимум із проєкцій вектора  $V_{WR}$  на нормаль до точки  $P_W$ :

$$I_{\max} = \max((V_{WR}, \vec{N}_{P_W})), \quad (3)$$

а точки, в яких досягається максимум, і будуть точками контакту.

Блок-схема алгоритму, що використовується, наведено на рисунку 4.

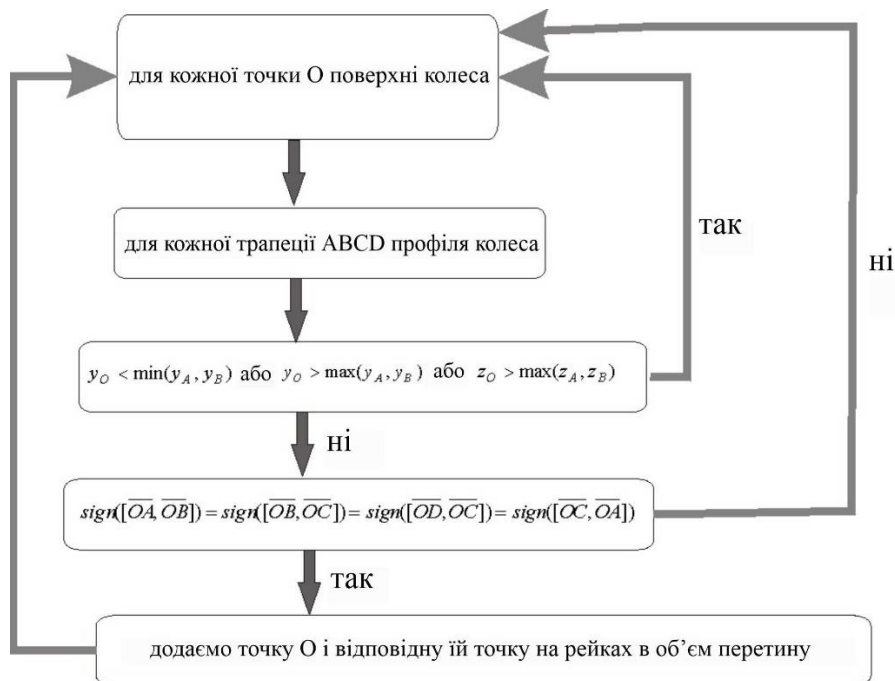


Рисунок 4 – Блок-схема алгоритму побудови об'єму перетину

Після того, як знайдено об'єм перетину, необхідно визначити кількість контактних точок. Необхідний критерій, який розбивав би знайдену безліч точок на підмножини у разі коли об'єм перетину складається з двох множин точок, що не перетинаються. Слід враховувати, що профіль колеса, який ми використовуємо у нашому дослідженні, заданий як упорядкованих набір точок. На рисунку 5 наведено два фрагменти поверхні колеса, утвореної з цього профілю. Зафарбовані точки позначають точки, що увійшли до об'єму перетину.

На рисунку 5, б бачимо, що між індексами точок, які входять у об'єм перетину, існує «стрибок». Тому для розбиття об'єму перетину ми будемо користуватися наступним правилом: якщо існує «стрибок» між індексами точок, що входять до об'єму перетину, то слід розділити об'єм на два об'єми, що не перетинаються, і здійснювати пошук максимального проникнення для кожного з них окремо.

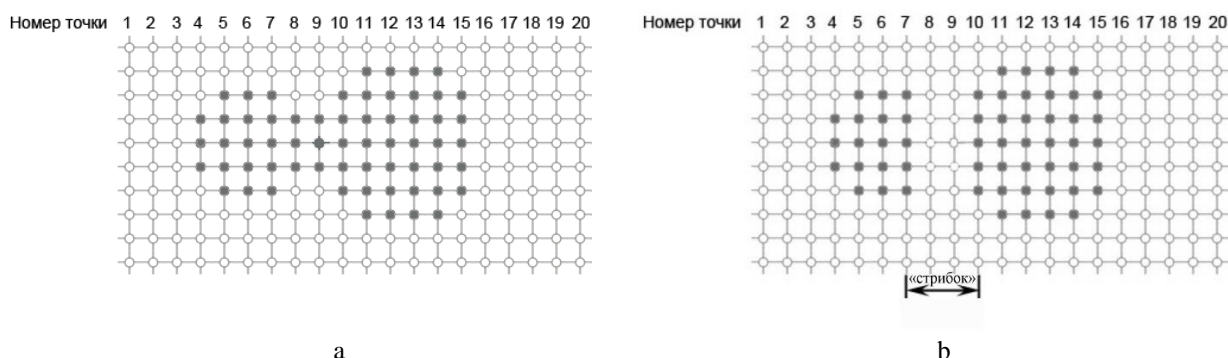


Рисунок 5 – Фрагменти поверхні колеса:

а – точки на поверхні колеса без «стрибка»; б – точки на поверхні колеса зі «стрибком»

Нормальні реакції у знайдених точках початкового дотику для лівої та правої рейки визначаються за формулами:

$$\begin{aligned} F_{CL} &= -I_{\max}^L k_c N_{LW} \\ F_{CR} &= -I_{\max}^R k_c N_{RW} \end{aligned} \quad (4)$$

де  $I_{\max}^L, I_{\max}^R$  – максимальні проникнення для лівого та правого колеса відповідно;

$N_{LW}, N_{RW}$  – подинки нормальні вектори в точках торкання на лівому та правому колеса;

$k_c$  – жорсткість фіктивної контактної пружини, введеної між колесом та рейкою (рисунок 6).

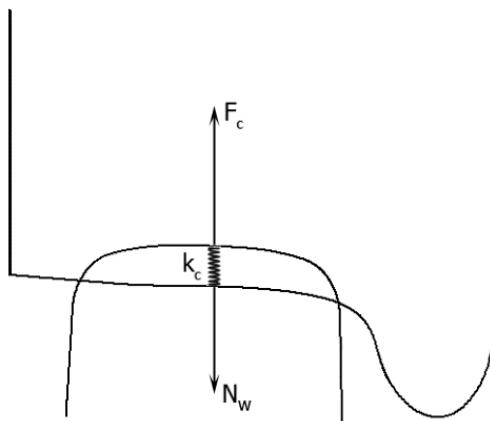


Рисунок 6 – Фіктивна пружина між колесом та рейкою  $k_c$  – жорсткість пружини,  $N_w$  – нормаль до поверхні колеса,  $F_c$  – нормальна реакція з боку рейки

Значення  $k_c$  визначається під час ітераційного процесу. Для змінних  $x_g, y_g, z_g, \theta_x, \theta_y, \theta_z$  розв'язується система векторних рівнянь (1). Як критерій виходу з ітераційного процесу використовується умова:

$$\begin{aligned} \sum F_{CL} &\leq -F_L \\ \sum F_{CR} &\leq -F_R \end{aligned} \quad (5)$$

де  $F_L$  і  $F_R$  – задані вектори навантажень на ліве та праве колесо відповідно.

На рисунку 7 наведено блок-схему алгоритму.

Для того, щоб перевірити ефективність запропонованого алгоритму, було розроблено програму у середовищі C++ Builder 6.0. Розглядалися нові та зношені профілі колеса та рейки, що використовуються як

еталонні для манчестерського тесту. Ці профілі та знайдені точки початкового дотику зображені на рисунку 8. Цифри над профілем колеса позначають бічне віднесення колісної пари. Тонкі лінії з'єднують знайдені контактні пари точок для однокривої контакту, товсті лінії з'єднують точки біконтакту.

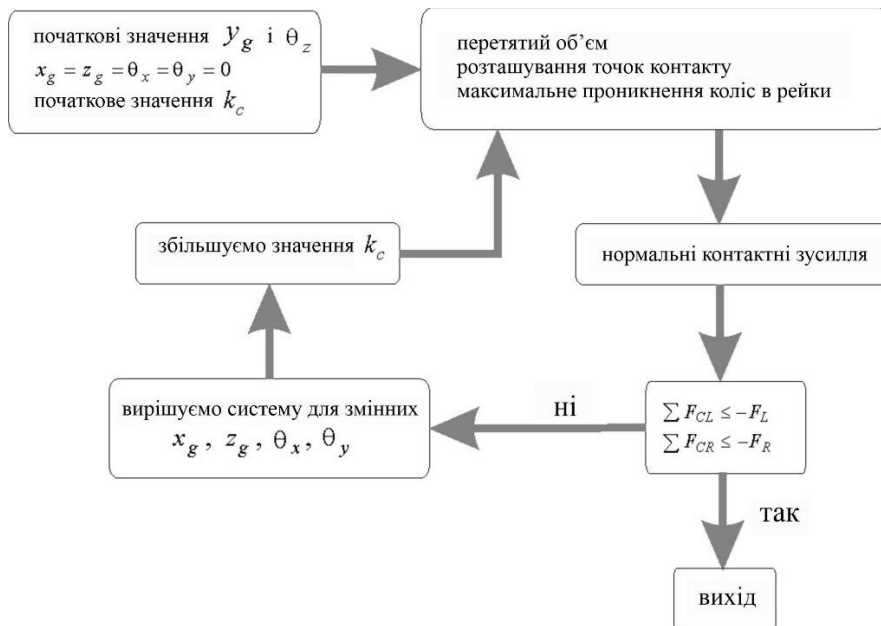


Рисунок 7 – Блок-схема алгоритму пошуку точок початкового торкання

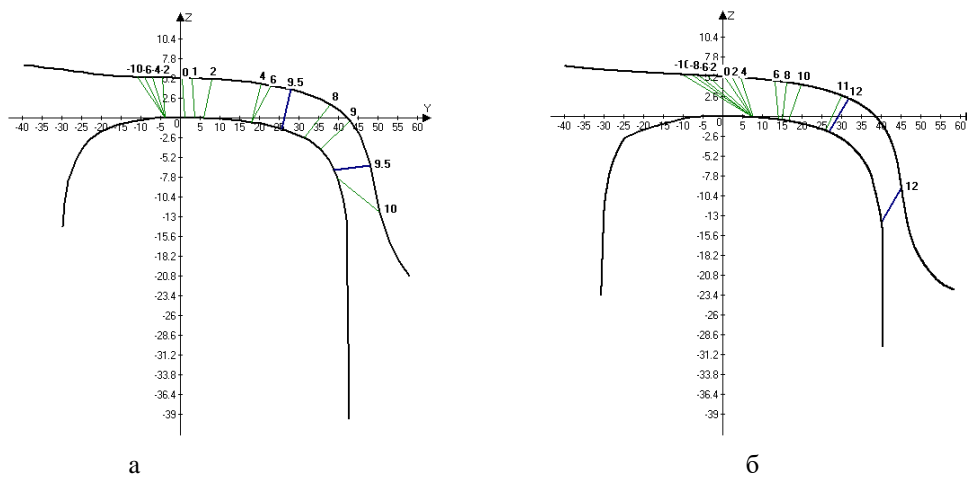


Рисунок 8 – Точки початкового дотику для нових та зношених профілів колеса та рейки:

- а – контактні пари точок для нових профілів колеса та рейки;
- б – контактні пари точок для зношених профілів колеса та рейки

**Висновок.** В результаті дослідження було розроблено прискорену версію алгоритму пошуку точок початкового дотику, представленого в роботі [10, 12]. Численні експерименти показали різницю у швидкості роботи близько 200%. Наведено результати роботи алгоритму для нових та зношених профілів колеса та рейки. За ними можна зробити висновок, що різниця між значеннями бокового віднесення для нових та зношених профілів колеса та рейки в момент появи біконтакту становить близько 2 мм.

### Література

1. Kalker J. Three-dimensional elastic bodies in rolling contact / J. Kalker // Kluwer Academic Publishers, 1990.
2. Knothe K. History of wheel/rail contact mechanics: from Redtenbacher to Kalker / K. Knothe // Vehicle System Dynamics, Vol. 46(1), 2008. – P. 9-26.
3. Shackleton P. Comparison of wheel-rail contact codes for railway vehicle simulation: an introduction to the Manchester Contact Benchmark and initial results / P. Shackleton, S.D. Iwnicki // Vehicle System Dynamics, vol.46(1), 2008. – P. 129-149.
4. Call for Simulations: Dynamic Wheel/Rail Benchmark Single Wheelset without Friction // US DOT Volpe Center, 2005.
5. Моделирование динамики железнодорожных экипажей. // Руководство пользователя ПО Универсальный механизм 6.0, 2010. – С. 48-57.
6. Zili Li Wheel-Rail Rolling Contact & Its Application to Wear Simulation / Li Zili // Delft University Press, 2002. – P. 67-76.
7. Костюкевич О.І. Чисельна та експериментальна ідентифікація процесу зчеплення коліс локомотива з рейками: дис. к.т.н.:

05.22.07 / О.І. Костиюкевич. – Луганськ, 1991. – 230 с.

8. Shabana A.A. Development of elastic force model for wheel-rail contact problems / A.A. Shabana, K.E. Zaazaa, J.L. Escalona, J.R. Sany // Journal of Sound and Vibration, Vol. 269, 2004. – P. 295-325.
9. Meli E. Determination of wheel rail contact points with semi analytic methods / E. Meli, J. Auciello, M. Malvezzi, S. Papini, L. Pugi, A. Rindi // Multibody System Dynamics, Vol. 20, 2008. – P. 327-358.
10. Bozzone M. A compliance based method for wheel-rail contact analysis / M. Bozzone, E. Pennestri, P. Salvini // 8th International Conference on Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems, 2009.
11. Ковтанець М.В. Вибір моделі зчеплення для моделювання динамічної поведінки локомотивів / М.В. Ковтанець, І.О. Цигановський, О.В. Сергієнко, В.С. Ноженко, Т.М. Ковтанець // Вісник СХУ ім. В. Даля, № 5 (275), 2022. – С. 65-71.
12. Ковтанець М.В. Моделювання фрикційного контакту «колесо-рейка» / М.В. Ковтанець, І.О. Цигановський, А.М. Папуков, А.В. Салфетников // Матеріали Чотирнадцятої міжнародної науково-практичної конференції студентів і молодих вчених імені Георгія Кірпи «Сучасні транспортні технології» // Збірник наукових праць; ЛІ УДУНТ; Львів, 2022. – С. 107-108.

## References

1. Kalker J. Three-dimensional elastic bodies in rolling contact / J. Kalker // Kluwer Academic Publishers, 1990.
2. Knothe K. History of wheel/rail contact mechanics: from Redtenbacher to Kalker / K. Knothe // Vehicle System Dynamics, Vol. 46(1), 2008. – P. 9-26.
3. Shackleton P. Comparison of wheel-rail contact codes for railway vehicle simulation: an introduction to the Manchester Contact Benchmark and initial results / P. Shackleton, S.D. Iwnicki // Vehicle System Dynamics, vol.46(1), 2008. – P. 129-149.
4. Call for Simulations: Dynamic Wheel/Rail Benchmark Single Wheelset without Friction // US DOT Volpe Center, 2005.
5. Modelyrovanye dynamyky zheleznodorozhnykh эkспазhei. // Rukovodstvo polzovatel'ia PO Unyversal'nyi mekhanyzm 6.0, 2010. – S. 48-57.
6. Zili Li Wheel-Rail Rolling Contact& Its Application to Wear Simulation / Li Zili // Delft University Press, 2002. – P. 67-76.
7. Kostiukevych O.I. Chyselna ta eksperymentalna identyfikatsiia protsesu zchepлення kolis lokomotyva z reikamy: dys. k.t.n.: 05.22.07 / O.I. Kostiukevych. – Luhansk, 1991. – 230 s.
8. Shabana A.A. Development of elastic force model for wheel-rail contact problems / A.A. Shabana, K.E. Zaazaa, J.L. Escalona, J.R. Sany // Journal of Sound and Vibration, Vol. 269, 2004. – P. 295-325.
9. Meli E. Determination of wheel rail contact points with semi analytic methods / E. Meli, J. Auciello, M. Malvezzi, S. Papini, L. Pugi, A. Rindi // Multibody System Dynamics, Vol. 20, 2008. – P. 327-358.
10. Bozzone M. A compliance based method for wheel-rail contact analysis / M. Bozzone, E. Pennestri, P. Salvini // 8th International Conference on Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems, 2009.
11. Kovtanets M.V. Vybir modeli zchepлення dlia modelyuvannya dynamichnoi povedinky lokomotyv / M.V. Kovtanets, I.O. Tsyhanovskyi, O.V. Serhienko, V.S. Nozhenko, T.M. Kovtanets // Visnyk SNU im. V. Dalia, № 5 (275), 2022. – S. 65-71.
12. Kovtanets M.V. Modelyuvannya fryktsiinoho kontaktu «koleso-reika» / M.V. Kovtanets, I.O. Tsyhanovskyi, A.M. Papukov, A.V. Salfetnikov // Materialy Chotyrnadtsiatoi mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii studentiv i molodykh vchenykh imeni Heorhiia Kirpy «Suchasni transportni tekhnolohii» // Zbirnyk naukovykh prats; LI UDUNT; Lviv, 2022. – S. 107-108.

*The contact of the wheel with the rail is considered for the case when one point of contact is on the rim of the wheel, and the other is on the ridge. The position of these points is determined for both wheels of the wheelset depending on the given side ratio and yaw angle. Regardless of whether the static or dynamic movement of the wheelset is considered, an accurate algorithm for determining the points of initial contact is required. A special role is played by the ability to determine the two-point contact algorithm. All algorithms for finding initial contact points can be divided into two groups: the first group considers the wheel and rail bodies as rigid, and the search task is solved as a purely geometric one, the second group considers the contacting bodies as elastic, and the task is solved using a combination of geometric methods and methods of elasticity theory.*

*The most common methods from the first and second groups are considered. In one of the models, a fictitious contact spring is introduced between the wheel and the rail, the stiffness of which is adjusted in the process of solving the problem. Further, according to one of the above methods, the greatest penetration of the wheel into the rail is determined, and after solving the system of linear equations, the contact forces and then the new position of the wheel pair are determined. This model was taken as a basis for further research. The maximum distance method was used to determine the maximum penetration. To do this, for each point of the volume of the cross-section related to the rail, a point on the wheel that is at the minimum distance from it is found. A block diagram of the algorithm for finding points of initial contact between the wheel and the rail has been developed. In order to verify the effectiveness of the proposed algorithm, a program was developed in the C++ Builder 6.0 environment in which new and worn wheel and rail profiles used as reference for the Manchester test were reviewed. The results of numerical simulation of two-point contact for new and worn wheel and rail profiles are given to demonstrate the developed algorithm.*

**Keywords:** wheel, rail, coupling, two-point contact, profile, contacting.

**Цигановський І.О.** – молодший науковий співробітник кафедри залізничного, автомобільного транспорту та підйомно-транспортних машин Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля [vaduha2011@gmail.com](mailto:vaduha2011@gmail.com)

**Ковтанець Максим Володимирович** – доцент кафедри залізничного, автомобільного транспорту та підйомно-транспортних машин Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля; [kovtanetsm@gmail.com](mailto:kovtanetsm@gmail.com)

**Сергієнко Оксана Вікторівна** – доцент кафедри машинобудування та прикладної механіки Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля [sergienko.o.v@gmail.com](mailto:sergienko.o.v@gmail.com)

**Просвірова Ольга Вікторівна** – старший науковий співробітник кафедри залізничного, автомобільного транспорту та підйомно-транспортних машин Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля; [prosvirova@ukr.net](mailto:prosvirova@ukr.net)