

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СХІДНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
імені ВОЛОДИМИРА ДАЛЯ

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з дисципліни

«Електротехніка та електромеханіка»

(для здобувачів вищої освіти спеціальності 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка»)

(електронне видання)

ЗАТВЕРДЖЕНО

на засіданні кафедри

Комп'ютерно – інтегрованих

систем управління

Протокол № 8 від 06.04.2026 р

Київ, 2026р.

УДК 621.311

Конспект лекцій з дисципліни «Електротехніка та електромеханіка»
(для здобувачів вищої освіти спеціальності 174 «Автоматизація,
комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка») (електронне видання) /
уклад. Ж.Г. Самойлова.-Київ: вид-во- СНУ ім.В. Даля, 2026. – 127 с.

В курсі лекцій з дисципліни «Електротехніка та електромеханіка» розглянуто основні закони постійного та синусоїдального струму, процеси і явища в однофазних, трифазних та магнітних колах, а також в електричних машинах. Ці знання знадобяться студентам при розв'язуванні теоретичних і практичних задач у професійній діяльності, а також при дослідженні закономірностей, яким підпорядковуються реальні процеси в сфері електрики. Конспект лекцій може бути використаний студентами при підготовці к заняттям.

Укладач: Ж.Г. Самойлова, доц.

Відповідальний за випуск: Ж.Г. Самойлова, доц.

Рецензент: М.Г. Лорія, д.т.н., проф.

Зміст

№п/п	Назва розділів	Стор.
	Вступ	
	Електричні кола постійного струму	
	Основні закони електричних кіл постійного струму	
	Загальні елементи кола.	
	Режими роботи електричного кола	
	Узагальнений закон Ома.	
	Закони Кірхгофа	
	Розрахунок простих кіл постійного струму.	
	Послідовне з'єднання елементів з одним джерелом енергії.	
	Паралельне з'єднання елементів з одним джерелом енергії	
	Змішане з'єднання елементів з одним джерелом постійного струму.	
	Розрахунок складних кіл постійного струму	
	Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа.	
	Метод контурних струмів.	
	Метод двох вузлів.	
	Баланс потужності.	
	Взаємні перетворення зірки та трикутника опорів	
	Електричні кола синусоїдального струму.	
	Основні величини, що характеризують синусоїдальні функції часу.	
	Подання синусоїдальної функції у різних формах	
	Аналітичне уявлення синусоїдальних функцій	
	Подання синусоїдальних функцій за допомогою векторів	

Надання синусоїдальних функцій за допомогою комплексних чисел.

Основні елементи та параметри електричних кіл синусоїдального струму

Резистивний елемент. Активний опір

Індуктивний елемент кола синусоїдального струму

Ємнісний елемент в колі синусоїдального струму

Коло синусоїдального струму при послідовному з'єднанні елементів

Коло синусоїдального струму, при паралельному з'єднанні елементів

Потужність змінного струму.

Трифазні кола.

Основні визначення. Трифазна система ЕРС.

Способи з'єднання фаз джерела трифазного струму.

Трифазні кола при з'єднанні приймачів зіркою.

Трифазні кола при з'єднанні приймачів трикутником

Потужність трифазного кола

Електромагнітні пристрої та трансформатори

Котушка з феромагнітним сердечником у колі синусоїдального струму.

Рівняння напруги.

Схема заміщення котушки з феромагнітним осердям

Реальні індуктивні котушки.

Трансформатори

Призначення та принцип дії трансформаторів

Основні рівняння трансформатора

- Векторна діаграма трансформатора та схема заміщення
- Робота трансформатора у різних режимах
- Електричні машини
- Асинхронні машини
- Магнітні поля, що обертаються
- Принцип дії асинхронного двигуна
- Режими роботи асинхронного двигуна
- Побудова трифазних асинхронних двигунів
- 6.1.5. ЕРС та струми в обмотках статора та ротора
- 6.1.6. Обертальний момент асинхронного двигуна
- 6.1.7. Потужність, втрати енергії та ККД асинхронного руху
- 6.1.8. Робочі характеристики асинхронного двигуна
- 6.2. Машини постійного струму.
- 6.2.1. Пристрій та принцип дії машин постійного струму
- 6.2.2. Електрорушійна сила та електромагнітний момент машини постійного струму.
- 6.2.3. Реакція якоря
- 6.2.4. Генератори постійного струму
- 6.2.5. Двигуни постійного струму. Основні рівняння
- 6.3. Синхронні машини
- 6.3.1. Пристрій та принцип дії синхронної машини
- 6.3.2. Робота синхронного генератора під навантаженням
- 6.3.3. Векторна діаграма неявнополюсного генератора
- 6.3.4. Потужність та електромагнітний (крутний) момент синхронної машини
- Література

Вступ

Електротехніка – галузь науки і техніки, пов'язана з отриманням, перетворенням та використанням електричної енергії у практичній діяльності людини, що охоплює питання застосування електромагнітних явищ у різних галузях промисловості та у побуті.

«Електротехніка та електромеханіка» застосовується для отримання, розподілу та перетворення електроенергії, автоматизації процесів, створення приводів верстатів, побутової техніки, медичного обладнання та систем освітлення.

Ключові сфери застосування:

Виробництво та промисловість: Електричні приводи, конвеєри, насоси, електропечі для плавки металів, системи автоматичного керування (САУ).

Енергетика: Генерація, передача та розподілення електроенергії, трансформаторні підстанції.

Побутова техніка та електроніка: Холодильники, пральні машини, освітлювальні прилади, нагрівальні пристрої.

Транспорт: електромобілі, електропоїзди, трамваї, тролейбуси.

Медицина: Діагностичне обладнання (УЗД, рентген), апарати життєзабезпечення.

Автоматизація та робототехніка: Електромеханічні системи керування, приводи роботів.

Мета дисципліни – засвоєння методів аналізу та розрахунків електричних кіл різної складності, електричних апаратів та машин.

Студент повинен знати:

- фізичні процеси в електричних та магнітних колах;
- методи розрахунків процесів в електричних та магнітних колах;
- конструкції, принцип дії, способи управління та захисту основних електричних апаратів та машин.

Студент повинен вміти:

- виконувати розрахунки електричних та магнітних кіл;
- збирати електричні кола за їх принциповими схемами.

1. Електричні кола постійного струму

1.1. Основні закони електричних кіл постійного струму

1. Елементи електричних кіл.

Електричне коло - сукупність пристроїв, призначених для передачі, розподілу та взаємного перетворення електричної енергії.

Основними елементами електричного кола є джерела та приймачі електричної енергії, які з'єднані між собою провідниками.

У джерелах електричної енергії відбувається перетворення різних (будь-яких) видів енергії в електричну.

У прийमाх електрична енергія перетворюється на інші види енергії.

Для полегшення вивчення процесів в електричних колах, їх замінюють розрахунковою схемою заміщення, тобто ідеалізованим колом, яке служить розрахунковою моделлю реального кола.

Для кіл струму користуються поняттями двох основних елементів схеми: джерело енергії з ЕРС E та внутрішнім опором $R_{\text{вн}}$ та резисторним елементом з опором R (приймач).

ЕРС E чисельно дорівнює різниці потенціалів U між позитивним і негативним виводами 1 і 2 джерела енергії за відсутності кола струму, тобто у режимі холостого ходу.

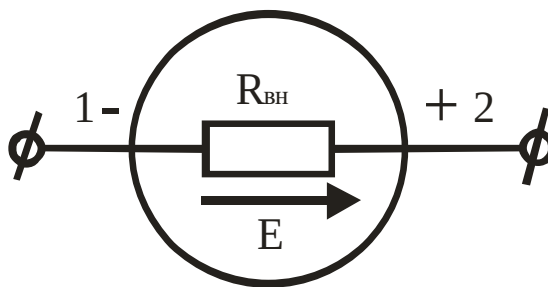


Рисунок 1. Реальне джерело електричної енергії

При цьому ЕРС джерела енергії в режимі холостого ходу:

$$E = \varphi_1 - \varphi_2 = U_{12} \quad (1)$$

Якщо до виводів джерела енергії приєднати приймач то в замкнутому контурі найпростішого кола виникає струм I , при цьому напруга на виводах 1 і 2 не дорівнює ЕРС внаслідок падіння напруги всередині джерела на його внутрішньому опорі, тобто.

$$U_{ab} = U_{12} = E - U_{вн} \quad (2)$$

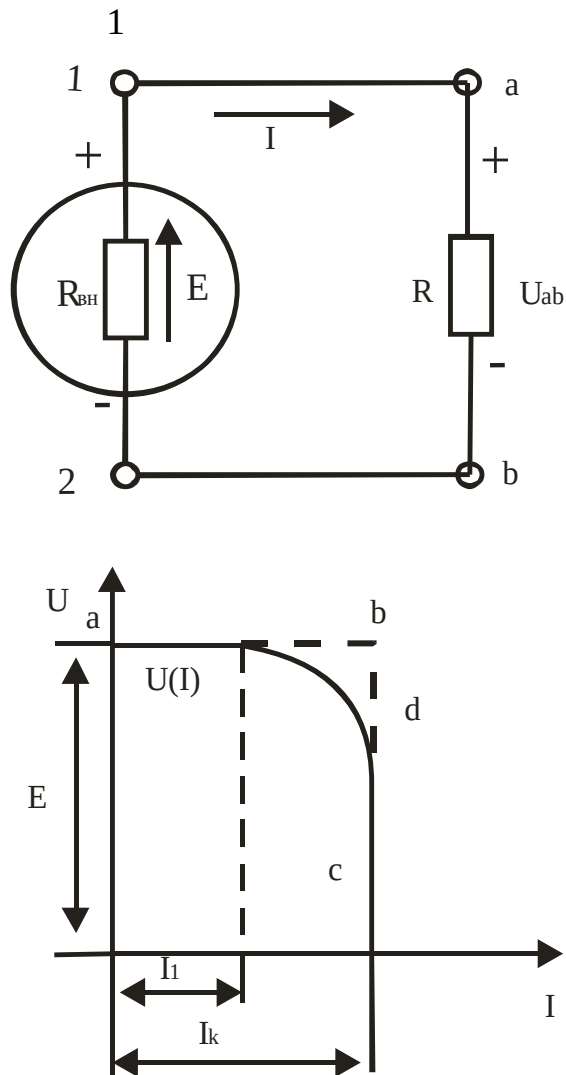


Рисунок 2. Схема заміщення і зовнішня вольт-амперна характеристика реального навантаженого джерела електричної енергії

На рисунку 2 представлена зовнішня характеристика навантаженого джерела енергії, тобто. залежність

$$U_{12}(I) = U(I) \quad (3)$$

Отже з графіка залежність $U_{12}(I)$ не лінійна, т.к. зазвичай у джерел енергії за зміни R , змінюється і $R_{\text{вн}}$ джерела енергії.

2. Схеми заміщення джерел енергії.

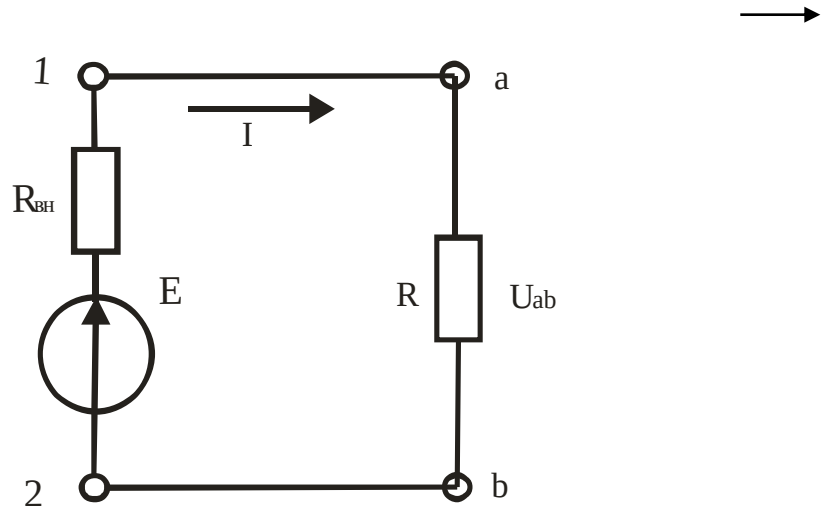


Рисунок 3. Схема заміщення джерела ЕРС

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = E - U_{\text{вн}} = E - IR_{\text{вн}} \quad (4)$$

або

$$U = \varphi_a - \varphi_b = IR \quad (5)$$

$$\text{т.к. } \varphi_1 = \varphi_2, \varphi_2 = \varphi_b \quad (6)$$

отримаємо

$$E = IR_{\text{вн}} + IR = U_{\text{вн}} + U \quad (7)$$

Якщо $R_{\text{вн}} \ll R$, то $U_{\text{вн}} \ll U$, тобто. джерело перебуває у режимі близькому до холостому ходу. В цьому випадку можна знехтувати $U_{\text{вн}}$ і отримуємо першу схему заміщення або схему з ідеалізованим джерелом ЕРС (рис. 1.2), у якого на відміну від реального джерела виключається режим короткого замикання.

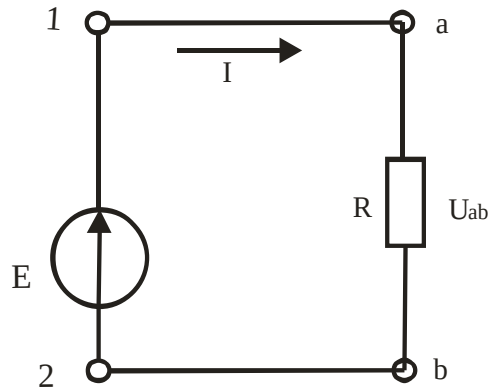


Рисунок 4. Схема заміщення ідеалізованого джерела ЕРС

Таке джерело енергії без внутрішнього опору називається ідеальним джерелом ЕРС чи джерелом напруги. Напруга на виводах такого джерела не залежить від опору приймача і завжди ЕРС E , його зовнішня характеристика пряма, паралельна осі абсцис (лінія ав на рисунку 2).

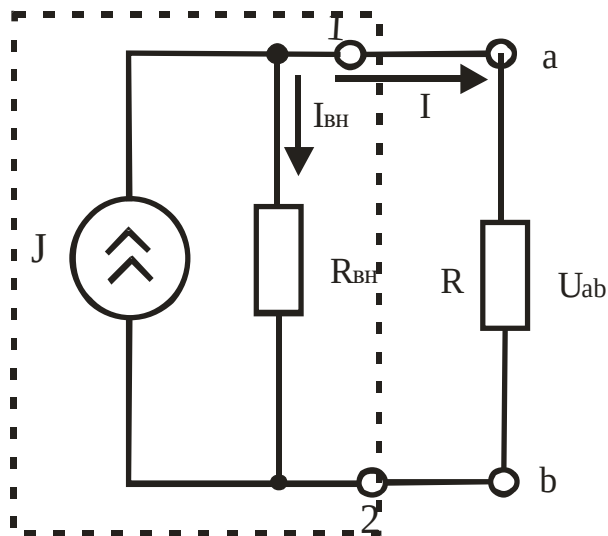


Рисунок 5. Схема заміщення джерела струму

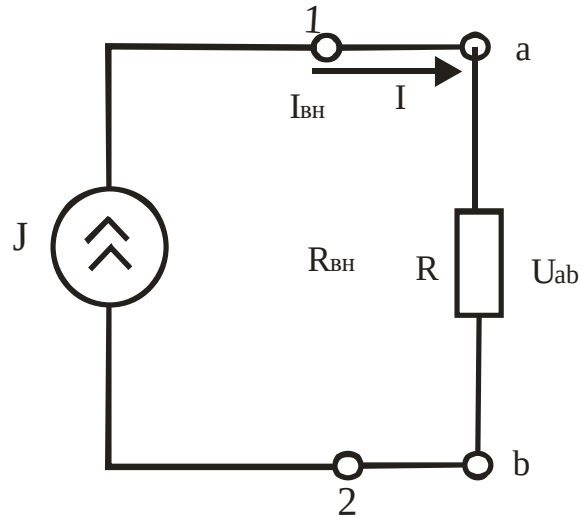


Рисунок 6. Схема заміщення ідеалізованого джерела струму

Розділимо рівняння (7) на $R_{\text{вн}}$, отримаємо

$$\frac{E}{R_{\text{вн}}} = I + \frac{U}{R_{\text{вн}}} = I + I \cdot G_{\text{вн}} = U \quad (8)$$

де $G_{\text{вн}}$ – внутрішня провідність джерела енергії.

або

$$J = I + I_{\text{вн}} \quad (9)$$

де

$$J = \frac{E}{r_{\text{вн}}} \quad (10)$$

струм короткого замикання.

Якщо $R_{\text{вн}} \gg R$, тобто джерело знаходиться в режимі близькому к короткому замиканню, то можна прийняти:

$$I_{\text{вн}} = G_{\text{вн}} U = 0 \quad (11)$$

Таке джерело називається ідеальним джерелом струму. Струм такого джерела не залежит від опору приймача. Його зовнішня характеристика пряма, яка паралельна осі ординат (пряма cd).

Джерела ЕРС і струму – основні елементи кола.

Резистивні елементи – пасивні елементи.

1.2. Загальні елементи кола.

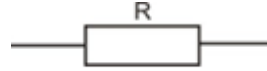


Рисунок 7. Резистор (резистивний елемент кола)



Рисунок 8. Котушка (індуктивний елемент кола)



Рисунок 9. Конденсатор (ємисний елемент кола)

Параметри елементів електричного кола.

а) Опір – властивість елемента поглинати енергію з електричного кола і перетворювати її в інші віди енергії (теплову, світлову);

$$R = \frac{U}{I} = \rho \frac{l}{S} \quad (12)$$

ρ - питомий опір [ρ]=Ом·м; l – довжина провідника; S – площа поперечного перерізу провідника.

R

б) Провідність

$$G = \frac{I}{U} = \gamma \frac{S}{l}, \quad (13)$$

γ - питома провідність

$G] = C_M$ (сименс)

$$\gamma] = \frac{C_M}{M}$$

в) Індуктивність

де Ψ – потокозчеплення

для котушки

Φ_k – магнітний потік зчеплений з k -м витком, якщо всі витки котушки пронизані одним потоком Φ , то

де ω - число витків котушки.

$$\psi] = [\Phi] = B \cdot l = 1 \text{ В} \cdot 1 \text{ с}$$

$$L] = \Gamma_H = \frac{B \cdot c}{A} = \frac{B \cdot l}{A}$$

$$k = 1 \omega \Phi k \quad (15)$$

г) Ємність

$$[C] = \frac{K_L}{B} = \Phi$$

$$qU \quad (17)$$

Режими роботи електричного кола

а) Холостого ходу

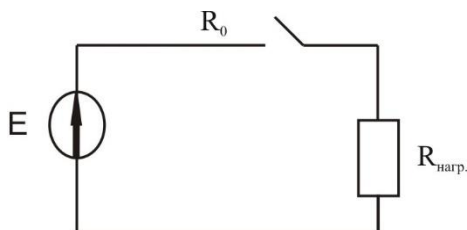


Рисунок 10. Електричне коло в режимі холостого хода

Параметри електричного кола для режиму холостого хода

Струм в навантаженні: $I_{\text{нав.}}=0$

Опір навантаження: $R_{\text{нав.}}=\infty$

Напруга на навантаженні: $U_{\text{н}}=E$

ККД режиму холостого хода: $\eta=1$

б) Режим короткого замикання (аварійний режим)

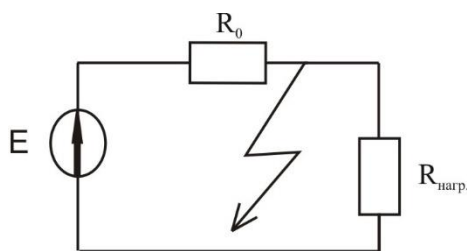


Рисунок 11. Електричне коло в режимі короткого замикання

Параметри електричного кола для режиму холостого хода

Напруга на навантаженні: $U_{\text{нав.}}=0$

Опір навантаження: $R_{\text{нав.}}=0$

Струм в навантаженні: $I_{\text{нав.}}=\infty$

ККД режиму короткого замикання: $\eta=0$

в) Навантажувальний режим

- Номінальний – той режим, для якого коло призначене;
- узгоджений – якщо $R_0=R_{\text{нав.}}$.

При цьому потужність максимальна и ККД=50%.

1.4. Узагальнений закон Ома.

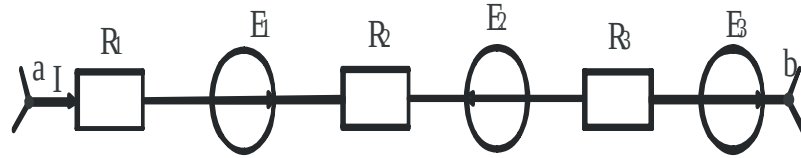


Рисунок 12. Ділянка електричного кола з джерелами ЕРС

Вираз для потенціалу точки b:

$$\text{Вираз для струму на ділянці кола: } \phi_B = \phi_A - IR_1 + E_1 - IR_2 - E_2 - IR_3 - E_3 \quad (18)$$

$$\text{Узагальнений закон Ома: } \phi_A - \phi_B + E_1 - E_2 + E_3 = IR_1 + IR_2 + IR_3 \quad (19)$$

$$\phi_A - \phi_B + \sum E_{\text{алг.}} = I \sum R \quad (20)$$

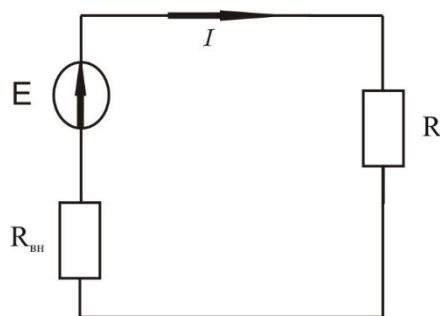


Рисунок 13. Замкнене електричне коло з джерелом ЕРС

$$ER_{\text{вн.}} + IR = E_{\text{заг.}} \quad (21)$$

де $IR=U$ – падіння напруги на R

U

E

$IR_{\text{вн.}}$

(23)

Закон Ома для ділянки кола.

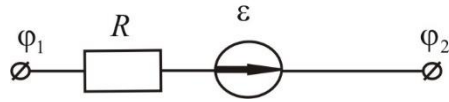


Рисунок 14. Ділянка електричного кола з джерелом ЕРС

Напрямок струму

$I \rightarrow$

$I \leftarrow$

Струм на ділянці електричного кола в напрямку від точки с потенціалом ϕ_1 до точки с потенціалом ϕ_2

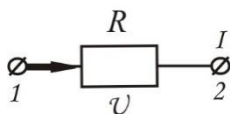
$$I_{12} = U_{12} + E_{12}R + r \quad (24)$$

Напруга на цій ділянці

$$U_{12} = \phi_1 - \phi_2 \quad (25)$$

Струм на ділянці електричного кола в напрямку від точки с потенціалом ϕ_2 до точки с потенціалом ϕ_1

Приклади:

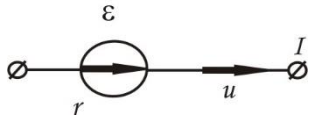


$$U_{21} - \varepsilon_{12}R + r \quad (26)$$

$$I = \frac{U}{R}$$

$$-\varepsilon_{12}R + r \quad (26)$$

$$\varepsilon_{12}R + r \quad (26)$$



$$I = \frac{U + \varepsilon}{r}$$

. Закони Кірхгофа

а) I. Закон Кірхгофа (для вузла).

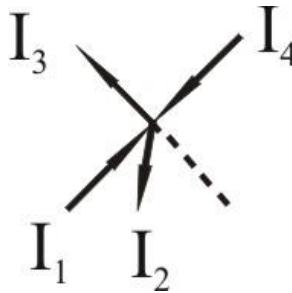


Рисунок 15. Вузол електричного кола зі струмами

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0 \quad (27)$$

n – кількість всіх струмів.

б) II. Закон Кірхгофа (для замкненого контура).

$$\sum I_i R_i = \sum E_j \quad (28)$$

Струми і ЕРС входять в рівняння зі знаком «+», якщо їх напрямок співпадає з напрямком обходу контура, і зі знаком «-», якщо їх напрямок протилежен напрямку обхода.

Розрахунок простих кіл постійного струму.

ослідовне з'єднання елементів з одним джерелом енергії.

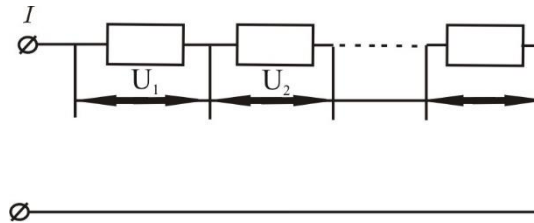


Рисунок 16. Послідовне з'єднання елементів з одним джерелом енергії

$$U = \sum_{k=1}^n U_k = \sum_{k=1}^n IR_k = I \sum_{k=1}^n R_k = IR_{\text{екв}} \quad (29)$$

Еквівалентне перетворення – це перетворення, яке не викликає в частині кола, що залишилися, зміни напруг і струмів.

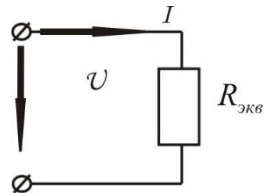


Рисунок 17. Еквівалентне з'єднання елементів з одним джерелом енергії

Напруга на вході

$$\text{Еквівалентний опір: } R_{\text{екв.}} \quad (30)$$

$$R_{\text{екв.}} = R_k \quad (31)$$

Еквівалентний опір при послідовному з'єднанні елементів кола дорівнює сумі опорів окремих елементів. Напруга на затискачах послідовно з'єднаних приймачів розподіляється пропорційно їх опорам.

=

=

$$U_1 I + U_2 I + \dots + U_n I = I^2 R_1 + I^2 R_2 + \dots + I^2 R_n = I^2 \sum_{k=1}^n R_k = I^2 R_{\text{екв.}} \quad (32)$$

паралельне з'єднання елементів з одним джерелом енергії

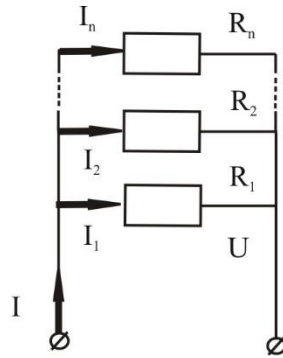


Рисунок 17. Паралельне з'єднання елементів з одним джерелом енергії

Перший закон Кірхгофа для будь якого вузла кола

Запишемо вираз для струму в k -тій гілці згідно закону Ома: (34)

$$I_k = U / R_k = U G_k \quad (35)$$

Скористаємося виразом еквівалентної провідності:

$$G_e = \sum_{k=1}^n G_k \quad (36)$$

$$R_e = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}} \quad (38)$$

При паралельному з'єднанні елементів електричного кола провідність дорівнює сумі провідностей паралельно з'єднаних гілок і окремо паралельно включених гілок. (39)

Приклад:

$$I_1 + I_2 + \dots + I_n = I = U / R_e = U \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} \quad (40)$$

Дано: R_1 ; R_2 ; I .

Знайти: I_1 , I_2 - ?

Еквівалентна провідність двох гілок:

Якщо записати вираз для провідності, використовуючи опір: (41)

$$R = 1/R_1 + 1/R_2$$

(42)

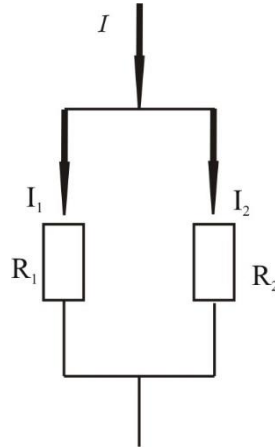


Рисунок 18. Паралельне з'єднання двох гілок

Еквівалентний опір для двох гілок:

=

Вхідна напруга:

$$UG = I_1 R_1 = I_2 R_2 \quad (44)$$

$$R_2 = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) \quad (43)$$

$$R_2 = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) \quad (43)$$

$$\text{Струм в кожній гілці: } I_1 R_1 = I_2 R_2 \quad (45)$$

$$I_2 = I R_1 / (R_1 + R_2) \quad (47)$$

$$R_1 R_2 / (R_1 + R_2) \quad (43)$$

Вирази для струмів (46) і (47) є принципом кратності струмів.

мішане з'єднання елементів з одним джерелом постійного струму.

$$R_2 R_1 + R_2 \quad (43)$$

$$\text{Змішаним з'єднанням елементів кола називають поєднання їх послідовних і} \quad (43)$$

паралельних з'єднань.

=

Приклад:

$$R_1 + R_2 \quad (43)$$

$$R_1 + R_2 \quad (43)$$

$$R_1 R_2 R_1 + R_2 R_1 = I R_2 R_1 + R_2 \quad (46)$$

$$R_1 + R_2 \quad (43)$$

$$R_1 R_2 R_1 + R_2 R_1 = I R_2 R_1 + R_2 \quad (46)$$

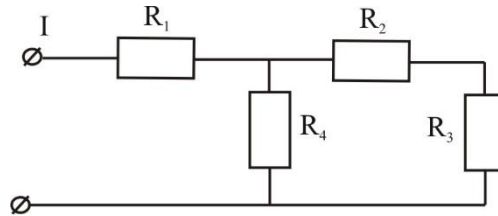


Рисунок 19. Змішане з'єднання елементів

Струм в нерозгалуженій гілці кола:

1 спосіб:
$$I = \frac{U}{R_e} \quad (48)$$

$$R_e = R_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2 + R_3}} \quad (49)$$

2 спосіб:

$$R_{23} = R_2 + R_3 \quad (50)$$

$$R_{234} = \frac{1}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_{23}}} = \frac{R_4 R_{23}}{R_4 + R_{23}} \quad (51)$$

$$R_{\Sigma} = R_{1234} = R_1 + R_{234} \quad (52)$$

Аналіз складних кіл постійного струму

Складне коло – це коло з розгалуженням і декількома джерелами.

Метод безпосереднього застосування законів Кірхгофа.

Позначення:

p – кількість гілок.

q – кількість вузлів.

Незалежні рівняння – сукупність рівнянь з деякої системи, ні одне з яких не є наслідком інших.

Незалежні вузли – вузли даного кола, для яких рівняння, які складені за першим законом Кірхгофа є незалежними.

Незалежні контури – контури даної цепи, для яких рівняння, які складені за другим законом Кірхгофа є незалежними.

Порядок розрахунку:

визначається кількість гілок – p (тобто число незалежних струмів), число вузлів – q , обирається довільно і вказуються позитивні напрямки струмів.

и

вибрати $n = p - q + 1$ незалежних контурів і скласти для них рівняння за другим законом Кірхгофа.

вирішити систему з $p = q + n$ незалежних рівнянь.

т

и

етод контурних струмів.

у

q

н

Другого закону Кірхгофа визначаються контурні струми в незалежних контурах.

е

з

Контурним називається такий розрахунковий (умовний) струм, який замикається тільки по своєму контуру залишаючись уздовж нього незмінним.

а

л

Відповідно до цього методу, дійсний струм у будь-якій гілці, що належить одному контуру, чисельно дорівнює контурному струму, а в гілці, що належить

ж

н

кільком контурам, дорівнює алгебраїчній сумі контурних струмів, які проходять через цю гілку.

Число рівнянь складених за другим законом Кірхгофа, у цьому випадку дорівнює числу незалежних контурів $n=p-y=p-q+1$

Вивод методу на прикладі

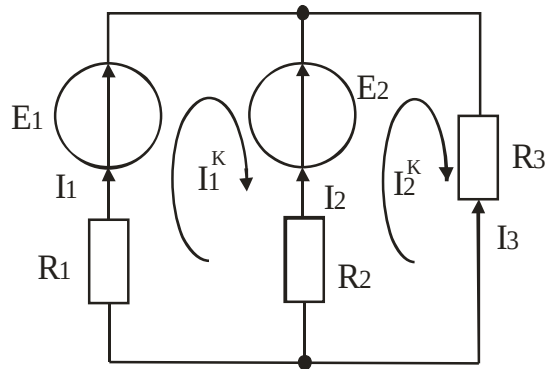


Рисунок 20. Складне двоконтурне коло постійного струму

Запишемо другий закон Кірхгофа для кожного контуру:

Замінемо струм в кожній гілці контурним струмом або сумою контурних струмів, якщо гілка належить двом контурам:

$$-I_2 R_2 = E_1 - E_2 \quad \& \quad I_2 R_2 - I_3 R_3 = E_2 \quad (53)$$

Підставимо вираз для струму в кожній гілці в систему рівнянь (53):

$$I_2 R_2 = E_1 - E_2 \quad \& \quad I_2 R_2 - I_3 R_3 = E_2 \quad (53)$$

Отримаємо систему рівнянь для методу контурних струмів:

$$R_2 = E_1 - E_2 \quad \& \quad I_2 R_2 - I_3 R_3 = E_2 \quad (53)$$

де R_{kk} – власний опір k контуру і дорівнює $R_{kk} = \sum R$ – цього контуру; R_{kl} –

суміжний опір цих контурів; «+» якщо збігаються напрямки контурних струмів (53)

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (54)$$

$$E_1 - E_2 - I_2 R_2 - I_3 R_3 = E_2 \quad (53)$$

суміжних контурів; «-» якщо в різних напрямках; E_{kk} – контурна ЕРС і дорівнює алгебричній сумі ЕРС цього контуру.

Порядок розрахунку електричного кола методом контурних струмів

1. Вибрати N незалежних контурів та напрямків їх обходів та напрямів струмів у гілках.

2. Скласти систему лінійних рівнянь алгебри щодо невідомих контурних струмів.

де обчислити та підставити всі R_{kk} , R_{kl} та E_{kk}

Вирішити систему і знайти всі контурні струми

3. Знайти струми гілок

$$I_{\text{гілки}} = \text{алг. } I_k \quad (58)$$

$$R_{11}I_{1k} + R_{12}I_{2k} + \dots + R_{1N}I_{Nk} = E_{1k} \quad R_{21}I_{1k} + R_{22}I_{2k} + \dots + R_{2N}I_{Nk} = E_{2k} \quad \dots$$

Метод двох вузлів.

$$I_{2k} + \dots + R_{1N}I_{Nk} = E_{1k} \quad R_{21}I_{1k} + R_{22}I_{2k} + \dots + R_{2N}I_{Nk} = E_{2k} \quad \dots$$

$$I_{2k} + \dots + R_{1N}I_{Nk} = E_{1k} \quad R_{21}I_{1k} + R_{22}I_{2k} + \dots + R_{2N}I_{Nk} = E_{2k} \quad \dots$$

Цей метод застосовується для розрахунку електричних кіл із двома вузлами, між якими включені активні та пасивні гілки.

Ідея методу полягає в тому, що за розрахунковою формулою визначається напруга між двома вузлами, яка називається вузловою напругою U_{ab} , і потім за законом Ома розраховуються струми у гілках.

$$R_{11}I_{1k} + R_{12}I_{2k} + \dots + R_{1N}I_{Nk} = E_{1k} \quad R_{21}I_{1k} + R_{22}I_{2k} + \dots + R_{2N}I_{Nk} = E_{2k} \quad \dots$$

Вивод методу на прикладі:

Схема, всі R_k , всі E_k .

$$R_{11}I_{1k} + R_{12}I_{2k} + \dots + R_{1N}I_{Nk} = E_{1k} \quad R_{21}I_{1k} + R_{22}I_{2k} + \dots + R_{2N}I_{Nk} = E_{2k} \quad \dots$$

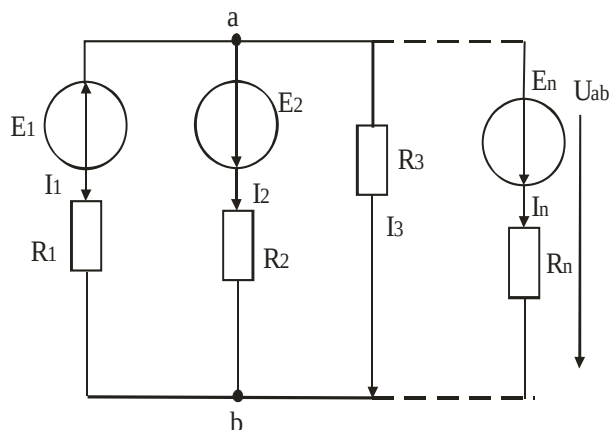


Рисунок 21. Складне коло постійного струму

Якщо відома схема, всі R_k , всі E_k . Знайти U_{ab} і всі I_k

Рішення:

За законом Ома струм в кожній гілці

За першим законом Кірхгофа:

$$k(ab) = U_{ab} + E_k(ab) R_k \quad (59)$$

$$\text{узла } a: I_{kab} = 0; \quad (60)$$

$$\text{узла } a: U_{ab} + E_k(ab) R_k = 0; \quad (61)$$

$$\text{узла } a: E_k(ab) R_k + U_{ab} = 0 \quad (62)$$

Напруга між двома вузлами:

Приклад:

$$\text{Напруга між двома вузлами: } U_{ab} + E_k(ab) R_k \quad (59)$$

Струм в кожній гілці:

$$I_k = \frac{U_{ab} + E_k(ab) R_k}{R_k} \quad (59)$$

$$I_3 = \frac{U_{ab} - E_1 R_1 + E_4 R_4}{R_3}; \quad (67)$$

$$U_{ab} + E_2 R_2 - E_k(ab) R_k \quad (68)$$

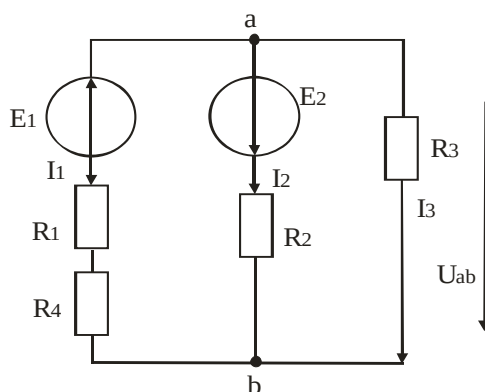


Рисунок 22. Складне коло постійного струму для методу двох вузлів

1.8.Баланс потужності.

На підставі закону збереження енергії потужність, що розвивається джерелами електричної енергії, повинна дорівнювати потужності перетворення в колі електричної енергії в інші види енергії.

Баланс потужності:

$$\sum E I = \sum R I^2 \quad (68)$$

де $\sum E \cdot I$ – сума потужностей джерел, $\sum E \cdot I^2$ – сума потужностей всіх приймачів та незворотніх перетворень всередині джерел

Взаємні перетворення зірки та трикутника опорів.

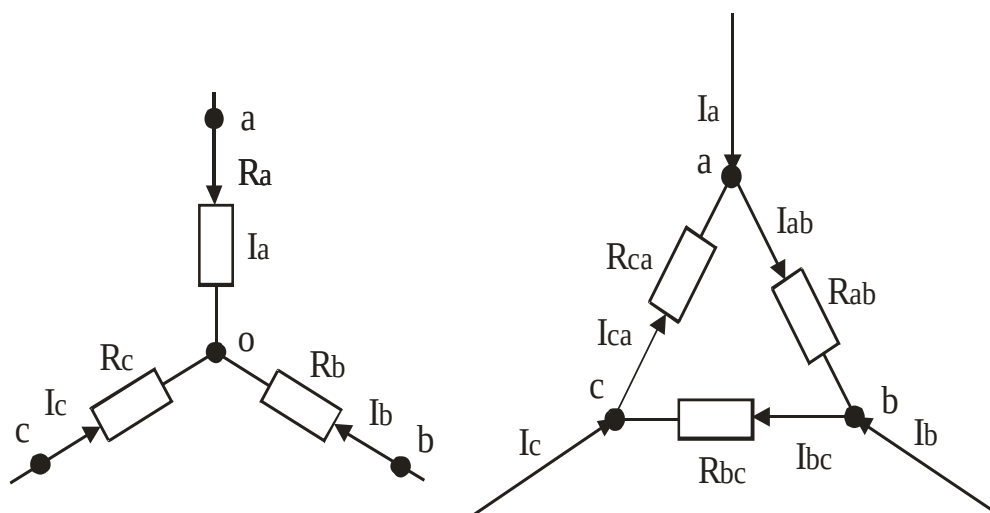


Рисунок 23. Взаємне перетворення опорів з'єднаних зіркою і трикутником

Перетворення від трикутника до зірки. Запишемо другий закон Кірхгофа для контуру трикутника.

Запишемо перший закон Кірхгофа для вузлів а та b.

$$I_a + I_{ca} - I_{ab} = 0; \quad (70)$$

$$R_{ab} + I_{bc}R_{bc} + I_{ca}R_{ca} = 0 \quad (69)$$

$$I_{ab} + I_b - I_{bc} = 0 \quad (71)$$

Звідси отримаємо вираз для струмів:

$$ab + I_{bc}R_{bc} + I_{ca}R_{ca} = 0 \quad (72)$$

$$I_{bc} = I_{ab} + I_b \quad (73)$$

Підставимо значення струмів в вираз (69):

Звідси:

$$abR_{ab} + I_{ab}R_{bc} + I_bR_{bc} + I_{ca}R_{ca} - I_aR_{ca} = 0 \quad (74)$$

$$U_{ab} = I_aR_a - I_bR_b \quad (77)$$

$$R_{ab} + I_{ab}R_{bc} + I_bR_{bc} + I_{ca}R_{ca} - I_aR_{ca} = 0 \quad (74)$$

=

=

$$ab + I_{ab}R_{bc} + I_bR_{bc} + I_{ca}R_{ca} - I_aR_{ca} = 0 \quad (74)$$

=

Перетворення від трикутника до зірки. Закон Кірхгофа для контуру трекутника та вузлів а та b.

=
=

Електричні кола синусоїдального струму.

1. Основні величини, що характеризують синусоїдальні функції часу.

$cGa+Gb+Gc;$ (82)

Електричні кола, в яких ЕРС, напруги та струми змінюються в часі за синусоїдальним законом, називаються колами змінного синусоїдального струму.

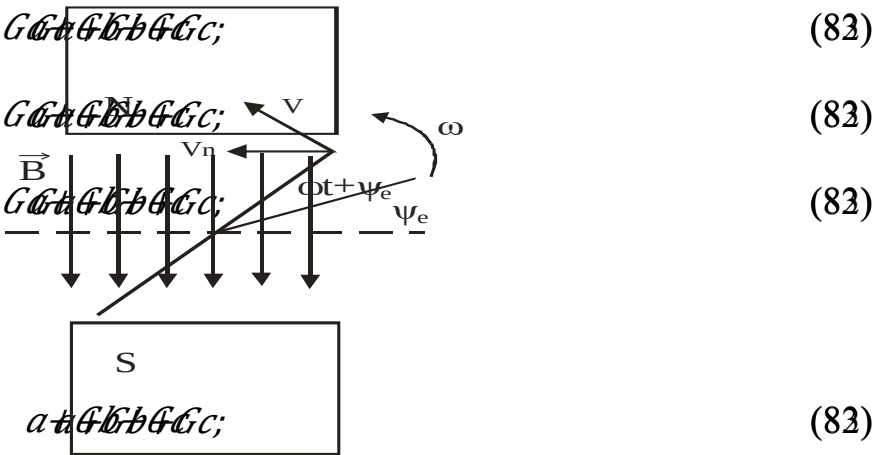


Рисунок 24. Схема генератора ЕРС

Отримання синусоїдальної ЕРС. (82)

Рамка обертається з постійною кутовою швидкістю ω

ϕ_e

При $t \rightarrow \omega t + \phi_e$

Відповідно до закону електромагнітної індукції:

де B – магнітна індукція; l – довжина поперечного провідника; v_n – швидкість перетину магнітних ліній.

$$v_n = v \cdot \sin(\omega t + \phi_e) \quad (85)$$

Де амплітуда ЕРС

$$\sin(\omega t + \phi_e) = \frac{E_m}{E} \sin(\omega t + \phi_e) \quad (86)$$

де, u , e , i – миттєві значення напруги, ЕРС, струму $\omega \cdot t + \psi_a$ – аргумент функції званої фазою або фазовим кутом.

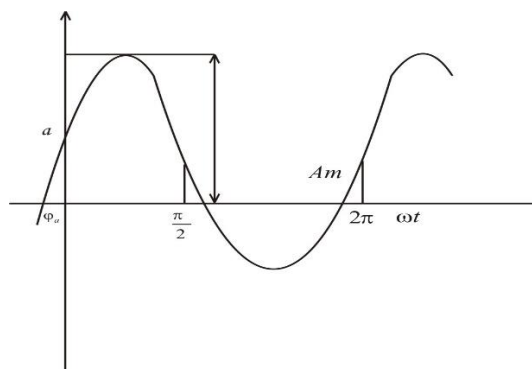


Рисунок 25. Схема синусоїдальної величини

Фаза відраховується від точки переходу синусоїдальної функції через нуль до позитивного значення.

– амплітуда (максимальне значення синусоїдальної функції.)

Синусоїдальні функції однозначно визначаються трьома параметрами:

- 1) амплітудою U_m, E_m, I_m .
- 2) кутовою частотою ω (швидкість зміни аргументу). $[\omega] = \text{рад/с}$.
- 3) початковою фазою ψ_u, ψ_e, ψ_i (значення аргументу у початковий момент часу, при $t=0$).

Для характеристики синусоїдальних функцій часу використовуються такі величини:

період - найменший інтервал часу, після якого миттєві значення періодичної величини повторюються.

$$\text{астота, тобто число періодів за секунду } [f] = \frac{1}{T} = 1 \text{ с}^{-1} = 1 \text{ Гц.} \quad (89)$$

$$3. \text{ зсув фаз між струмом та напругою } \varphi. \quad (90)$$

Зсув фаз між однойменними синусоїдальними величинами прийнято позначати іншою літерою, наприклад α . (91)

4. Чинне значення U, E, I – середньоквадратичне значення змінної величини у період. Тепловий і силовий ефекти синусоїдального струму за період дорівнюють ефекту синусоїдального струму за період ефекту постійного струму, значення якого дорівнює чинному значенню синусоїдального струму за той же інтервал часу

$$W_{\text{мен}} = \int_0^T RI^2 dt = RI^2 T \quad (93)$$

$$\int_0^T \sin^2 \omega t dt = \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt = \frac{1}{2} \left(T - \frac{\sin 2\omega T}{2\omega} \right) = \frac{T}{2} \quad (94)$$

Середнє значення $I_{\text{сєр}}, U_{\text{сєр}}, E_{\text{сєр}}$ для синусоїдальної функції за період (95)

дорівнює нулю, тому домовилися під середнім значенням синусоїдальної функції розуміти її середнє значення за позитивний напівперіод.

$$I_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T I_m \sin \omega t dt = -\frac{I_m}{\omega} \cos \omega t \Big|_0^T = \frac{I_m}{\omega T} (1 - \cos \omega T) = \frac{I_m}{\omega T} (1 - \cos 2\pi) = \frac{I_m}{\omega T} (1 - 1) = 0$$
(97)

$$I_{\text{ср}} = \frac{2}{\pi} I_m$$
(98)

2. Подання синусоїдальної функції у різних формах.

1. Аналітичне уявлення синусоїдальних функцій.

$$I(t) = I_m \sin(\omega t + \phi)$$
(96)

$$I(t) = I_m \sin(\omega t + \phi)$$
(96)

Перевага: наочність.

$$I(t) = I_m \sin(\omega t + \phi)$$
(99)

Недоліки:

1) складність побудови синусоїд;

$$I(t) = I_m \sin(\omega t + \phi)$$
(96)

2) алгебраїчні дії з тригонометричними функціями призводить до громіздких обчислень.

$$I(t) = I_m \sin(\omega t + \phi)$$
(96)

Подання синусоїдальних функцій за допомогою векторів.

Синусоїдальна величина може бути зображена вектором, т.к. при обертанні вектора, рівного амплітуді проти годинникової стрілки (позитивний напрямок) з кутовою швидкістю ω , його проекція на вертикальну вісь (вісь часу) у кожний момент часу дає миттєве значення синусоїдальної величини.

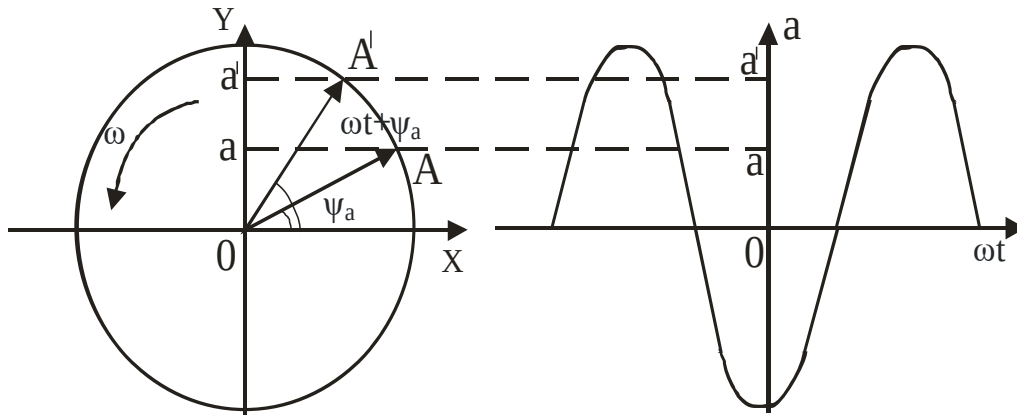


Рисунок 26. Проекції синусоїдальної функції на вертикальну вісь

$$Am, Oa = OAsin\alpha = \underline{Amsin\omega t} \quad (100)$$

Сукупність векторів ЕРС, напруг і $\vec{I}$ струмів, знайдених у загальній системі координат, називають векторною діаграмою, яка дає уявлення про:

- 1) амплітуду, діючі значення.
- 2) початкові фази.
- 3) кутах зсуву фаз зазначених величин додавання та віднімання миттєвих значень можна замінити додаванням і відніманням векторів.

3. Надання синусоїдальних функцій за допомогою комплексних чисел.

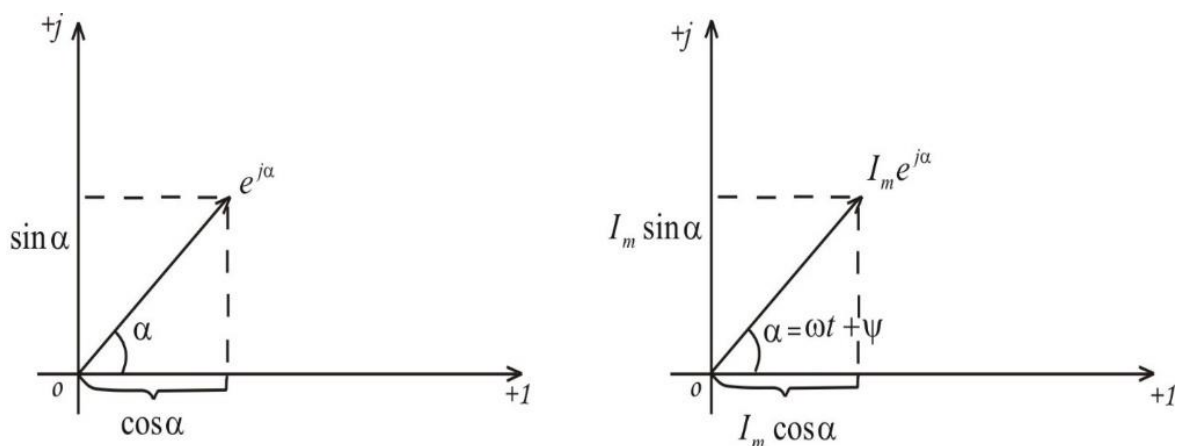


Рисунок 27. Представлення синусоїдальної функції в комплексному вигляді

Формула Ейлера:

$$e^{j\alpha} = \cos\alpha + j\sin\alpha \quad (102)$$

Комплексне число $e^{j\alpha}$ зображують на комплексній площині вектором, чисельно рівним одиниці і кутом α з віссю резових значень. Кут α відраховуємо проти годинникової стрілки від осі +1.

$$e^{j\alpha} = \cos 2\alpha + j\sin 2\alpha = 1 \quad (103)$$

Розмір вектора в I_m раз більше

$$I_m e^{j\omega t + \psi} = I_m \cos(\omega t + \psi) + j I_m \sin(\omega t + \psi) \quad (105)$$

$$\text{Синусоїдально змінний струм } I_m \sin(\omega t + \psi) \text{ можна представити як} \quad (106)$$

$$I_m I_m e^{j\omega t + \psi}, \quad (107)$$

або проекція вектора, що обертається

$$I_m e^{j(\omega t + \psi)} \text{ на вісь } +j. \quad (108)$$

Історично склалося так, що в радіотехнічній літературі за основу приймають не синусоїду, а косинусоїду і тому користуються формулою:

$$I_m \cos(\omega t + \psi) = \operatorname{Re} I_m e^{j(\omega t + \psi)} \quad (109)$$

З метою одноманітності прийнято на комплексній площині зображати

$$\cos\alpha + j\sin\alpha \quad (110)$$

к

I_m - комплексна величина $I_m = I_m$, а кут під яким вектор проведений до осі +1 на комплексній площині дорівнює ψ .

р

и

,

$$I_m 2 = I_m 2 e^{j\psi} = I e^{j\psi} \quad (111)$$

При додаванні та відніманні комплексних чисел слід користуватися алгебраїчною формою запису.

При множенні, розподілі та логарифмуванні краще користуватися показовою формою запису.

**сновні елементи та параметри електричних кіл синусоїдального струму.
езистивний елемент. Активний опір.**

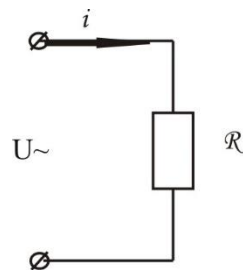


Рисунок 27. Зображення резистивного елемента

Резистивний елемент характеризується активним опором R , що є його параметром. Активний опір будь-якого провідника більше його омичного опору, тобто опір цього провідника цьому струму, т.к. щільність змінного струму через поверхневий ефект нерівномірна за перерізом провідника.

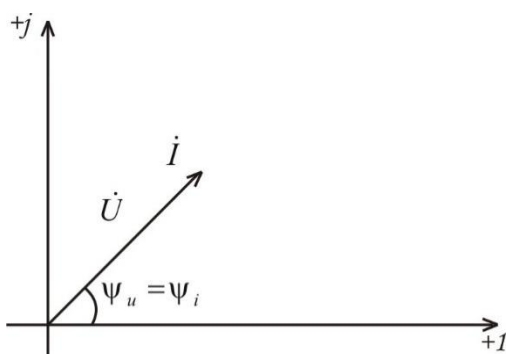


Рисунок 28. Веторна діаграма струму і напруги резистивного елемента

Якщо до R додана напруга

$$\text{то за законом Ома для миттєвих значень} \quad U_m \sin(\omega t + \psi_u), \quad (112)$$

$$I_m \sin(\omega t + \psi_i), \quad \psi_u = \psi_i; \phi = \psi_u - \psi_i = 0 \quad (113)$$

де, закон Ома для амплітуди та діючих значень

$$I_m = U_m R \quad (116)$$

$$\text{Замінімо миттєві значення } U, I \text{ комплексними виразами у показовій формі:} \quad U = U e^{j\psi_u}; I = I e^{j\psi_i} \quad (117)$$

$$U = U e^{j\psi_u}; I = I e^{j\psi_i} \quad (118)$$

Закон Ома у комплексній формі.

$$\sin(\omega t + \psi_u) R = I_m \sin(\omega t + \psi_u) \quad (113)$$

$$UI = U I e^{j(j\psi_u - j\psi_i)} = R e^{j0} = R \Rightarrow I = UR \quad (119)$$

$$\sin(\omega t + \psi_u) R = I_m \sin(\omega t + \psi_u) \quad (113)$$

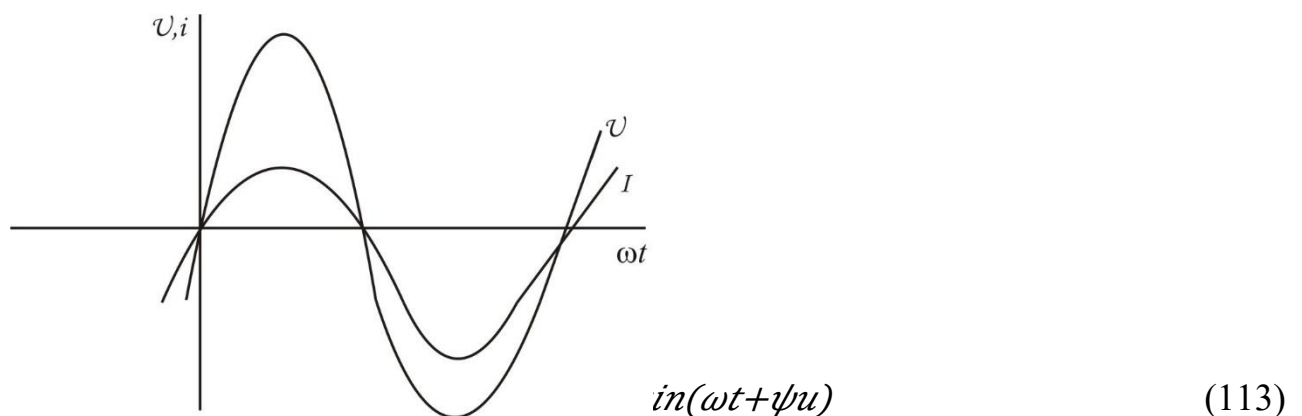


Рисунок 29. Графік струму і напруги резистивного елемента

$$\sin(\omega t + \psi_u) R = I_m \sin(\omega t + \psi_u) \quad (113)$$

Індуктивний елемент кола синусоїдального струму.

Заряди, що рухаються, породжують магнітне поле. Основна

в

є

л

и

ч

и

н

а

,

щ

о

х

а

р

а

к

т

є

р

и

з

и

є

у

и

в

к

Він визначає інтенсивність і напрямок магнітного поля у кожній його точці, тобто є просторовим вектором $[\mathbf{B}] = \text{Тл} = \text{В} \cdot \text{с} / \text{мГ}$.

Інтегральну оцінку магнітного поля дає магнітний потік Φ - скалярна величина, що дорівнює потоку вектора магнітної індукції через поверхню.

$$\Phi = \oint_S \vec{B} d\vec{S}$$

$$[\Phi] = \text{Вб} = \text{В} \cdot \text{с}$$

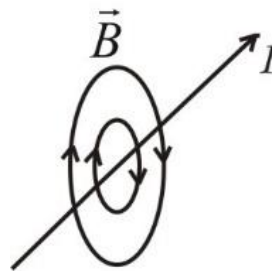
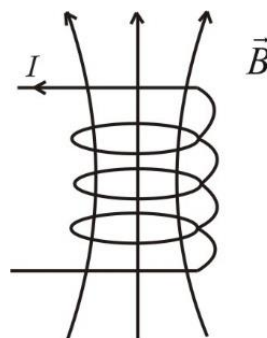


Рисунок 30. Напрямок струму і вектора магнітної індукції $\vec{B}$



р

За законом електромагнітної індукції, магнітний потік, що змінюється в часі, викликає в контурі ЕРС, рівну швидкості зміни потоку:

$$e = - \frac{d\phi}{dt}$$

Для котушки

$$e_l = -\frac{Wd\phi}{dt}$$

де W - Число витків.

ЕРС самоіндукції.

$$e_l = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(Li)}{dt} = -L \frac{di}{dt}$$

У котушці буде струм, якщо напруга на її висновках компенсує ЕРС самоіндукції.

Якщо до L додана напруга

$$U_l = -e_l = L \frac{di}{dt}$$

$$U \sin(\omega t + \psi_u) \quad (125)$$

$$u dt \quad (126)$$

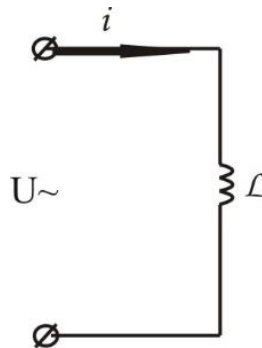


Рисунок 32. Зображення ідеалізованої індуктивності

$$U m \omega L \sin(\omega t + \psi_u - 90^\circ); A = 0 \quad (127)$$

$$I m \sin(\omega t + \psi_i) \quad (128)$$

$$I m = U m \omega L; I = U \omega L \quad (129)$$

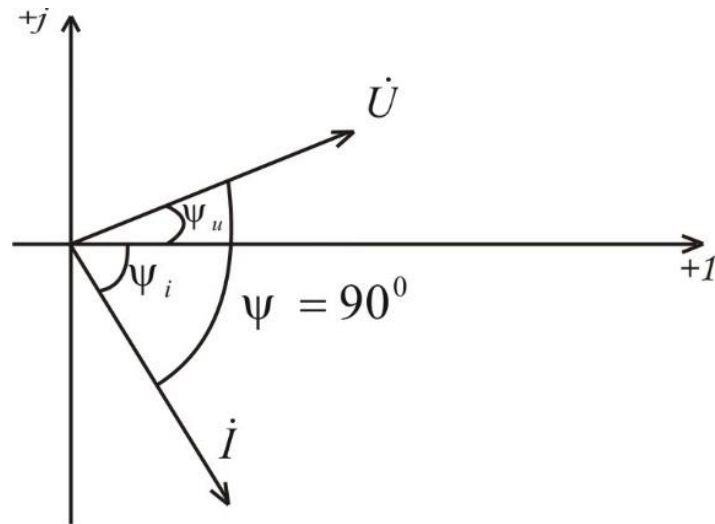


Рисунок 32. Векторна діаграма напруги і струму ідеалізованої індуктивності
Індуктивний опір.

$$XL = \omega L \quad (130)$$

$$[X_L] = \frac{1}{C}; \frac{B \cdot c}{A} = \text{Ом}$$

Індуктивний опір в комплексній формі:

$$Xl = UI \quad (131)$$

Зсув фаз:

$$\psi_i = \psi_u - 90^\circ; \phi = \psi_u - \psi_i = 90^\circ \quad (132)$$

$$UI = Ze^{j(\psi_u - \psi_i)} = \omega L e^{j90^\circ} = \omega L j = jXL \quad (133)$$

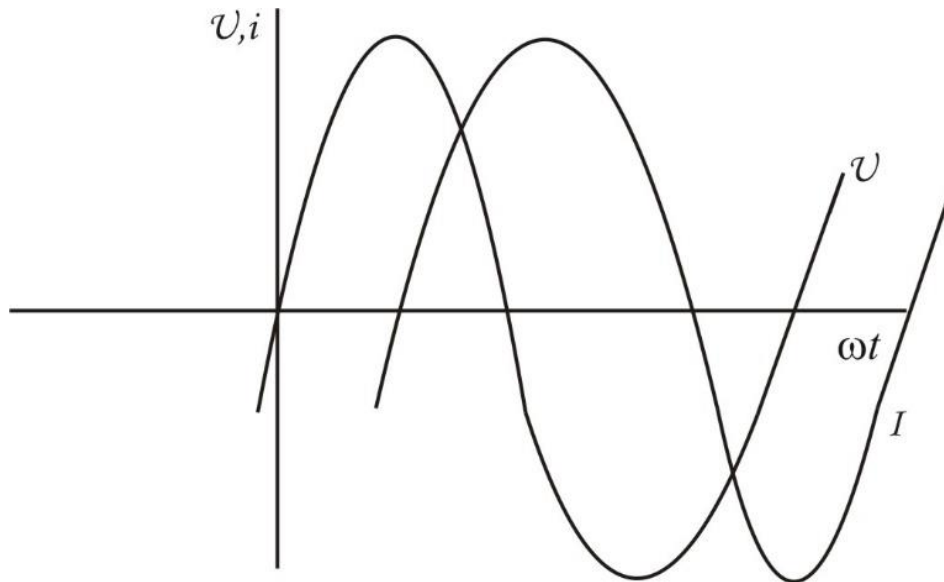


Рисунок 33. Графік напруги і струму ідеалізованої індуктивності

Індуктивний опір в комплексній формі.

$$XL = UI \quad (134)$$

$$ej900 = \cos 900 + j \sin 900 = j \quad (135)$$

Закон Ома в комплексній формі:

$$I = UjXL \quad (136)$$

мнісний елемент в колі синусоїдального струму.

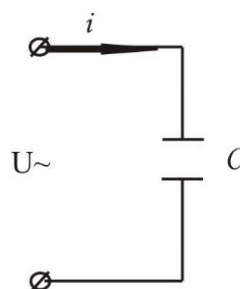


Рисунок 32. Зображення ідеалізованої ємності

$$C - \text{ємність. } [C] = \frac{A \cdot c}{B} = \Phi$$

При зміні напруги заряди q на електродах перерозподіляються, що супроводжується їх рухом, тобто електричним струмом.

$$i = \frac{dq}{dt} = c \frac{dy}{dt} = c \frac{d(U_m \sin(\omega \cdot t + \psi_u))}{dt} = \omega \cdot c U_m \cos(\omega \cdot t + \psi_u) =$$

=

$$I_m = \sin(\omega \cdot t + \psi_i) \quad (138)$$

$$U_m \sin(\omega \cdot t + \psi_u + 90^\circ) \quad (137)$$

$$I_m = \omega \cdot C \cdot U_m; I = \omega \cdot C \cdot U \quad (139)$$

$$[\omega \cdot C] = \frac{1}{c} \frac{K_l}{B} = \frac{1}{C} \frac{A \cdot c}{B} = C_m$$

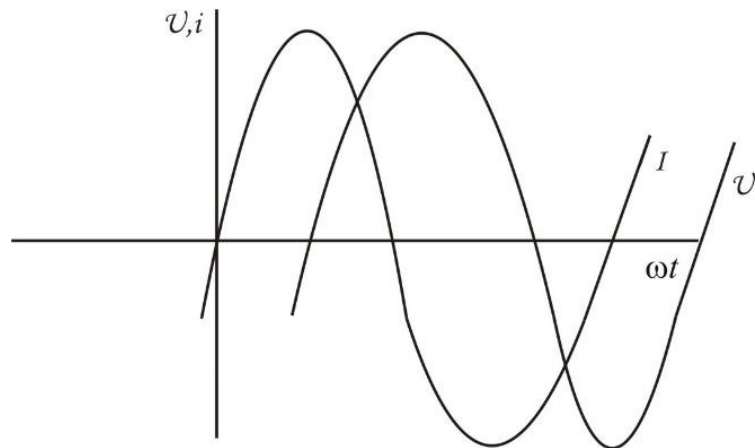


Рисунок 33. Графік напруги і струму ідеалізованої ємності

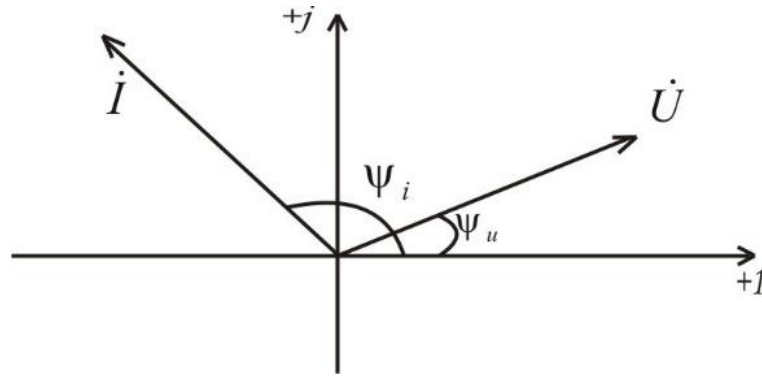


Рисунок 34. Векторна діаграма напруги і струму ідеалізованої ємності

Ємнісний опір:

$$X_C = 1/\omega C \quad (140)$$

Зсув фаз:

$$\psi_i = \psi_u + 90^\circ; \phi = \psi_u - \psi_i = -90^\circ \quad (141)$$

Напруга і струм в комплексній формі:

$$\dot{U} = U e^{j\psi_u}; \dot{I} = I e^{j\psi_i}$$

Відношення напруги і струму в комплексній формі

$$UI = U I e^{j\psi_u - \psi_i} = 1/\omega C e^{-j90^\circ} = -jX_C \quad (142)$$

$$e^{-j90^\circ} = \cos(-90^\circ) + j\sin(-90^\circ) = -j \quad (143)$$

Закон Ома в комплексній формі для ємності:

$$I = U - jX_C; U = -jX_C I \quad (144)$$

оло синусоїдального струму при послідовному з'єднанні елементів.

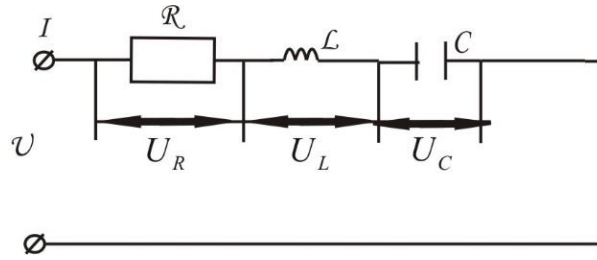


Рисунок 35. Коло синусоїдального струму при послідовному з'єднанні елементів.

Напруга в колі:

=

Струм в колі:

$$U \sin(\omega t + \psi_u) \quad (145)$$

=

Згідно другого закону Кірхгофа для контура для миттєвих значень напруг:

=

$$U_R + U_L + U_C \quad (147)$$

В комплексному вигляді:

$$U = U_R + U_L + U_C \quad (148)$$

Т.к.

$$U_R = RI; U_L = jX_L I; U_C = -jX_C I, \quad (149)$$

де $X_L = \omega L, X_C = \frac{1}{\omega C}$

$$U = RI + jX_L I + (-jX_C) I = I(R + j(X_L - X_C)) \quad (150)$$

Згідно закону Ома

$$I = UZ \quad (151)$$

де комплексний опір:

$$Z=R+j(XL-XC)=R+jX \quad (152)$$

Реактивний опір

$$XL-XC \quad (153)$$

Повний опір в показовій формі:

$$Z=Ze^{j\phi} \quad (154)$$

де модуль комплексного опору або повний опір:

$$Z=\sqrt{R^2+X^2} \quad (155)$$

Н Значення реактивного опору для активно-ємнісного навантаження: $X_L - X_C <$
 а 0, зсув фаз: $\phi < 0$
 ч
 е
 н
 н
 я

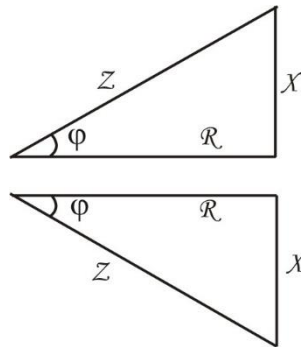


Рисунок 36. Трикутник опорів при послідовному з'єднанні елементів.

$$Z=UI=Ue^{j\psi}Ie^{j\psi} \quad (156)$$

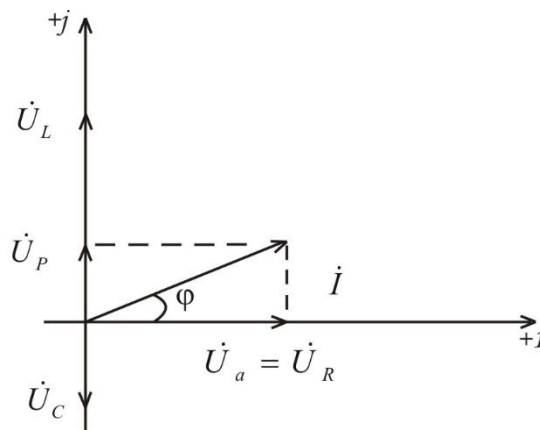


Рисунок 37. Векторна діаграма:

Згідно 2 закону Кірхгофа для напруг контура:

$$U = U_R + U_L + U_C \quad (158)$$

Для комплексу напруги:

$$U = U_a + jU_p \quad (159)$$

$$U_a = U_R; U_p = U_L - U_C \quad (160)$$

Модуль загальної напруги:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} \quad (161)$$

Зсув фаз між загальною напругою і струмом:

$$\tan \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} \quad (162)$$

Коло синусоїдального струму, при паралельному з'єднанні елементів.

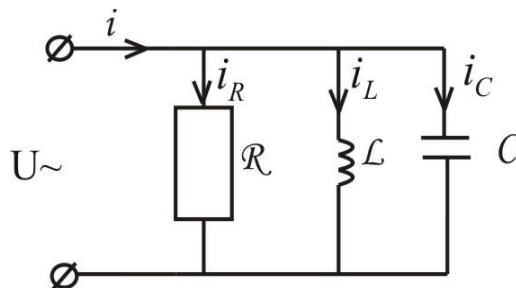


Рисунок 38. Коло синусоїдального струму при паралельному з'єднанні елементів.

Якщо до кола під'єднано джерело синусоїдальної напруги

$$U_m \sin(\omega t + \psi_u) \quad (163)$$

$$\text{За 1-м законом Кірхгофа для миттєвих значень струма:} \quad (164)$$

$$i = i_R + i_L + i_C \quad (165)$$

В комплексному вигляді:

$$I=IR+IL+IC, \quad (166)$$

де

$$I=UZ; IR=UZR; IL=UZL; IC=UZC \quad (167)$$

$$UZ=UZR+UZL+UZC \Rightarrow 1Z=1ZR+1ZL+1ZC \quad (168)$$

Комплексна провідність:

$$Y=1Z \quad (169)$$

Або

$$Y=1Z=1R+jX=RR^2+X^2-jXR^2+X^2 \quad (170)$$

Де активна првідність:

$$\begin{aligned} &= \\ \text{реактивна провідність} \quad &RR^2+X^2=RZ^2 \end{aligned} \quad (171)$$

$$\begin{aligned} &= \\ \text{т.к. індуктивна, ємнісна провідності.} \quad &XR^2+X^2=XZ^2 \end{aligned} \quad (172)$$

$$\begin{aligned} &= \\ \text{Комплексна провідність:} \quad &XL-XC \Rightarrow B=XZ^2=XLZ^2-XCZ^2=BL-BC \end{aligned} \quad (173)$$

$$Y=G-jB=1Z=1Ze^{j\phi}=Ye^{-j\phi} \quad (174)$$

Повна провідність:

$$\begin{aligned} &= \\ \text{Зсув фаз:} \quad &G^2+B^2=G^2+(BL-BC)^2 \end{aligned} \quad (175)$$

$$\begin{aligned} &= \\ &BG=\arctg BL-BCG \end{aligned} \quad (176)$$

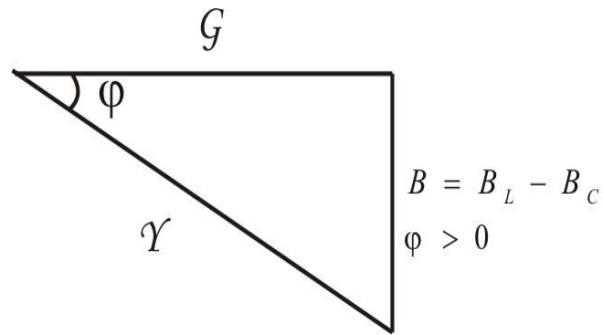


Рисунок 39. Трикутник провідностей

$$Y = Y e^{-j\phi} = I e^{j\psi_i} U e^{j\psi_u} = I U e^{-j(\psi_u - \psi_i)} \quad (177)$$

Повна провідність:

Закон Ома

$$I U$$

$$= \quad (178)$$

$$I = Y U$$

$$(179)$$

$$\underline{Y} = \underline{Y}_R + \underline{Y}_L + \underline{Y}_C = \frac{1}{R} + \left(-j \frac{1}{X_L}\right) + \left(-j \frac{1}{X_C}\right) =$$

=

$$R - j1\omega L - \omega \cdot c = G - jBL - BC; \quad (180)$$

$$\cos \phi = \frac{R}{Z}; \quad -\phi = -\arctg BL - BCG \quad (181)$$

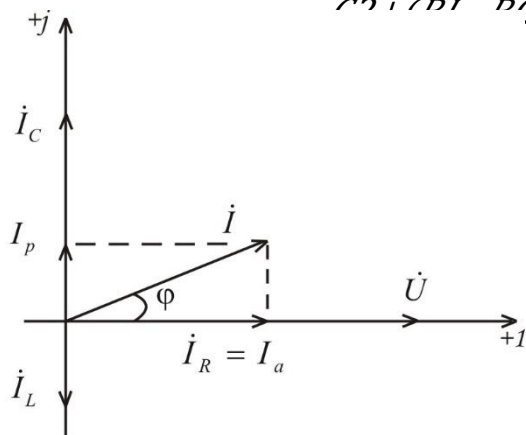


Рисунок 40. Векторна діаграма напруг при паралельному з'єднанні елементів.

=

$$\cos \phi = \frac{R}{Z}; \quad \sin \phi = \frac{X}{Z} \quad (182)$$

$$I = Y U = I_R + I_L + I_C = I_a + j I_p \quad (183)$$

$$IR=YRU; IL=YLU; IC=YCU \quad (184)$$

$$I_u = I \cos \phi; I_P = I \sin \phi \quad (185)$$

$$I_p = UZ_{XZ} = UXZ^2 = BU; \quad (187)$$

$$I_a^2 + I_p^2 \quad (188)$$

Потужність змінного струму.

Миттєва потужність.

Миттєва потужність в котушці і конденсаторі:

Енергія запасена в котушці та конденсаторі.

$$W_L \int P_L dt = \frac{Li^2}{2}; W_C = \int P_C dt = \frac{CU^2}{2}$$

$$\begin{aligned} P &= ui = U_m \sin(\omega t + \psi_u) I_m \sin(\omega t + \psi_i) = \\ &= \frac{U_m I_m}{2} [\cos \phi - \cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i)] = \\ &Li = iL di/dt; PC = Uic = UC du/dt \end{aligned} \quad (190)$$

$$\mathbf{2. \text{ Активна потужність. }} \quad \cos \phi - UI \cos[2\omega t + \psi_u + \psi_i] \quad (191)$$

Активна потужність будь-якого періодичного процесу є середнє арифметичне від миттєвої потужності за період. (190)

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P dt \quad (192)$$

$$\int_0^T P dt = \int_0^T (UI \cos \phi - UI \cos[2\omega t + \psi_u + \psi_i]) dt = UI \cos \phi - 0 \quad (193)$$

Активна потужність:

$$dt; PC = Uic = UC du/dt \quad (196)$$

$$\cos \phi \quad (194)$$

$$UaI=IaU=I2R=U2G \quad (195)$$

$$[P] = B \cdot A = Bm$$

Активна потужність фізично є енергією, яка виділяється в одиницю часу у вигляді теплоти на ділянці електричного кола з опором R.

Реактивна потужність.

$$P_{реакт.} = PL + PC = 1T0Tuidt = 0 \quad (196)$$

Потужність реактивних елементів у середньому за період дорівнює нулю, але протягом чверті періоду вона позитивна, що фізично означає накопичення енергії в магнітному полі котушки або в електричному полі конденсатора а протягом наступної чверті періоду - негативна, що відповідає зворотному процесу. Потужність енергії, що коливається, на відміну від активної називають реактивною і позначають буквою Q.

Кількісно її характеризують амплітудою миттєвої потужності реактивних елементів:

Реактивна потужність:

$$U_L - U_C) I = U \cdot I \cdot \sin \phi \quad (197)$$

$$U_p \cdot \bar{I} = I_p \cdot U = X \cdot I^2 = BU^2 \quad (198)$$

p

4. Повна потужність. (Вольт-ампер реактивний)

Під повною потужністю ділянки розуміють максимально можливу потужність при заданих напругах та струмах, тобто. при $\cos \phi = 1$

Повна потужність:

$$[S] = B \cdot A = BA - (\text{Вольт-ампер})$$

$$I^2Z = U^2Y = P_2 - Q_2 \quad (200)$$

отужність у комплексній формі.

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= \dot{U} \cdot \dot{I}^* = U \cdot e^{j\psi_u} I \cdot e^{-j\psi_i} = \\ &= UI \cdot e^{j\phi} = UI \cdot \cos \phi + jUI \cdot \sin \phi = P + jQ \\ U \cdot I^* &= UI \cdot e^{j\phi} = S \cdot e^{j\phi} = S \end{aligned} \quad (201)$$

Комплексна потужність:

$$S = U \cdot I^* = P + jQ = S \cdot e^{j\phi} \quad (202)$$

Активна потужність:

$$\text{Реактивна потужність:} \quad \text{Re}(U \cdot I^*) \quad (203)$$

$$\text{Im}(U \cdot I^*) \quad (204)$$

оефіцієнт потужності.

Коефіцієнт потужності показує, яка частина електричної енергії незворотно перетворюється на інші види і, зокрема, використовується виконання корисної роботи. $PS = \cos \phi$ (205)

Трифазні кола.

3.1. Основні визначення. Трифазна система ЕРС.

Багатофазна система електричних кіл є сукупність кількох однофазних електричних кіл у кожному з яких діє синусоїдальні ЕРС однієї й тієї ж частоти, що створюються загальним джерелом енергії і зрушені один щодо одного по фазі на той самий кут.

«Фаза» - назва однофазного кола, що входить у багатофазну систему (коло), та кут, що характеризує стадію періодичного процесу.

Зазвичай застосовують симетричні багатофазні системи, у яких амплітудні значення ЕРС однакові, а фази зрушені одна щодо одної на той самий кут $\frac{2\pi}{m}$, де m – число фаз. Найчастіше в електротехніці використовують двофазні, трифазні, шестифазні та дванадцятифазні кола.

Трифазні кола – це сукупність трьох однофазних кіл, у яких діють

Джерелом електричної енергії трифазного кола є синхронний генератор, в трьох обмотках якого конструктивно зрушених один щодо одного на кут $\frac{2\pi}{3}$ і званих фазами; індуються 3 ЕРС, фази яких у свою чергу також зрушені відносно один

Початок обмоток зміщені щодо один одного на кут $\frac{2\pi}{3}$, і відповідно їх кінці також зсунуті відносно один одного на кут $\frac{2\pi}{3}$. ЕРС в обмотках статора індуються

внаслідок їх перетину витків магнітним полем. При рівномірній частоті обертання ротора в статорних обмотках індуються синусоїдальні ЕРС однакової частоти,

З
Н
я
і
у
н
р
у
с
і
πЗ.

п
д
о
н

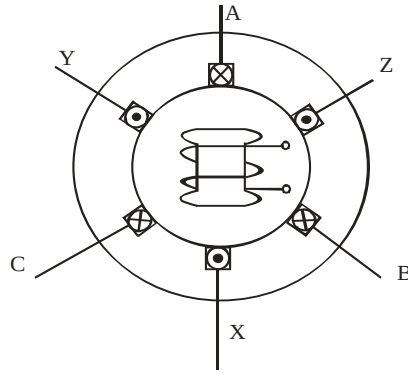


Рисунок 41. Обмотка генератора трифазної системи ЕРС

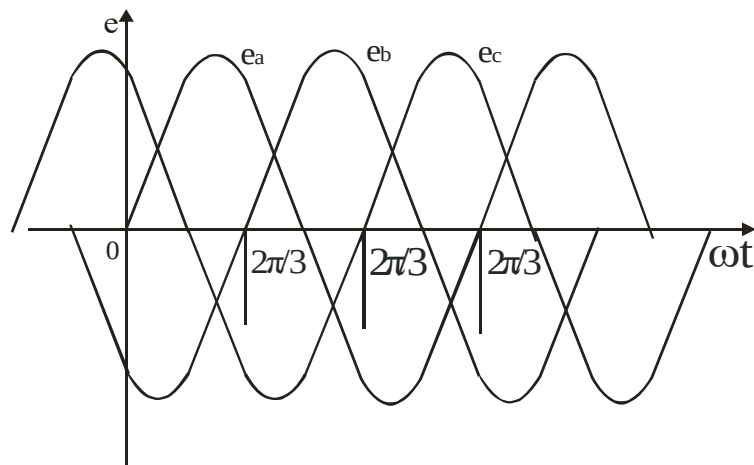


Рисунок 42. Графік трифазної системи ЕРС

За умовний позитивний напрямок ЕРС у кожній фазі генератора приймають напрямок від кінця до кінця обмоток.

Аналітичний вираз ЕРС:

$$e_a = E_m \sin \omega \cdot t \quad (206)$$

$$e_B = E_m \sin(\omega \cdot t - 2\pi/3) \quad (207)$$

$$e_C = E_m \sin(\omega \cdot t + 2\pi/3) \quad (208)$$

$$E_A = E \cdot e^{j0} = E \quad (209)$$

$$E_B = E \cdot e^{-j2\pi/3} = E \cos(-2\pi/3) + jE \sin(-2\pi/3) = -1/2 E - j\sqrt{3}/2 E \quad (210)$$

$$E_C = E \cdot e^{j2\pi/3} = E \cos 2\pi/3 + jE \sin 2\pi/3 = -1/2 E + j\sqrt{3}/2 E \quad (211)$$

Система ЕРС в генераторі:

$$e_a + e_B + e_C = 0 \quad (212)$$

$$EA+EB+EC=0$$

(213)

Алгебраїчна сума миттєвих значень ЕРС симетричної трифазної системи дорівнює нулю.

3.2. Способи з'єднання фаз джерела трифазного струму.

Трифазне коло, фази якого електрично не пов'язані один з одним називають незв'язаним.

Незв'язані трифазні кола неекономічні і зазвичай їх не застосовують.

Н

Провіди, що з'єднують початку фаз А, В, С з приймачем називають лінійними.

Напруги між початками А, В, С фаз джерела або між лінійними проводами

Фазними струмами (I_{ϕ}) називаються струми, що проходять через кожну фазу приймача чи джерела.

и

Л

в
м
і
а
і
н
ю
ж
і
т
й
б
н
с
о
и
я
ч
м
а
и
л
т
і
к
с
н
о
с
і
м
р
и
у
н
т
м
и
а
а

1. Незв'язаний ланцюг.

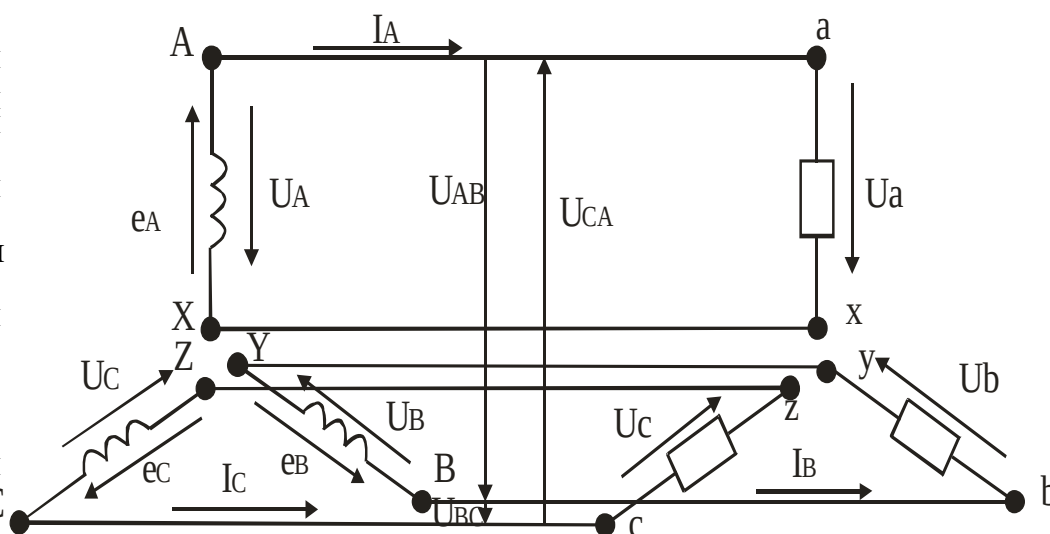


Рисунок 43. Незв'язана трифазна система ЕРС

1. Поєднання фаз джерела зіркою.

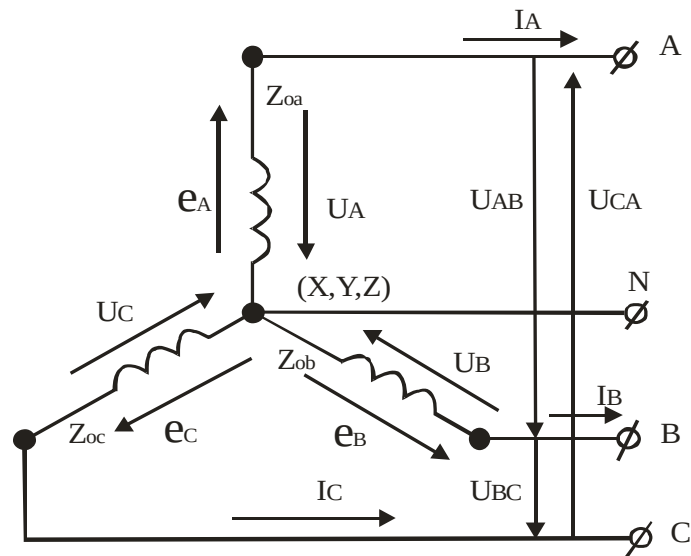


Рисунок 44. З'єднання фаз генератора зіркою

Умовні позитивні напрямки:

Позитивний напрям напруги у кожній фазі – від початку фази до її кінця.

Позитивний напрямок лінійної напруги – від початку 1 фази до початку іншої U_{AB} –від А к В, U_{BC} –від В к С, U_{CA} –від С к А).

Лінійні струми - від джерела до приймача.

Фазні струми джерела збігаються з напрямом ЕРС.

Фазні струми та напруга приймачів спрямовані в один і той же бік.

При з'єднанні фаз джерела зіркою кінці фаз XYZ об'єднані в загальну точку N, яку називають нейтральною, а початок фаз ABC за допомогою проводів з'єднані з приймачем.

За другим законом Кірхгофа:

$$E_A = I_A \cdot Z_{NA} + U_A; U_A = E_A - I_A \cdot Z_{NA} \quad (214)$$

$$E_B = I_B \cdot Z_{NB} + U_B; U_B = E_B - I_B \cdot Z_{NB} \quad (215)$$

$$E_C = I_C \cdot Z_{NC} + U_C; U_C = E_C - I_C \cdot Z_{NC} \quad (216)$$

$$U_{AB} = U_A - U_B; U_{BC} = U_B - U_C; U_{CA} = U_C - U_A \quad (217)$$

Для симетричного джерела:

$$U_A = U_B = U_C = U_\phi; U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_L \quad (218)$$

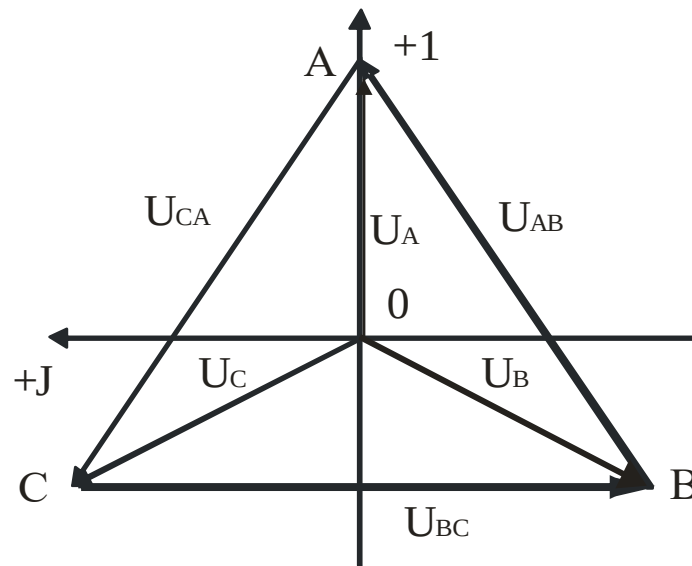


Рисунок 45. Векторна діаграма напруг для з'єднання фаз генератора зіркою

1. З'єднання фаз генератора трикутником.

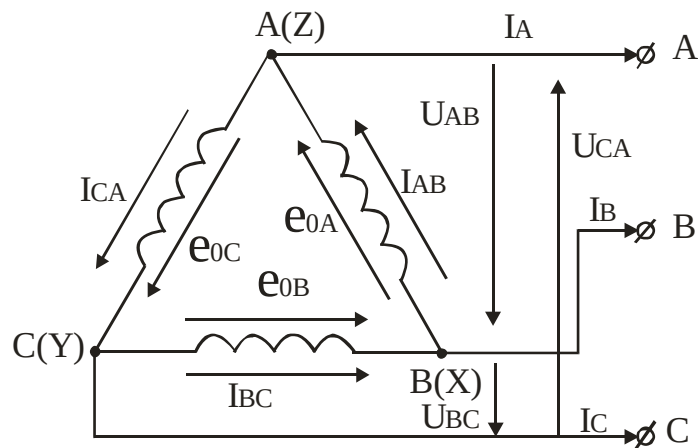


Рисунок 46. З'єднання фаз генератора трикутником

При з'єднанні фаз джерела трикутником кінець кожної фази з'єднаний з початком наступної, а початок фаз А, В, С за допомогою проводів приймача.

$$U_L = U_\varphi \quad (221)$$

Незалежно від способу з'єднання фаз джерела лінійні напруги однакові а зсунуті по фазі відносно один одного на кут $\frac{2\pi}{3}$, внаслідок чого сума їх миттєвих значень або векторів завжди дорівнює 0. Однак значення лінійних напруг при з'єднанні фаз джерела трикутником будуть $\sqrt{3}$ раз менше, ніж значення лінійних напруг при з'єднанні фаз зіркою.

$$U_{AB} = U_\varphi e^{j0^\circ} \quad (222)$$

$$U_{BC} = U_\varphi e^{-j120^\circ} \quad (223)$$

$$U_{CA} = U_\varphi e^{j120^\circ} \quad (225)$$

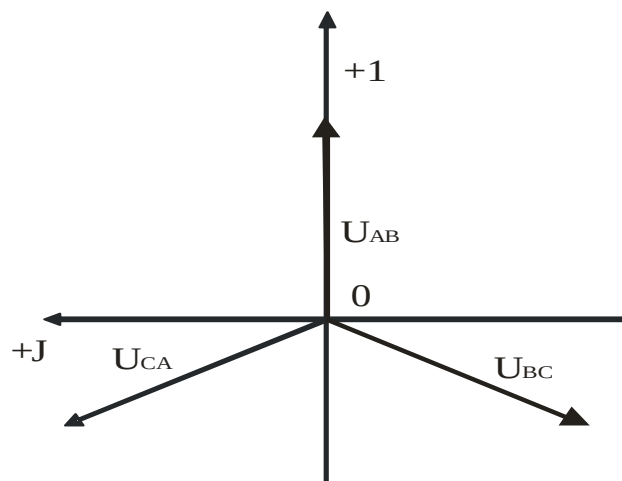


Рисунок 47. Векторна діаграма напруг при з'єднанні фаз генератора трикутником

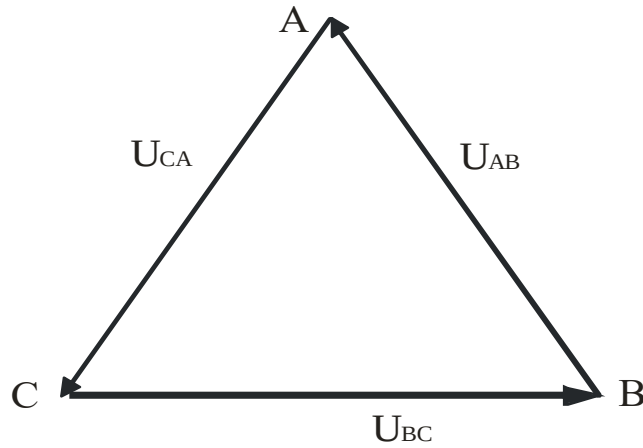


Рисунок 48. Топографічна векторна діаграма напруг при з'єднанні фаз генератора трикутником

3. Трифазні кола при з'єднанні приймачів зіркою.

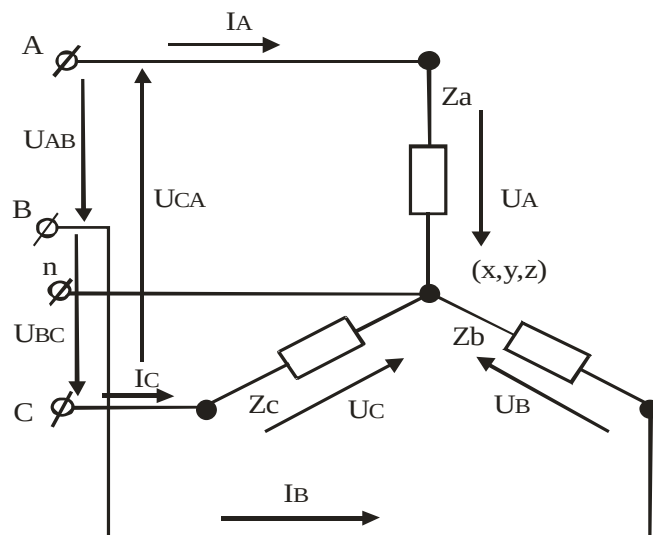


Рисунок 49. З'єднання фаз навантаження зіркою

При з'єднанні приймачів зіркою кінці фаз приймача з'єднані в загальний вузол n а початку a, b, c з'єднані з початками джерела A, B, C.

Нейтральний провід – провід, що з'єднує вузли N і n.

$$I_{\phi} = I_l \quad (226)$$

За першим законом Кірхгофа

$$I_A + I_B + I_C - I_n = 0 \quad (227)$$

$$IA+IB+IC=InN$$

(228)

Струми у фазах навантаження.

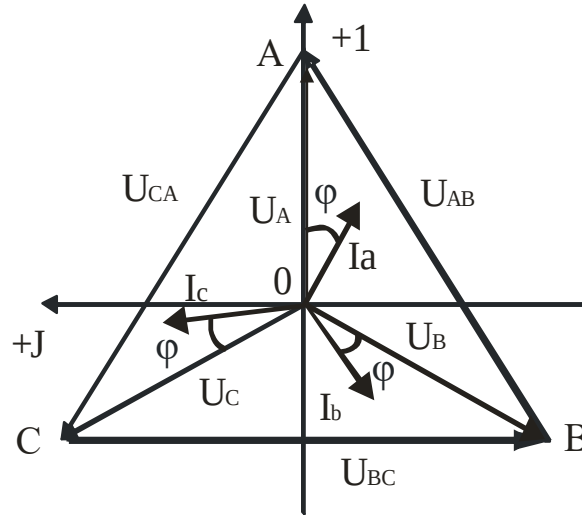


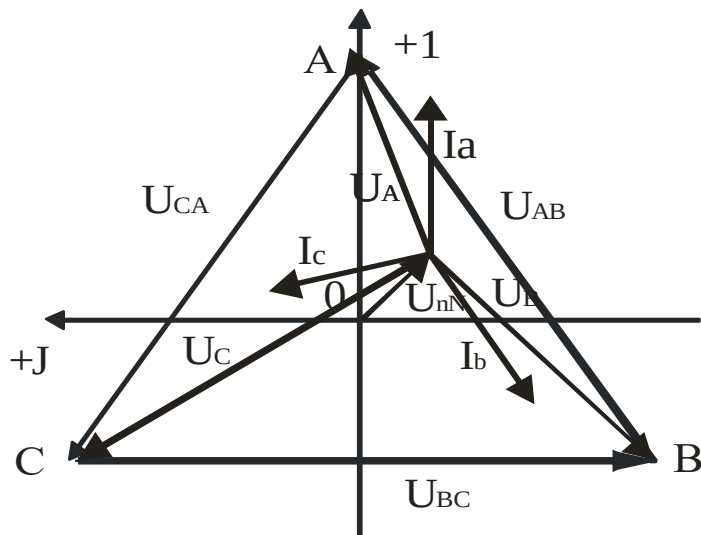
Рисунок 50. Векторна діаграма напруг і струмів при з'єднанні симетричного навантаження зіркою

За другим законом Кірхгофа напруги на фазах навантаження:

$$U_a=U_A-U_{Nn}; U_b=U_B-U_{Nn}; U_c=U_C-U_{Nn}; \quad (230)$$

По методу двох вузлів:

Напруга зсуву нейтралі.



$$\cdot Y_a+U_B \cdot Y_b+U_C \cdot Y_c Y_a+Y_b+Y_c$$

(231)

Рисунок 51. Векторна діаграма напруг і струмів при з'єднанні несиметричного навантаження зіркою без нульового дроту

$$Z_n N = 0$$

$\dot{U}_{Nn} = 0$ тобто нейтральний провід дозволяє вирівнювати напругу на фазах приймача і підтримувати їх незмінними, рівними фаз напруг джерела $U_l / \sqrt{3}$, тобто. нейтральний провід забезпечує симетрію фазних напруг приймача.

$$I_A + I_B + I_C = 0; I_n N = 0 \quad (232)$$

Симетричне навантаження

$$Z_a = Z_b = Z_c \quad Z_a \neq Z_b = Z_c \quad (233)$$

$$I_n N = 0 \quad (235)$$

Тобто можна використовувати коло без нульового дроту.

$$I_a + I_b + I_c = 0 \quad (236)$$

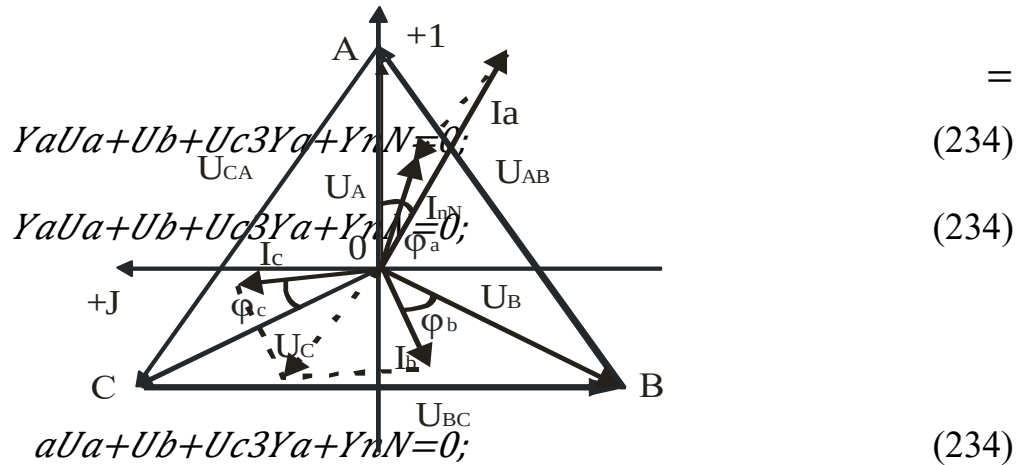


Рисунок 52. Векторна діаграма напруг і струмів при з'єднанні несиметричного навантаження зіркою з нульовим дротом

$$U_a + U_b + U_c 3 Y_a + Y_n N = 0; \quad (234)$$

$$U_a + U_b + U_c 3 Y_a + Y_n N = 0; \quad (234)$$

$$U_a + U_b + U_c 3 Y_a + Y_n N = 0; \quad (234)$$

$$U_a + U_b + U_c 3 Y_a + Y_n N = 0; \quad (234)$$

$$U_a + U_b + U_c 3 Y_a + Y_n N = 0; \quad (234)$$

3.4. Трифазні кола при з'єднанні приймачів трикутником.

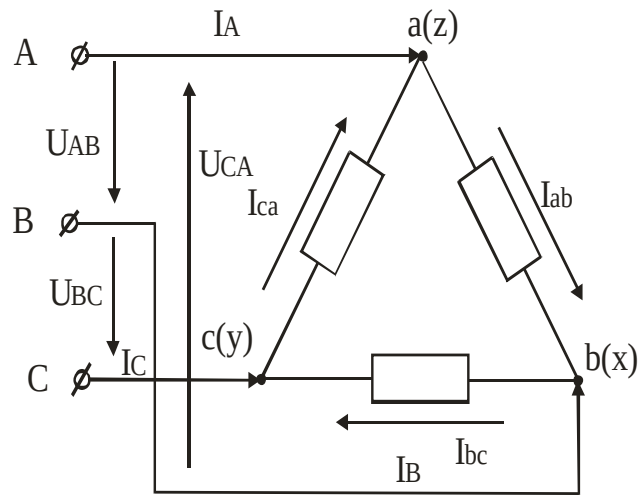


Рисунок 53. З'єднання фаз навантаження трикутником

При з'єднанні приймачів трикутником кінець кожної фази приймача з'єднується з початком наступної фази вершини трикутника з початками джерела

Струми у фазах навантаження.

За першим законом Кірхгофа:

Вузол а:

$$I_A = I_{ab} - I_{ca} \quad (238)$$

Вузол b:

$$I_B = I_{bc} - I_{ab} \quad (239)$$

Вузол c:

$$I_C = I_{ca} - I_{bc} \quad (240)$$

Лінійні струми.

$$IA+IB+IC=0 \quad (241)$$

При симетричному навантаженні:

$$Z_{ab}=Z_{bc}=Z_{ca}, \quad (242)$$

т.к.

$$U_{ab}=U_{bc}=U_{ca} \quad (243)$$

$$I_{ab}=I_{bc}=I_{ca}=I_{\phi} \quad (244)$$

$$\phi_{ab}=\phi_{bc}=\phi_{ca}=\phi \quad (245)$$

$$I_{\Lambda}=3 \cdot I_{\phi} \quad (246)$$

$$Z_{ab} \neq Z_{bc} = Z_{ca} \quad Z_{ab} = \infty, Z_{bc} = Z_{ca} \quad (247)$$

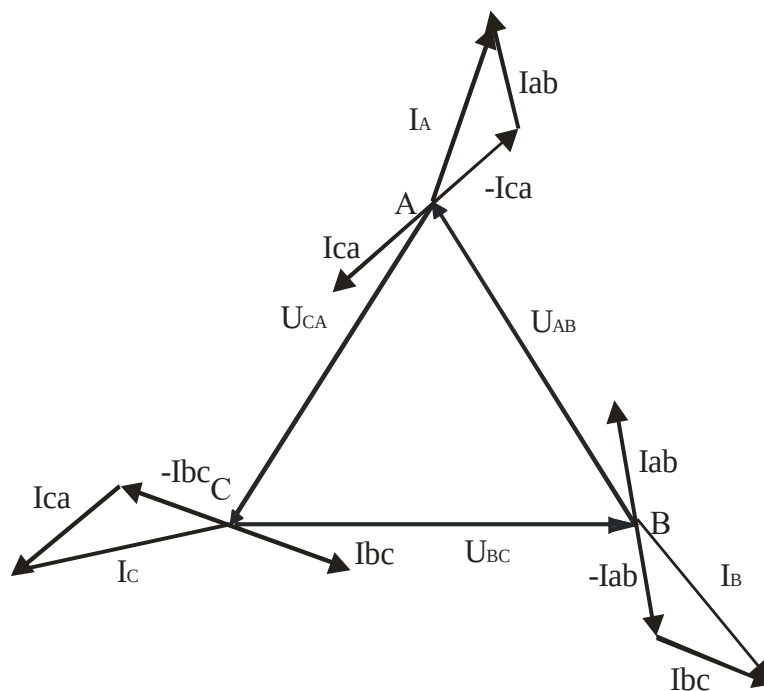


Рисунок 54. Топографічна векторна діаграма напруг і струмів при з'єднанні симетричного навантаження трикутником

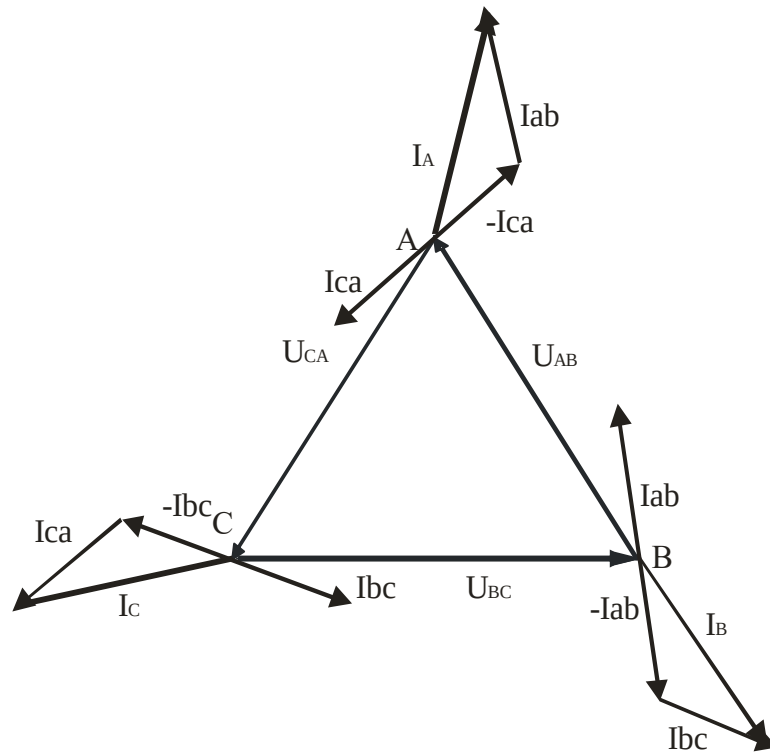


Рисунок 55. Топографічна векторна діаграма напруг і струмів при з'єднанні несиметричного навантаження трикутником

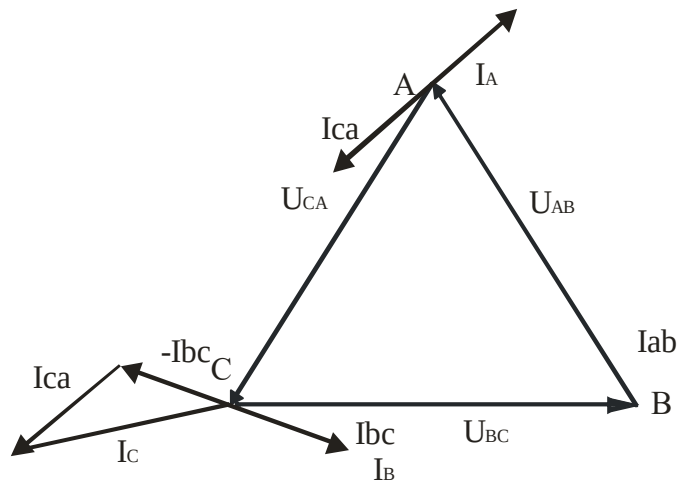


Рисунок 56. Топографічна векторна діаграма напруг і струмів при обриві лінійного дроту для з'єднання симетричного навантаження трикутником

5. Потужність трифазного кола.

Трифазне коло являє собою сукупність трьох однофазних кіл, тому активна і реактивна потужності трифазного кола дорівнюють сумі потужностей окремих фаз.

Активна потужність трифазного кола при з'єднанні навантаження зіркою

=

Активна потужність трифазного кола при з'єднанні навантаження трикутником

=

Реактивна потужність трифазного кола при з'єднанні навантаження зіркою

=

Реактивна потужність трифазного кола при з'єднанні навантаження трикутником

=

Активна потужність кожної фази розраховується так само, як і для однофазного приймача:

Потужність окремої фази:

$$P_{\phi} = U_{\phi} \cdot I_{\phi} \cdot \cos \phi_{\phi} = R_{\phi} \cdot I_{\phi}^2 \quad (252)$$

$$Q_{\phi} = U_{\phi} \cdot I_{\phi} \cdot \sin \phi_{\phi} = X_{\phi} \cdot I_{\phi}^2 \quad (253)$$

Повна потужність трифазного кола:

=

У комплексній формі:

$$S = P + jQ = \text{алг.} P_{\phi} + j \text{алг.} Q_{\phi} \quad (255)$$

Потужність при симетричному навантаженні.

При симетричному навантаженні потужності всіх фаз однакові, тому потужність трифазного кола дорівнює потрійній потужності однієї фази:

$$P_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi} \cdot \cos \phi_{\phi} \quad (256)$$

$$Q_{\phi} = 3U_{\phi}I_{\phi} \cdot \sin \phi_{\phi}; \quad (257)$$

Вираз потужності через лінійні напруги та струми:

$$U_{\phi}I_{\phi} \quad (258)$$

$$Y: U_{\phi} = \frac{U_{\Lambda}}{\sqrt{3}}; I_{\phi} = I_{\Lambda}$$

$$P = 3 \frac{U_{\Lambda}}{\sqrt{3}} I_{\Lambda} \cdot \cos \phi_{\phi} = \sqrt{3} \cdot U_{\Lambda} \cdot I_{\Lambda} \cos \phi_{\phi} \quad (259)$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot U_{\Lambda} \cdot I_{\Lambda} \cdot \sin \phi_{\phi}; \quad (260)$$

$$S = \sqrt{3} \cdot U_{\Lambda} \cdot I_{\Lambda}; \quad (261)$$

$$\Delta: U_{\phi} = U_{\Lambda}; I_{\phi} = \frac{I_{\Lambda}}{\sqrt{3}};$$

$$P = 3 \cdot U_{\Lambda} \cdot \frac{I_{\Lambda}}{\sqrt{3}} \cos \phi_{\phi} = \sqrt{3} \cdot U_{\Lambda} \cdot I_{\Lambda} \cdot \cos \phi_{\phi} \quad (262)$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot U_{\Lambda} \cdot I_{\Lambda} \cdot \sin \phi_{\phi}; \quad (263)$$

Таким чином, при симетричному навантаженні формули потужності незалежно від схеми з'єднання приймачів однакові. (264)

4. Електромагнітні пристрої та трансформатори.

4.1. Котушка з феромагнітним сердечником у колі синусоїдального струму.

Однією з особливостей магнітних ланцюгів зі змінною МДС і те, що струми в обмотках і магнітні потоки в сердечниках взаємопов'язані, тобто. магнітний потік залежить від струмів в обмотках, а струми залежить від характеру зміни магнітного потоку.

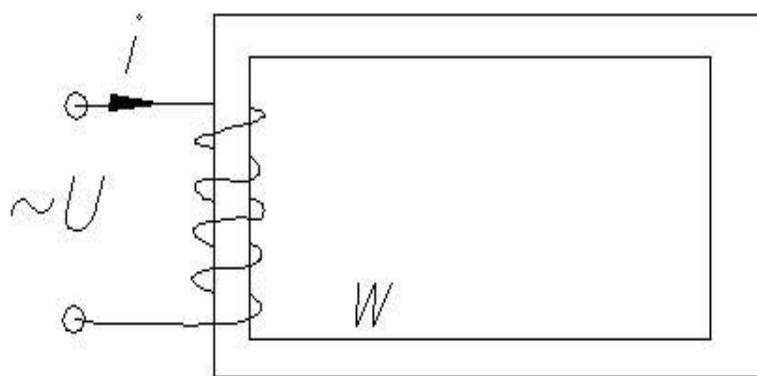


Рисунок 57. Котушка з феромагнітним осердям

1. Втрати в сталевому осерді.

У магнітному колі зі змінною магніторушійною силою (МРС) поряд з активною потужністю, що витрачається в активному опорі котушки, ця потужність витрачається також на нагрівання феромагнітного осердя, що обумовлено гістерезисом та вихровими струмами.

а) Вихрові струми (струми Фуко).

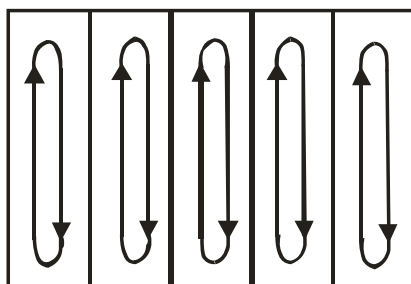


Рисунок 58. Струми Фуко

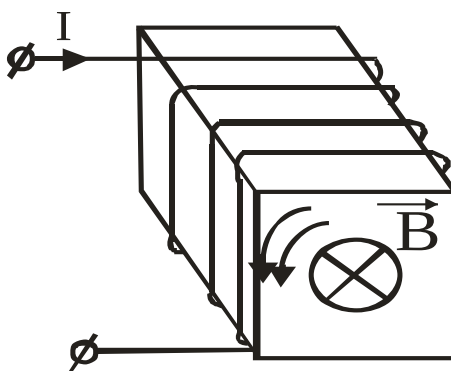


Рисунок 59. Виникнення струмів Фуко

У сердечнику під дією змінного магнітного потоку, що пронизує сердечник, виникають вихрові струми, які замикаються в сердечнику. Вихрові струми роблять розмагнічуючу дію на магнітопровід, оскільки, згідно з правилом Ленца, магнітне поле вихрових струмів є розмагнічуючим по відношенню до магнітного поля, що їх індукуює. Т.к. дія вихрових струмів, які розмагнічують, зменшується від центру сердечника до його поверхні, відбувається хіба що витіснення основного магнітного потоку з середини осердя до його поверхні, тобто створюється магнітний поверхневий ефект. Магнітний поверхневий ефект зростає з підвищенням частоти змінного струму і особливо помітно починає проявлятися при частотах близько 1000 Гц і вище.

Для зменшення втрат енергії від вихрових струмів і зниження їх дії, що екранує, магнітопроводи виготовляють набраними з тонких листів сталі, ізольованих один від одного лаком.

50 Гц $\sim$ 0,35 – 0,5 мм

400 Гц $\sim$ 0,1 – 0,35 мм

$\sim$ 1000 Гц $\sim$ 0,02 – 0,05 мм

вище – 0,005 мм

30 – 50 МГц – сердечник з магнітодіелектрика та феритів.

Потужність втрат від вихрових струмів:

$$P_v = \delta_v f 2 B_m 2 G \quad (265)$$

де δ_v - коефіцієнт вихрових струмів, що залежить від сорту сталі та товщини сталевих листів;

f – частота струму;

B_m - амплітуда магнітної індукції;

G – маса сердечника.

б) Перемагнічування (втрати від гістерези).

Потужність втрат від гістерезиса описується емпіричною формулою:

$$P_z = \delta_z f B_m n G \quad (266)$$

де δ_z - гістерезисний коефіцієнт, що залежить від сорту сталі та розмірів сталевих листів (визначається експериментально);

n – показник амплітуди магнітної індукції

$n = 1,6$ при $B_m < 1$ Тл та $n = 2$ при $B_m = 1 \div 1,6$ Тл).

Для зменшення втрат на гістерезис осердя електротехнічних пристроїв, що працюють на змінному струмі, виготовляють з магнітом'яких феромагнетиків з вузькою петлею гістерезису.

4.2. Рівняння напруги.

Змінна МРС котушки W буде збуджувати основний (робочий) магнітний потік Φ , що замикається по сердечнику і зчеплюється з усіма витками котушки, а також потік розсіювання Φ_o , який частково проходить по осердю і замикається в основному по повітрю, причому він може бути зчеплений лише з частиною витків.

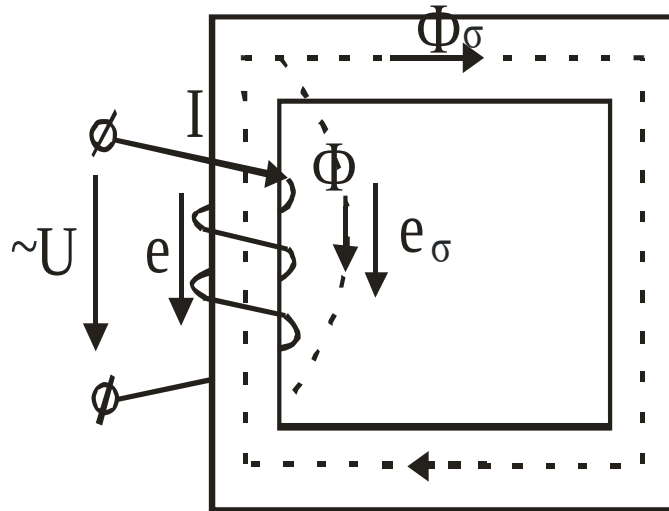


Рисунок 60. Котушка з феромагнітним осердям для рівняння напруг

Робочий магнітний потік, зчеплений з усіма витками котушки W , створює

Робоче потокозчеплення індукує в котушці Е.Д.С. самоіндукції e , а потокозчеплення розсіювання - ЕРС самоіндукції e_σ , які відповідно дорівнюють

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (267)$$

$$e_\sigma = - \frac{d\Phi_\sigma}{dt} \quad (268)$$

Т.к. в повітрі не може бути гістерезу і вихрових струмів, а магнітна проникність повітря μ_0 і його магнітний опір R_{om} постійні, то потокозчеплення розсіювання пропорційно струму котушки і збігається з ним по фазі.

$$\Psi_\sigma = L_\sigma \cdot I \quad (268)$$

Отже, індуктивність розсіювання L_σ – величина стала, і залежність потокозчеплення від струму котушки лінійна.

$$e_\sigma = - L_\sigma \frac{di}{dt} \quad (269)$$

Відповідно до другого закону Кірхгофа, рівняння, що характеризує електричний стан котушки з феромагнітним осердям має вигляд:

$$e_\sigma + Ri = -e + L \frac{di}{dt} + Ri \quad (270)$$

При цьому струм залежить не тільки від прикладеної до котушки напруги та від її опору R , як це мало місце при живленні котушки постійним струмом, але також і від ЕРС e та e_δ .

Т.к магнітний опір проходженню основного магнітного потоку для ділянок шляху в феромагнітному осерді котушки мізерно мало в порівнянні з магнітним опором проходженню потоку розсіювання повітряних ділянок, то $\Phi \gg \Phi_\sigma$ і отже $l \gg l_\sigma$.

Поруч із у котушок з феромагнітним сердечником ЕРС e значно більше падіння напруги в активному опорі (iR), тому слід, що значення струму котушки найбільше впливає ЕРС e .

Схема заміщення котушки з феромагнітним осердям.

Відповідно до рівняння напруг котушку з феромагнітним сердечником можна замінити двома послідовно з'єднаними котушками: одна з яких має активний опір R та індуктивність L_σ , а інша складається з котушки з W числом витків і $R = 0$ розташована на феромагнітному сердечнику. Її магнітний потік замикається тільки по феромагнітному сердечнику і називається вона ідеалізованою котушкою з феромагнітним сердечником.

Напруга на затискачах згідно з другим законом Кірхгофа

$$u' = - e. \quad (271)$$

Між магнітною індукцією B_m напруженістю магнітного поля H у феромагнітному осерді існує нелінійна залежність, що характеризується динамічною петлею гістерези. Отже, для котушки з феромагнітним осердям має місце нелінійна залежність між основним магнітним потоком, що замикається через сердечник, струмом, тобто котушку з феромагнітним сердечником не можна характеризувати постійною індуктивністю L . Таким чином, в ідеалізованій котушці з феромагнітним сердечником немає лінійної залежності між напругою u' і струмом

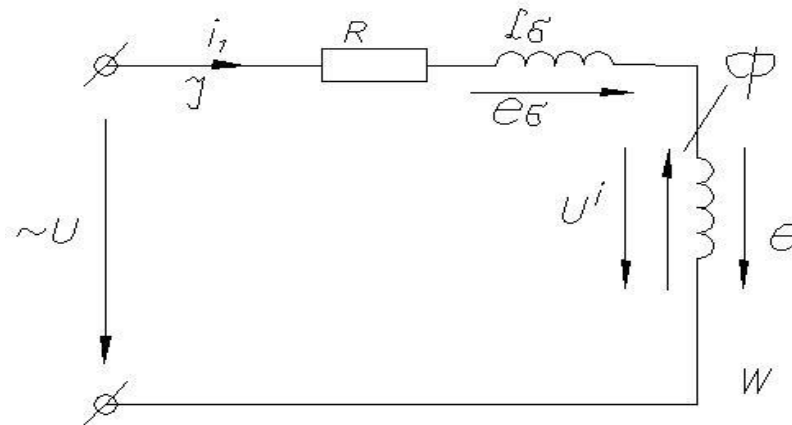


Рисунок 61. Схема заміщення реальної котушки індуктивності

Тому за аналізі доводиться використовувати безпосередньо залежність між ЕРС та потокозчепленням. Для синусоїдального магнітного потоку

$$\Phi = \Phi_m \sin \omega t. \quad (271)$$

Цей зв'язок в ідеалізованій котушці має вигляд

$$e = -W \frac{d\Phi}{dt} = -W \frac{d(\sin \omega t) \Phi_m}{dt} =$$

$$=$$

$$\Phi_m \sin(\omega t - \pi/2) = E_m \sin(\omega t - \pi/2), \quad (272)$$

звідки чинне значення ЕРС.

$$E_m = 2\pi f W \Phi_m \approx 4,44 f W \Phi_m \quad (273)$$

Якщо ідеалізована котушка з феромагнітним осердям включена на синусоїдальну напругу

$$u' = U_m \sin \omega t, \quad (274)$$

то змінний струм. Протікає через неї, збуджує в сердечнику змінний магнітний потік Φ . Магнітний потік, своєю чергою, індукуює в обмотці ЕРС.

і

д

с

т

яка пропорційна зміні струму, т.к. індуктивність котушки не постійна

$$U = - e \quad (276)$$

$$U_m \sin \omega t = W \frac{d\Phi}{dt} \quad (277)$$

характер зміни магнітного потоку в часі в осерді

$$\Phi = \frac{U_m}{2\pi f W} \int \sin \omega t dt = \frac{U_m}{2\pi f W} \cos \omega t = \quad (278)$$

$$U_m 2\pi f W \sin(\omega t - \pi/2) \quad (279)$$

де

$$U_m 2\pi f W \sin(\omega t - \pi/2) = \Phi_m \sin(\omega t - \pi/2), \quad (280)$$

$$\Phi_m = U_m 2\pi f W = U 2\pi f W = U 4.44 f W \quad (281)$$

Крива струму є несинусоїдальною, симетричною щодо осі абсцис, причому нульова фаза струму і через вплив гістерезису випереджає нульову фазу потоку Φ , максимальних значень струм і потік досягає в один і той же час. Несинусоїдальність форми кривої струму визначається нелінійною залежністю магнітного потоку від струму, причому відмінність від синусоїди буде тим більшою, чим більше відхиляється від прямої форми динамічної петлі. Крім того, чим ширше ця петля, тим більше зсув нульових фаз струму та магнітного потоку.

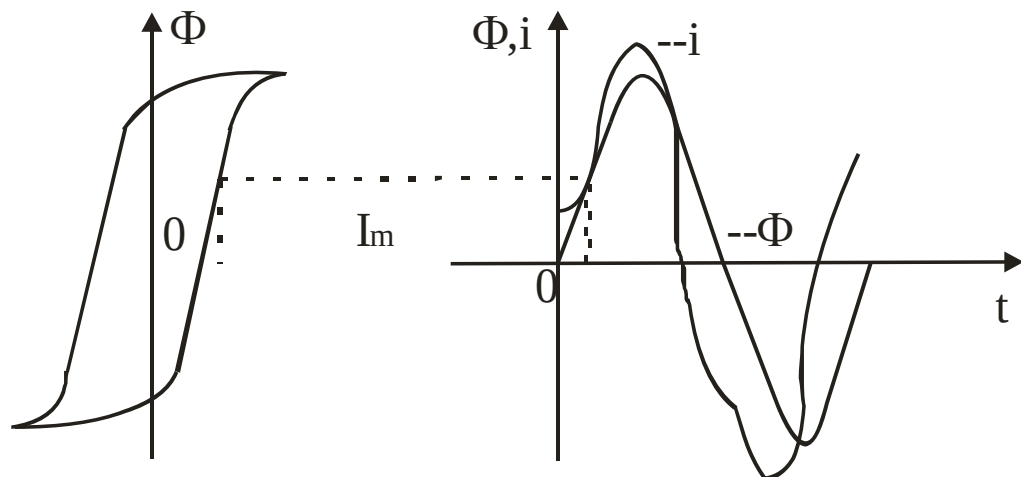


Рисунок 62. Форма струму в котушці з феромагнітним осердям

При $\Phi = 0$ напруга і струм котушки не дорівнюють нулю. Це свідчить, що ідеалізована котушка споживає активну потужність, яка дорівнює втратам потужності P_c у її феромагнітному сердечнику.

Значний вплив на амплітуду та форму кривої струму надає повітряний зазор у магнітному ланцюгу, зі збільшенням якого форма кривої струму i (в) наближається до синусоїдальної, зростає амплітуда струму та залежність $\Phi(i)$ стає близькою до лінійної.

Залежність струму від повітряного зазору є однією з особливостей котушок з феромагнітними осердями, коли котушки підключені до змінної напруги.

Векторна діаграма ідеалізованої котушки.

При аналізі кіл, в яких є котушки з феромагнітним осердям, часто дійсний несинусоїдальний струм котушки, котушки замінюють еквівалентним синусоїдальним струмом.

Умовою еквівалентності несинусоїдального струму синусоїдального є:

1. рівність діючих значень цих струмів

$$I_{H1T0T} i_2 dt \sin \quad (282)$$

івність втрат, викликаних цими струмами. Т.к. ідеалізована котушка споживає з мережі активну потужність, то еквівалентний синусоїдальний струм повинен бути зрушений по фазі щодо напруги мережі на кут α з таким розрахунком, щоб середня потужність цього кола за період T

дорівнювала активної потужності P_c споживаної ідеалізованою котушкою з мережі:

$$T \int_0^T i_2^2 dt \quad (283)$$

$$P = P_c = UI \sin \alpha \cos \alpha \quad (284)$$

Напруга U та I струм не пропорційні один одному. Повний

Еквівалентний струм I розкладають на дві складові:

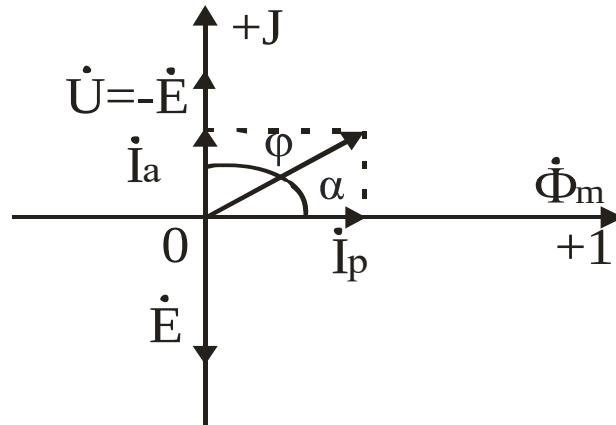


Рисунок 63. Векторна діаграма напруг і струмів в ідеалізованій котушці з феромагнітним осердям

Активний струм

$$I_a = I \cos \varphi = I \sin \alpha \quad (285)$$

збігається по фазі з напругою і зумовлений втратами потужності у феромагнітному сердечнику від гістерези та вихрових струмів.

2) Реактивний струм

$$I_p = I \sin \varphi = I \cos \alpha, \quad (286)$$

збуджуючий основний магнітний потік Φ і збігається з ним по фазі.

Побудова вектора I проводиться за його активною та реактивною складовими I_a та I_p , який завжди, а залежить від чинного значення напруги U , що є характерною рисою котушки з феромагнітним сердечником.

$$I_a = P/U = P_{\text{д.с.}}/U = GcU \quad (287)$$

$$I_p = QU = Q_{\text{д.с.}}GcU \quad (288)$$

де P_c - активна потужність, що споживається котушкою з мережі.

$P_{уд.с.}$ - питомі втрати потужності на кілограм маси сердечника.

маса сердечника, кг

Q

— реактивна потужність намагнічування, ідеалізованої котушки, тобто. потужність, необхідна освіті основного потоку.

с

питома реактивна потужність намагнічування, $\frac{var}{kg}$, тобто. реактивна потужність, що

На векторній діаграмі кут зсуву фаз між струмом і магнітним потоком, припадає на кілограм маси сердечника.

обумовлений втратами потужності у феромагнітному сердечнику від гістерези та вихрових струмів, називається кутом втрат

при $\alpha \approx$ кілька градусів.

$$\pi 2 - \phi$$

(289)

При дослідженні магнітних кіл з феромагнітними осердями зручно замінювати їх еквівалентними схемами без феромагнітних осердей з таким з'єднанням її елементів, щоб при однаковій напрузі на затискачі кола та еквівалентної схеми вони мали однакові значення струмів та потужностей.

Схема заміщення ідеалізованої котушки

$$q_0 = I_a U$$

$$w_0 = I_p U$$

(290)

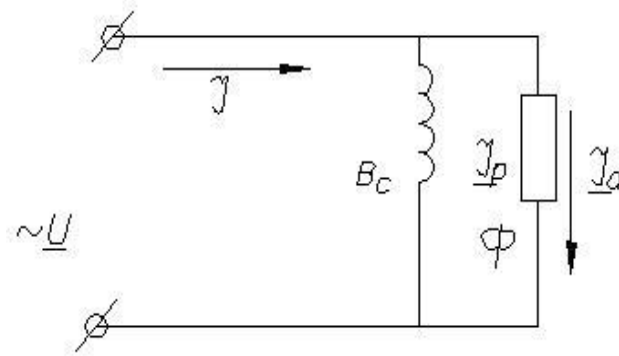


Рисунок 64. Схема заміщення в ідеалізованій котушці з феромагнітним осердям

4.4. Реальні індуктивні котушки.

Реальна індуктивна котушка з феромагнітним сердечником має активний опір R і поряд з основним магнітним потоком Φ , що замикається у феромагнітному сердечнику, має потік розсіювання Φ_δ , який частково або повністю замикається через повітря.

Основний магнітний потік, замикаючись через феромагнітний сердечник, не буде прямо пропорційний струму і зумовлює втрати у феромагнітному сердечнику, а також зрушить фазу щодо струму на кут втрат L .

Магнітний потік розсіювання прямо пропорційний струму і збігається з ним фазою.

Рівняння електричного стану:

Замінюючи несинусоїдальний струм котушки синусоїдальним еквівалентним струмом, це рівняння можна записати для діючих значень у комплексній формі:

$$U = -E - E\sigma + RI \quad (292)$$

$$e\sigma = -L\sigma \frac{di}{dt} = Im \omega L \sigma \sin(\omega t - \pi/2) \quad (293)$$

$$E\sigma = I\omega L\sigma e^{-j90^\circ} \quad (294)$$

$$E\sigma = -jI\omega L\sigma = -jx\sigma I \quad (295)$$

$$U = -E + jx\sigma I + RI \quad (296)$$

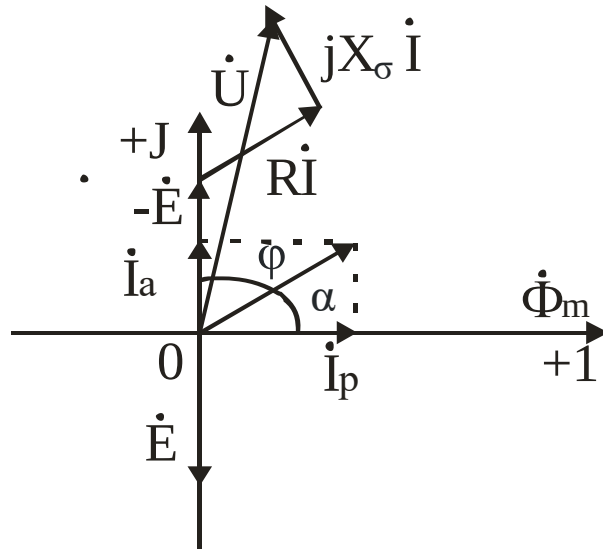


Рисунок 65. Векторна діаграма напруг і струмів в реальній котушці з феромагнітним осердям

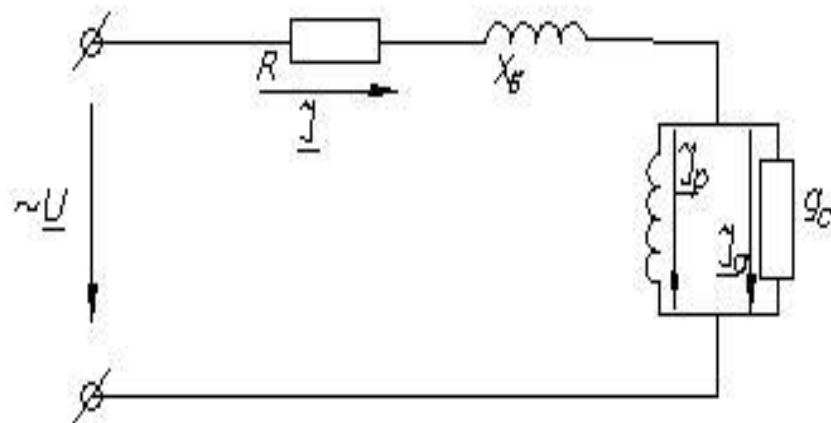


Рисунок 66. Схема заміщення в реальній котушці з феромагнітним осердям

Трансформатори

5.1. Призначення та принцип дії трансформаторів.

Трансформатором називається статичний електромагнітний пристрій, що має дві або більше індуктивно пов'язаних обмоток і призначений для перетворення за допомогою електромагнітної індукції або декількох систем змінного струму в одну або кілька інших систем змінного струму.

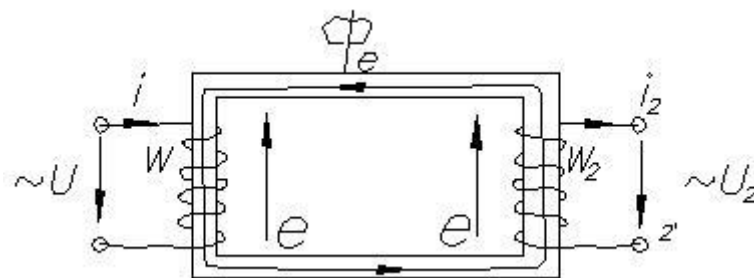


Рисунок 67. Схема трансформатора

За кількістю обмоток трансформатори поділяються на одно-, двох-, багатообмотувальні.

Залежно від числа фаз трансформатори бувають однофазними та багатofазними, причому кількість фаз первинної обмотки визначається числом фаз джерела живлення, а число фаз вторинної – призначенням трансформатора.

Трансформатори, призначені для підвищення напруги електричного кола називають підвищуючими, а службові для зниження – знижуючими.

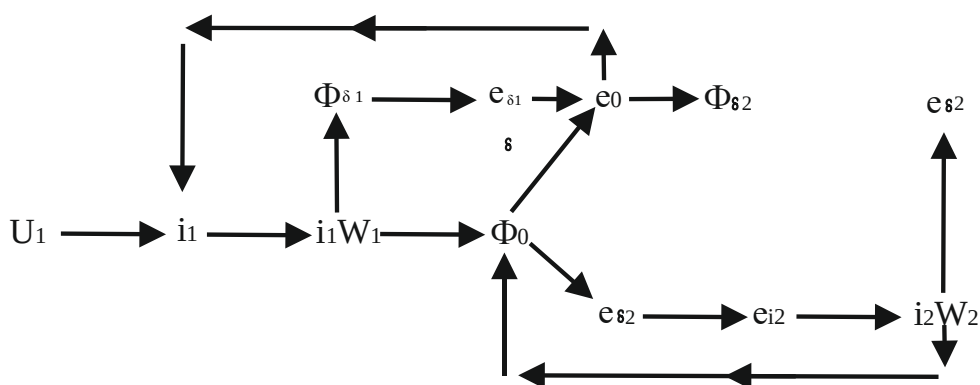


Рисунок 68. Схема взаємодії основних параметрів трансформатора

ЕРС в первинній та вторинній обмотці трансформатора:

ЕРС розсіювання:

$$\delta = wL_{\delta 1} = 2\pi fL_{\delta} \quad (299)$$

$$\delta = wL_{\delta 2} = 2\pi fL_{\delta} \quad (300)$$

Основні рівняння трансформатора.

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= -\dot{E}_{01} - \dot{E}_{\sigma 1} + R_1 \dot{I}_1 = \\ &= -\dot{E}_{01} + jx_{\sigma 1} \dot{I}_1 + R_1 \dot{I}_1 = \end{aligned}$$

=

Перше рівняння трансформатора комплексне рівняння напруг первинного кола трансформатора $\dot{E}_{01} + I_1 R_1 + jx_{\sigma 1} I_1$ (301)

$$\dot{E}_{02} = -jx_{20} \dot{I}_2 \quad (298)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= -\dot{E}_{01} + I_1 z_1 \quad (302) \\ \dot{E}_{02} &= -jx_{20} \dot{I}_2 \quad (298) \end{aligned}$$

$$\dot{E}_{02} = -jx_{20} \dot{I}_2 \quad (298)$$

Друге рівняння трансформатора комплексне рівняння напруг вторинного кола трансформатора

$$\dot{E}_{02} + \dot{E}_{\sigma 2} = R_2 \dot{I}_2 + \dot{U}_2 \quad (303)$$

$$\dot{E}_{02} = R_2 \dot{I}_2 + jx_{\sigma 2} \dot{I}_2 + \dot{U}_2 \quad (304)$$

$$\dot{E}_{02} = Z_2 \dot{I}_2 + \dot{U}_2 \quad (305)$$

Рівняння рівноваги магніторухливих сил:

$$I_1 W_1 + I_2 W_2 = I_0 W_1 \quad (306)$$

Струм холостого ходу $I_0 = I_1$ при $I_2 = 0$

Рівняння струмів трансформатора:

$$I_1 + I_2 W_2 W_1 = I_0 \quad (307)$$

I_0 - складова струму первинної обмотки, що дорівнює струму холостого ходу, яка створює магнітний потік у сердечнику трансформатора.

Складова струму первинної обмотки, що компенсує вплив магнітний потік сердечника Φ . МДС вторинної обмотки трансформатора, тобто. навантажувальна складова струму первинної обмотки.

$$I_2' = I_2 (W_2 W_1) \quad (308)$$

Приведення вторинної обмотки трансформатора до первинної.

Для усунення магнітного зв'язку між первинною та вторинною обмотками трансформатора становлять еквівалентну електричну схему. Це розрахунковий метод, яким ЕРС у вторинній обмотці дорівнює ЕРС первинної ($E_2' = E_1$) за збереження всіх потужностей. Рівність буде виконуватися, якщо нове число витків вторинної обмотки W_2' зробити рівним числу витків первинної обмотки ($W_2' = W_1$). Усі величини, що характеризують вторинне коло (I_2 , U_2 , E_2 , R_2 , Z_n), необхідно перерахувати на нове число витків.

Введемо коефіцієнт трансформації

$$E_1 E_2 = W_1 W_2 \quad (309)$$

$$E_2' = E_1 = E_2 k T \quad (310)$$

$$I_2 = I_2 (W_2 W_1) = I_2 k T \quad (311)$$

$$I_2 / E_2' = I_2 E_2 \Rightarrow I_2 = E_2 I_2 E_2' = I_2 k T \quad (312)$$

$$U_2' = U_2 I_2 I_2 = U_2 k T \quad (313)$$

$$R_2' = R_2 I_2 I_2 / 2 = R_2 k T \quad (315)$$

$$x_2' = x_2 I_2 I_2 / 2 = x_2^2 k T^2 \quad (316)$$

$$' = Z_2 I_2 I_2 / 2 = Z_2 k T^2 \quad (317)$$

Рівняння наведеного трансформатора.

$$Z_2 I_2 I_2 / 2 = Z_2 I_2 I_2 + Z_1 I_1 \quad (317)$$

$$E_2' = -Z_2 I_2 / + U_2 \quad (318)$$

$$I_2 I_2 / 2 = Z_2 k T^2 \quad (317)$$

$$I_2 I_2 / 2 = Z_2 k T^2 \quad (317)$$

Векторна діаграма трансформатора та схема заміщення.

Для побудови векторної діаграми необхідно знати параметри трансформатора

$$I_2 / 2 = Z_2 k T^2 \quad (317)$$

Якщо: $I_2 / 2 = Z_2 k T^2 \quad (317)$

$$Z_n = R_n + j x_n \quad (319)$$

$\underline{Z}_0$ - комплексний опір гілки намагнічування.

Для схеми заміщення справедливi співвідношення

$$Z_0 \gg Z_1 \text{ і } Z_1 \approx Z_2' \tag{321}$$

П

а
р
а
м
е
т
р

Робота трансформатора у різних режимах.

Режим холостого ходу.

Режим холостого ходу має місце, коли розімкнена його вторинна обмотка, в якій обмотці немає струму і вона не впливає на режим роботи первинного кола.
 Z_0, Z_1, Z_2' можуть бути визначені з досвіду холостого ходу та короткого замикання.

$$I_0 = I_1 \leq I_{1n} \tag{323}$$

$$U_2 = E_2 \tag{324}$$

Дослід холостого ходу

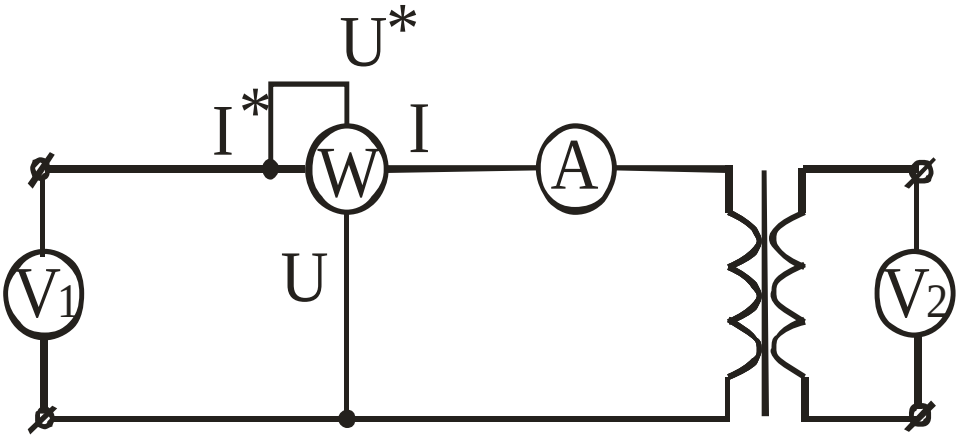


Рисунок 71. Схема включення трансформатора в режимі холостого ходу

Досвід проводиться при $U_1=U_{1н}$

У досвіді визначаються

1) струм холостого ходу первинної обмотки I_0

2) коефіцієнт трансформації $\kappa_T = \frac{U_1}{U_2}$

3) модуль комплексного опору $Z_0 = \frac{U_1}{I_0}$ та його складові

$$R_0 = P / I_0^2 \quad x_0 = Z_0^2 - R_0^2 \quad (325)$$

Активна складова струму:

$$I_a = I_0 \cos \phi_0 \quad (326)$$

Реактивна складова струму:

$$I_p = I_0 \sin \phi_0 \quad (327)$$

$$\phi_0 = \arctg x_0 / R_0 \quad (328)$$

Втрати сталі при номінальному режимі

$$P = P_{cm} + P_{m\partial i} \quad (329)$$

$$P = P_{cm} \sim B_m^2$$

$$B_m \sim U \Rightarrow P_{cm} = const \text{ при постійному } U_1$$

P

M

i

∂

i

$$R_1 / I_2^2 = R_1 / I_0^2 \quad (330)$$

ежим короткого замикання.

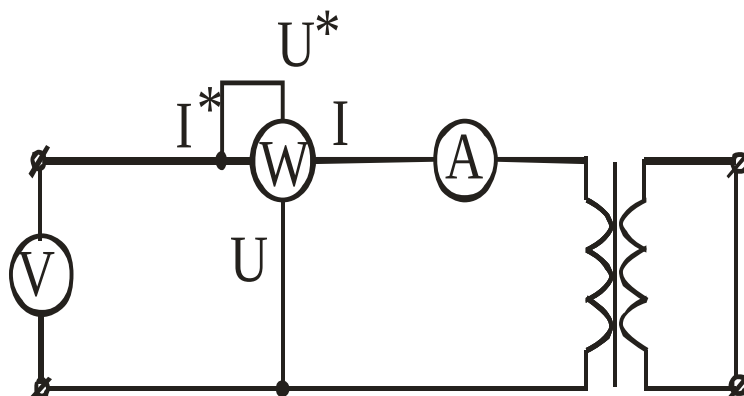


Рисунок 72. Схема включення трансформатора в режимі короткого замикання

Напруга на навантаженні:

$$U_2=0 \quad Z_H=0 \quad (331)$$

В аварійному режимі:

$$I_1 \gg I_{1H} \quad \text{і} \quad I_1 \approx (7 \div 20) I_{1H} \quad (332)$$

Д

о

$$U_2=0 \quad I_{1K}=I_{1H} \quad (333)$$

с

в

$$U_{1K} \ll U_{1H} \quad (334)$$

і

У досвіді визначаються:

д

одулі комплексних опорів

$$Z_1=R_1+jx_1 \quad Z_2'=R_2'+jx_2' \quad (335)$$

к

о

р

та їх складові

о

$$R_1 \approx 2R_2' \approx P/I_{1H}^2 \quad x_1=x_2' \approx Z_{12}-R_{12} \quad (337)$$

т

к

втрата у міді, $\Phi = \frac{U}{4.44 f w}$

о

$$\approx Z_2', \text{ то } 2Z_1 \approx 2Z_2' \approx U_{K1}/I_{K1} = U_{K1}/I_{1H} \quad (336)$$

г

р – активна потужність, споживана трансформатором досвіді короткого замикання чисельно дорівнює втрат у міді під час роботи трансформатора у номінальному режимі.

з

3) Напруга короткого замикання

$$, \text{ то } 2Z_1 \approx 2Z_2' \approx U_{K1}/I_{K1} = U_{K1}/I_{1H} \quad (336)$$

а

$$U_{1K} = (Z_1 + Z_2) I_1 H \quad (338)$$

Вказується на трансформаторах:

активна складова $\underline{U}_{1K}$ знаходиться за формулою

$$U_{a1K}\% = x_K I_{1\text{ном}} U_{1H} \cdot 100\% \quad (340)$$

реактивна складова

$$U_{p1K}\% = x_K I_{1\text{ном}} U_{1H} \cdot 100\% \quad (341)$$

Відсоткові значення напруги пов'язані співвідношенням

$$U_{1K} = U_{a1K} + U_{pK} \quad (342)$$

Опір Z_2 , R_2 , і x_2 вторинної обмотки визначаються з

авантажувальний режим.

Зміна вторинної напруги вимірюють у відсотках

$$R_2 = \frac{U_{20} - U_2}{I_2} = \frac{U_{20} - U_2}{I_2} \cdot 100\% = \quad (343)$$

$$R_2 = \frac{U_{20} - U_2}{I_2} = \frac{U_{20} - U_2}{I_2} \cdot 100\% = \quad (343)$$

т.к. при x_2

$$U_{20} - U_2 = U_2 \cdot 100\%, \quad (344)$$

$$U_{20} - U_2 = U_2 \cdot 100\% \quad (345)$$

$$U_{1H} - U_2 = U_2 \cdot 100\% \quad (346)$$

$$I_2 = x_2 I_1 = x_2' I_1 \quad (347)$$

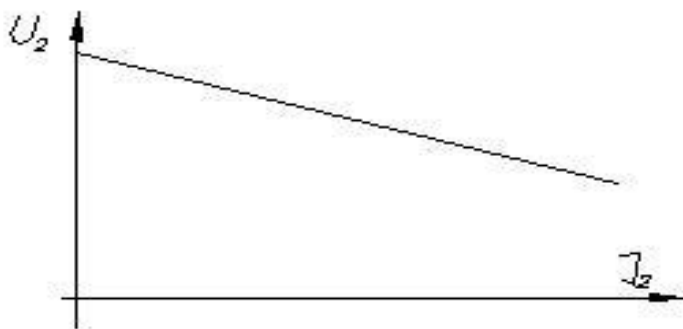


Рисунок 73. Зовнішня характеристика трансформатора

6. Електричні машини

Асинхронні машини

Електричні машини — це електромеханічні машини, пристрої які перетворюють механічну енергію на електричну або електричну на механічну.

Електричні машини, що перетворюють механічну енергію на електричну, називаються електромашинними генераторами. Електричні машини, що перетворюють електричну енергію на механічну, називаються електричними двигунами.

Електричні машини мають властивість оборотності, тобто одні й ті самі електричні машини можуть працювати як і в режимі генератора, і в режимі двигуна. Електричні машини можуть бути електромагнітним гальмом або виконувати деякі спеціальні функції, наприклад в системах автоматичного керування служити виконавчими двигунами, тахогенераторами, індукційними машинами синхронного зв'язку.

Слід відрізняти, що асинхронні машини застосовують, як правило, лише як двигуни. Синхронні машини застосовують як двигуни, так і як генератори.

Основним недоліком простих у виготовленні та експлуатації асинхронних трифазних двигунів є труднощі регулювання їх частоти та обертання. У тих випадках, коли необхідно за умовами роботи двигуна регулювати частоту його

обертання в широких межах застосовують складніші у виготовленні, але легко регульовані електричні двигуни постійного струму.

Магнітні поля, що обертаються.

Будь-яка електрична машина складається з двох основних частин: статора (нерухома частина) і ротора (частка, що обертається). Трифазні асинхронні і синхронні двигуни мають на статорі три фазні обмотки, якими проходять струми, що надходять з трифазної мережі. Ці струми, що проходять по обмотках статора, збуджують у двигуні магнітне поле, що обертається.

якщо через котушку пропустити змінний синусоїдальний струм, то вздовж осі створюється змінне магнітне поле, що змінюється у часі за синусоїдальним законом.

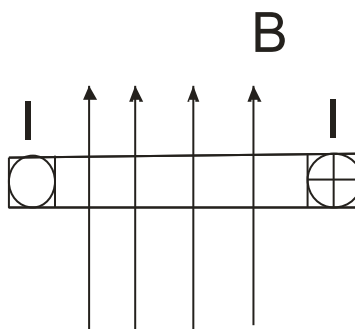


Рисунок 74. Закон Ампера

2. Число обмоток має бути не менше двох.
3. Обмотки мають бути розташовані під кутом один до одного.

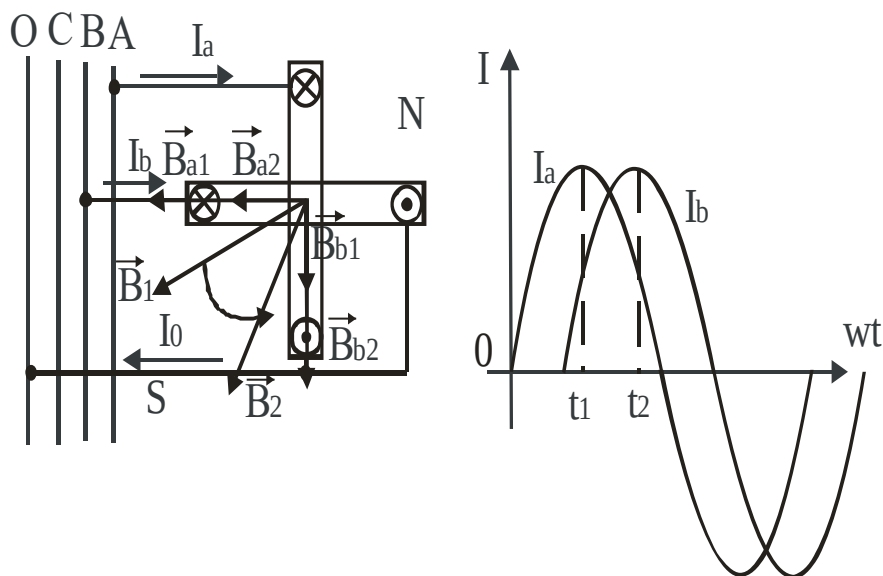


Рисунок 75. Формування електромагнітного поля, що обертається, в обмотці статора

4. Струми живильної обмотки повинні бути зміщені по фазі.

Магнітне поле, вектор магнітної індукції якого обертається в просторі, називають магнітним полем, що обертається.

Якщо система котушок утворює одну пару полюсів $p = 1$ (один північний, один південний полюс), тобто двополюсне магнітне поле, то поле робить повний оборот за час одного періоду T , а кутова частота

При частоті змінного струму f частота обертання поля (в обертах за хвилину)
$$\frac{\pi T = 2\pi f}{n} \quad (347)$$

Частота обертання поля двополюсних магнітних котушок, що включаються до промислової мережі з частотою $f=50\text{Гц}$, $n_0=60f=3000\text{об/хв}$.

Для зменшення швидкості обертання збільшують кількість пар полюсів за рахунок збільшення у відповідне число разів обмоток

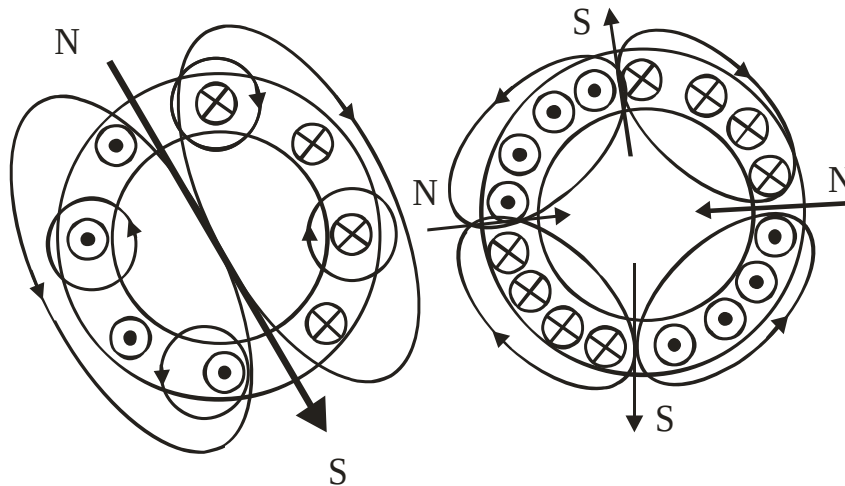


Рисунок 76. Електромагнітне поле в обмотці статора

Швидкість обертання магнітного поля – синхронна швидкість

$$n_0 = 60 f_{роб} / p \text{ }_{\text{мин}}; \quad (349)$$

p – кількість пар полюсів.

6.1.2. Принцип дії асинхронного двигуна

Будь-яке електричне провідне тіло, поміщене в магнітне поле, що обертається, починає обертатися слідом за цим полем.

В обмотці статора асинхронного двигуна при проходженні змінного струму збуджується магнітне поле, що обертається, яке, перетинаючи провідники обмотки ротора, наводить в них змінну ЕРС

$$E = B l v_1 \quad (350)$$

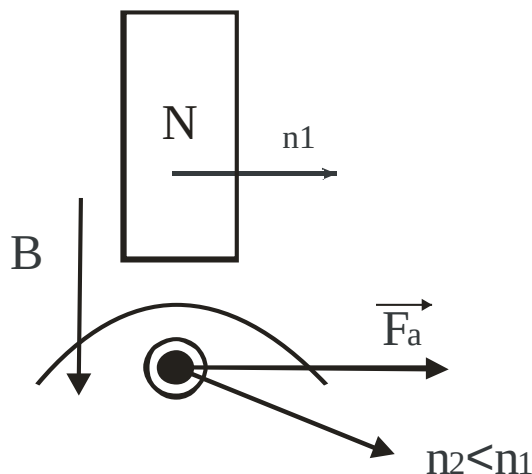


Рисунок 77. Момент, що обертається

2. Так як обмотка ротора замкнута, то наведена ЕРС викликає в роторі струм (за правилом правої руки).

3. В результаті взаємодії провідників зі струмом ротора і магнітного поля, що обертається, виникає сила Ампера (за правилом лівої руки)

що змушує ротор обертатися у напрямок обертання поля.

4. Під дією пари сил виникає крутний момент, який змушує рамку обертатися за магнітним полем. При цьому рамка обертатиметься зі швидкістю $n < n_0$

Ротор не може обертатися синхронно з полем, так як при збігу частот не буде відносного руху поля і ротора, внаслідок чого ротор не перетинатиметься полем, в ньому не буде наводитися струм і отже, зникне крутний момент. В асинхронному двигуні частота обертання ротора менша за частоту обертання поля і ротор як би ковзає вздовж поля.

Відношення різниці частот обертання поля n_0 і ротора n до частоти обертання поля називають ковзанням

$$S = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad (352)$$

звідки

Режими роботи асинхронного двигуна

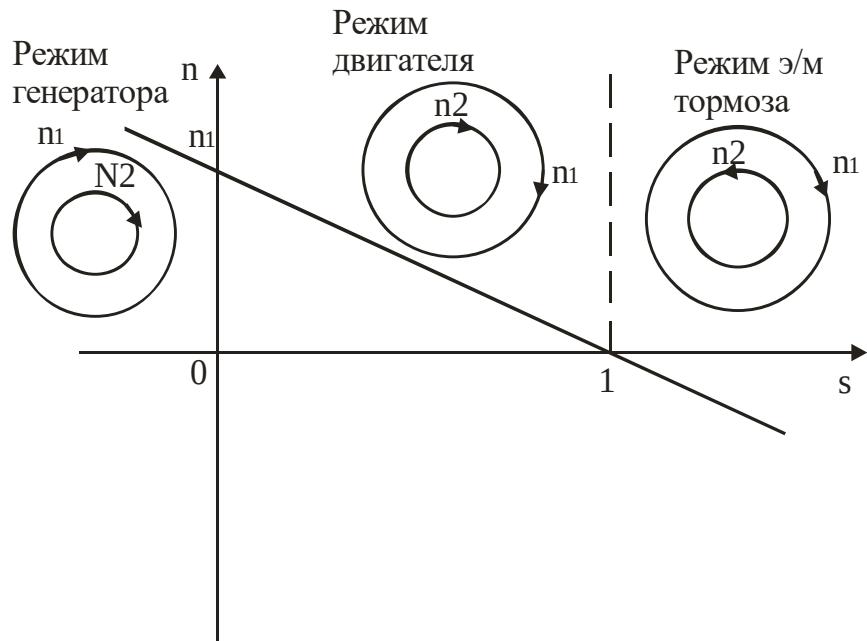


Рисунок 77. Режимы работы асинхронного двигателя

Полусный подел

=

де D – внутрiшнiй дiаметр осердя статора.

$$\pi D 2p$$
 (354)

Лiнiйна швидкiсть

$$V_0 = 2\tau T = 2\tau f_1;$$
 (355)

$$V_0 = \pi D n_0,$$
 (356)

$$n_0 = f_1 \rho_0 \text{ } | c$$
 (358)

Або

$$n_0 = 2\tau f_1 = 2\pi D f_1 2p,$$
 (357)

$$n_0 = 60 f_1 \rho_0 \text{ } | x v$$
 (359)

$$f_1 = p n_0 60$$
 (360)

$$f_2 = f_1 S$$
 (361)

Побудова трифазних асинхронних двигунів

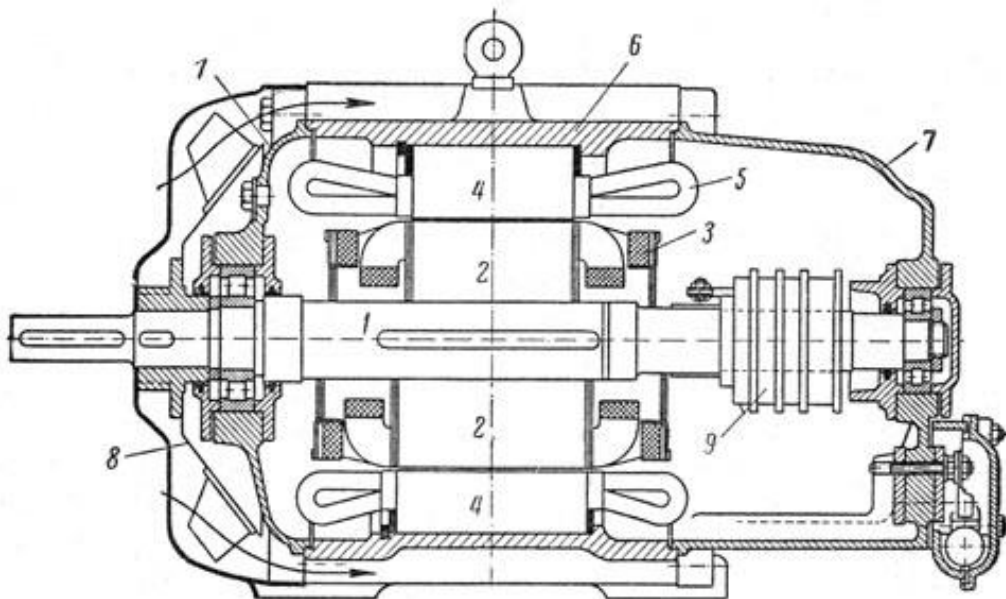


Рисунок 78. Розріз асинхронного двигуна з фазним ротором 1 – вал двигуна, 2 – ротор, 3 – обмотка ротора, 4 – статор, 5 – обмотка статора, 6 – корпус, 7 – підшипникові кришки, 8 – вентилятор, 9 – контактні кільця.

6.1.5. ЕРС та струми в обмотках статора та ротора

Провідники трифазної обмотки статора, покладені в пази статора, відповідним чином з'єднуються між собою на лобових частинах машини, при чому з'єднувальні провідники на лобових частинах машини відгинають таким чином, щоб ротор при складанні міг пройти розточування статора.

Якщо магнітний потік Φ , що обертається, для будь-якого моменту часу розподілений у повітряному зазорі за синусоїдальним законом, то в кожному витку статорної обмотки, що пронизується цим потоком, наводиться ЕРС, діюче значення якої

$$E_B = 4,44f\Phi_m \quad (362)$$

Так як кожна фаза обмотки статора складається з витків W , то ЕРС фази підсумовується з ЕРС окремих витків. Причому ЕРС фази менше арифметичної суми ЕРС окремих провідників фази.

Вираз

$$E_B = 4,44 f \Phi_m \quad (363)$$

відноситься до обмотки з діаметральним кроком. Але для економії міді, зменшення розмірів машини застосовують обмотки з укороченим кроком.

Зазвичай формулу для визначення ЕРС витка при укороченому кроці записують таким чином:

$$E_B = 4,44 f K_y \Phi_m \quad (364)$$

де коефіцієнт укорочення, $K_y < 1$ при $Y < \tau$, $K_y = 1$ при $Y = \tau$.

$$K_y = E_B / 2E \quad (365)$$

$$K_{o6} = K_y K_p \quad (366)$$

де K_p - коефіцієнт розподілу обмотки. Цей коефіцієнт враховує зменшення ЕРС внаслідок просторового розподілу обмотки.

ЕРС однієї фази обмотки статора визначається формулою

$$E_1 = 4,44 K_{o61} f_1 W_1 \Phi_m, \quad (367)$$

де K_{o61} - обмотувальний коефіцієнт статора обмотки;

Φ_m - амплітудне значення основного магнітного потоку, зчепленого з обмотками статора та ротора; W_1 - число витків в одній фазі статора.

Для ЕРС фази обмотки ротора

$$E_2 = 4,44 K_{o62} f_2 W_2 \Phi_m = 4,44 K_{o62} S W_2 f_1 \Phi_m \quad (368)$$

де K_{o62} - обмотковий коефіцієнт обмотки ротора; W_2 - число витків в одній фазі обмотки ротора.

Знаходимо ЕРС у загальмованому роторі, тобто. при $n=0$ ($S=1$)

$$E_2 = 4,44 K_{o62} f_1 W_2 \Phi_m \quad (369)$$

Отже

$$E_{2s} = E_2 S, \quad (370)$$

K_E - коефіцієнт трансформації ЕРС.

На практиці

$$K_E = W_1 / W_2, \quad (371)$$

як і має місце у трансформаторах.

Розглянемо режим, коли обмотка ротора розімкнена. У цьому випадку струм у роторі відсутній і не впливає на електромагнітні процеси у статорі. Це режим ХХ. При ХХ для кожної фази статора обмотки можна записати рівняння

де E_1 - ЕРС, яка наводиться магнітним потоком Φ , що обертається, перетинає обмотки статора і ротора; (372)

ЕРС, що наводиться потоком розсіювання $\Phi_{\delta 1m}$ обмотки статора, I_{0r} - падіння напруги в обмотці статора при проходженні струму холостого ходу I_0 .

$$E_{\delta 1} = 4.44 f_1 K \omega_1 W_1 \Phi_{\delta 1m} \quad (373)$$

Індукована в обмотці ротора E_{2s} викликає у ній струм. Т.к. обмотка ротора є замкнутим колом, то струм у фазі роторної обмотки

де Z_2 - опір кола фази ротора, r_2 - активний опір фази ротора, що практично не залежить від частоти; X_{2s} - індуктивний опір фази обертового ротора, що істотно залежить від частоти. (374)

$$X_{2s} = \omega_2 L_2 = 2\pi f_2 L_2 = 2\pi s f_1 L_2 = s X_2. \quad (375)$$

Отже

$$I_2 = s E_2 r_2 + s X_2 I_2 = E_2 r_2 s + X_2 I_2 \quad (376)$$

$$Z_2 = E_2 s r_2 + X_2 s I_2 = s E_2 r_2 + X_2 s I_2 \quad (374)$$

$$Z_2 = E_2 s r_2 + X_2 s I_2 = s E_2 r_2 + X_2 s I_2 \quad (374)$$

З зменшенням частоти обертання двигуна струм ротора зростає і досягає свого найбільшого значення, коли ротор знаходиться в нерухомому стані. Струм ротора збільшується менш помітно, ніж ЕРС. При пуску двигуна ЕРС збільшується в десятки разів, а струм у 5-7 разів.

Зсув фаз ϕ_2 між ЕРС E_2 і струмом I_2 збільшується зі зростанням ковзання

$$\phi_2 = X_2 s r_2 = S X_2 r_2 = X_2 r_2 s \quad (377)$$

Зі зростанням ковзання зменшується коефіцієнт потужності двигуна:

$$\cos \phi_2 = \frac{r_2 Z_2}{Z_2^2} = \frac{r_2 r_2}{r_2^2 + X_2^2 s^2} = \frac{r_2 r_2}{r_2^2 + S^2 X_2^2} \quad (378)$$

Ротор асинхронного двигуна обертається у той самий бік, як і магнітне полі статора. Якщо обмотка ротора замкнута, через неї проходить струм, змінюється з частотою f_2 . Цей струм створює магнітний потік Φ_2 , що обертається щодо ротора з частотою

$$\phi_2 = 60 f_2 / p = 60 f_1 S / p = S n_0. \quad (379)$$

Якщо сам ротор обертається із частотою n , то частота обертання магнітного поля ротора.

$$\phi_2 + n = n_0 S + n_0 (1 - S) = n_0 \quad (380)$$

В асинхронній машині магнітне поле, що обертається з частотою n_0 , утворюється в результаті взаємодії полів статора і ротора.

Для асинхронної машини справедливе співвідношення

або

$$m_1 K_{\phi 1} W_1 I_1 + m_2 K_{\phi 2} W_2 I_2 = m_1 K_{\phi 1} W_1 I_0 \quad (382)$$

де m_1 і m_2 - число фаз обмотки статора і ротора, причому для обмотки типу "білища клітина" число фаз ротора дорівнює числу стрижнів

$$I_1 + m_2 K_{\phi 2} W_2 I_2 = I_0 \quad (383)$$

Або

$$I_1 + 1KiI_2 = I_0, \quad (384)$$

Або

I

Де коефіцієнт трансформації токів асинхронної машини:

I

I

$$I_2I = I_2Ki \quad (387)$$

Тоді струм статора

$$I_1 = I_0 + (-I_2I) \quad (388)$$

Розглянемо режим роботи асинхронної машини із загальмованим ротором, включивши в коло обмотки ротора опір навантаження Z_n . (386)

Векторна діаграма асинхронної машини із загальмованим ротором ідентична векторній діаграмі трансформатора при навантаженні, і її побудова в принципі проводиться на основі тих самих рівнянь (386)

U

$$E_2^I = U_2^I + I_2^I r_2^I + I_2^I X_2^I \quad (390)$$

P

q

$$W_1 m_2 K_0 2 W_2 I_2 I \quad (386)$$

Схема заміщення асинхронної машини при загальмованому роторі аналогічна до схеми заміщення трансформатора, але її параметри визначаються іншими коефіцієнтами приведення, а саме: (388)

$$E_2^I = E_1^I - K E E_2^I, \quad (386)$$

$$I_2^I = I_2 K_i, \quad (386)$$

$$r_2^I = K_i K E r_2, \quad (394)$$

$$X_2^I = K_i K E X_2 \quad (395)$$

$$K_0 2 W_2 \quad (386)$$

К

$$m_2 I_2^2 r_2^2 = m_1 I_2^2 r_2^2; \quad (396)$$

$$I_2 X_2 E_2 = I_2 I X_2 I E_2 I \quad (397)$$

Обертальний момент асинхронного двигуна.

$$P_{эм} = M_{эм} \cdot \omega_0 = M_{эм} \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_1 p \quad (398)$$

$$P_{мех} = M_{эм} \cdot \omega \quad (399)$$

Д

е

$\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_1 p$; ω - кутові швидкості обертання магнітного поля ротора; p – кількість пар полюсів.
Або $n_0 - n \omega_0 = \omega - \omega \omega_0 \quad (400)$

$$\omega = \omega_0 \cdot (1 - S) \quad (401)$$

$$P_{мех} = P_{эм} - \Delta P_{Э2} - \Delta P_{C2} \quad (402)$$

Д

е

$P_{Э2}$ - частина електромагнітної потужності, що втрачається в обмотці ротора
 P_{C2} - втрати в сталевому сердечнику ротора на гістерезис та вихрові струми, які (електричні втрати);
через малу частоту перемагнічування практично дорівнюють нулю.

$$P_{Э2} = P_{эм} - P_{мех} = M_{эм} \cdot \omega_0 - M_{эм} \cdot \omega = m_2 \cdot I_2^2 \cdot r_2^2 \quad (403)$$

Якщо знехтувати втратами сталі ротора, дорівнює електричним втратам в обмотці ротора:

$$M_{эм} = m_2 \cdot E_2^2 \cdot S \cdot I_2 \cdot \cos \phi_2 \omega_0 \cdot S = C_m \cdot \Phi_m \cdot I_2 \cdot \cos \phi_2, \quad (405)$$

э

м

де C_m - постійна

=

Момент на валу

$\approx$

$$\text{Електричні втрати в обмотці ротора} \quad M_{\text{эм}} = C_m \cdot \Phi_m \cdot I_2 \cdot \cos \phi_2 \quad (406)$$

$$p_2 = P_{\text{эм}} \cdot S \quad (407)$$

Механічна потужність двигуна

$$P_{\text{мех}} = P_{\text{эм}} - \Delta p_2 = \Delta P_2 S - \Delta P_2 = P_{\text{эм}} \cdot (1 - S) \quad (408)$$

Потужність, втрати енергії та ККД асинхронного руху

Потужність, що підводиться до статора асинхронного двигуна з мережі:

$$P_1 = m_1 \cdot U_1 \cdot \cos \phi_1 \quad (409)$$

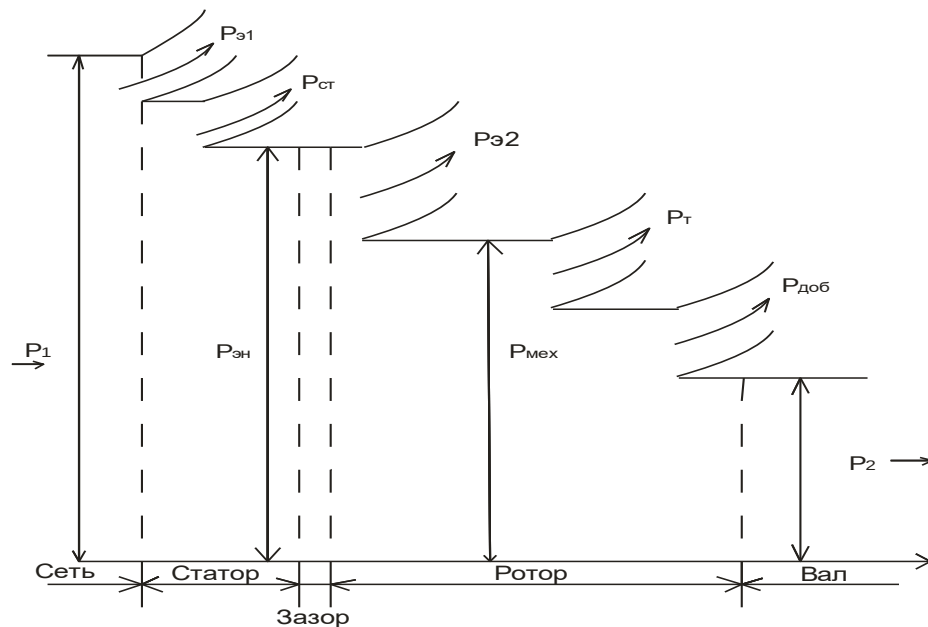


Рисунок 79. Розподіл потужностей асинхронного двигуна

$$P_{\text{ем}} = P_1 - \Delta p_{\text{е1}} - \Delta p_{\text{с1}}, \quad (410)$$

$$p_{e1} = m_1 \cdot r_1 \cdot I_1^2 \quad (411)$$

потужність, що йде на покриття електричних втрат в активному опорі обмотки статора; Δp_{c1} - потужність втрат в сталі статора.

$$P_{\text{мех}} = P_{\text{ем}} - p_{E2} \quad (412)$$

$$P_2 = P_{\text{мех}} - \Delta p_T - \Delta p_{\text{доп}} \quad (413)$$

де p_T - втрати на тертя, $p_{\text{доп}}$ - додаткові втрати

$$P_2 = P_1 \quad (414)$$

Робочі характеристики асинхронного двигуна

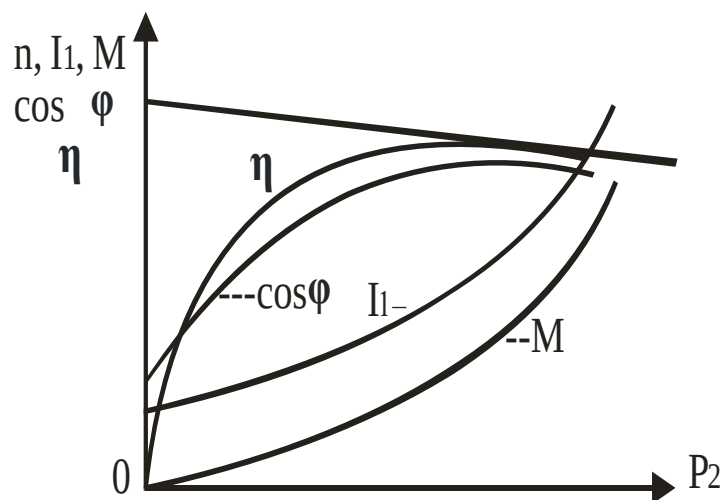


Рисунок 80. Робочі характеристики асинхронного двигуна

Зв'язок швидкості статора і магнітного поля ротора:

Магнітний момент:

Пуск асинхронних двигунів

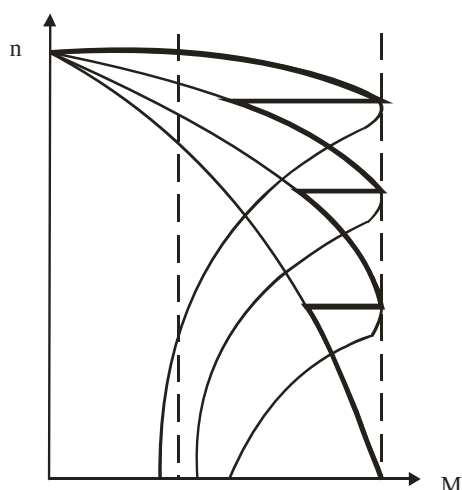


Рисунок 81. Схема пуску асинхронного двигуна

6.2. Машини постійного струму.

6.2.1. Пристрій та принцип дії машин постійного струму

Їх основними частинами є статор з магнітними полюсами (головними 2 і додатковими 5) і ротор. На головних полюсах статора розташована обмотка збудження 3 через яку проходить постійний струм I_v , що створює магнітне поле збудження F_v . На роторі розташована обмотка, в якій при обертанні наводиться е.д.с., тому ротор машини постійного струму є якорем. Деталі машини кріпляться на станині.

На додаткові полюси насаджено обмотки 6 (рис.82). Основні полюси виготовляють шихтованими, тобто. набирають із штампованих листів електротехнічної сталі. Поверхня основного полюса розширюється і утворює наконечник 4. Між полюсами на валу машини 7 обертається барабанний якір 8 являє собою циліндр, зазвичай набраний з листів електротехнічної сталі.

9-провідники обмотки якоря, 11-колектор, 10-щітки.

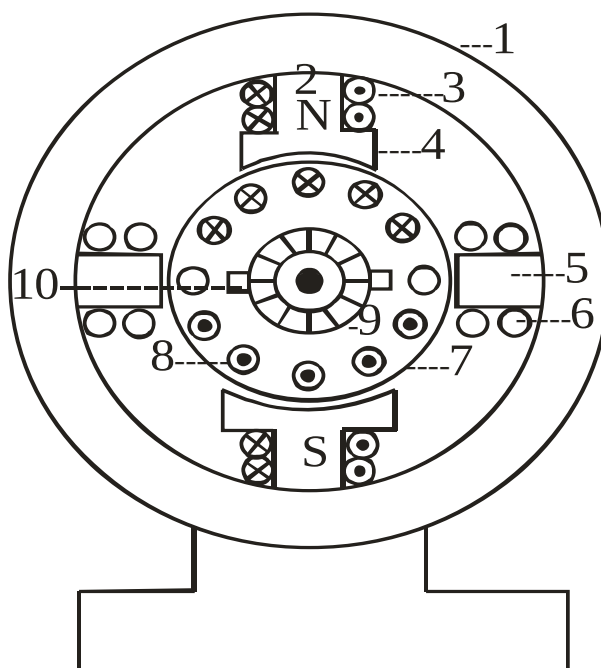


Рисунок 82. Конструкція машини постійного струму

Принцип дії генератора постійного струму ґрунтується на використанні явища електромагнітної індукції. Якщо якір обертати первинним двигуном за годинниковою стрілкою, то у всіх його провідниках, що знаходяться в даний момент часу в зоні північного полюса, індукуються е.р.с., спрямовані, згідно з правилом правої руки, від спостерігача, а в провідниках, що знаходяться в зоні південного полюса, спрямовані до спостерігача.

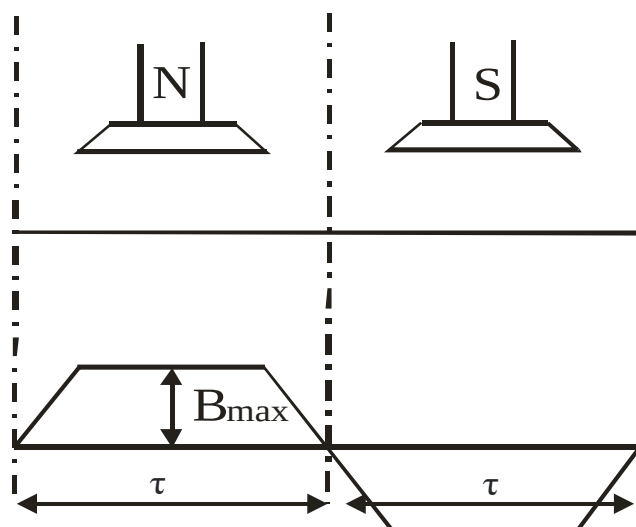


Рисунок 83. Розподіл магнітного поля під полюсами статора

Електрорушійна сила та електромагнітний момент машини постійного струму.

ЕРС магнітного поля в машині постійного струму:

$$\text{Швидкість руху статора} \quad N e x = 1 N B x \cdot l \cdot v = N \cdot B_{cp} \cdot l \cdot v \quad (417)$$

$$v_1 = \pi \cdot D \cdot 60 \cdot n \cdot 2 \cdot p \cdot 2 \cdot p, \quad (418)$$

де $2p$ -число полюсів,

p -кількість пар полюсів.

Полюсний поділ:

$$\pi \cdot D \cdot 2 \cdot p \quad (419)$$

$$\text{де } l - \text{довга витка,} \quad B_{cp} \cdot l \cdot \tau \cdot 2 \cdot p \cdot 60 \cdot n \Rightarrow E = C_e \cdot n \cdot \Phi, \quad (420)$$

π - площа полюса, Φ – магнітний потік одного полюса

Конструктивний коефіцієнт

C

Момент, що обертає:

$$P \omega \quad (423)$$

P – механічна потужність; ω -кутова швидкість.

C

$$\Delta P = 0$$

C_m -конструктивний елемент.

$$P \omega = E \cdot I_a \omega = C_e \cdot n \cdot \Phi \cdot I_a \cdot 2 \cdot \pi \cdot n \cdot 60 = C_m \cdot \Phi \cdot I_a. \quad (422)$$

$$(424)$$

Під комутацією розуміють сукупність явищ і процесів, що відбуваються під щіткою і в секції, що замикається коротко, при переході її з однієї паралельної гілки обмотки якоря в іншу.

. Реакція якоря

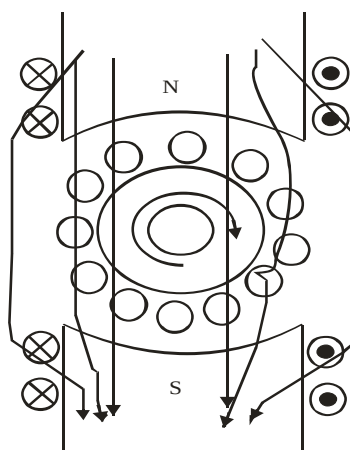


Рисунок 84. Магнітне поле в статорі при загальмованому роторі

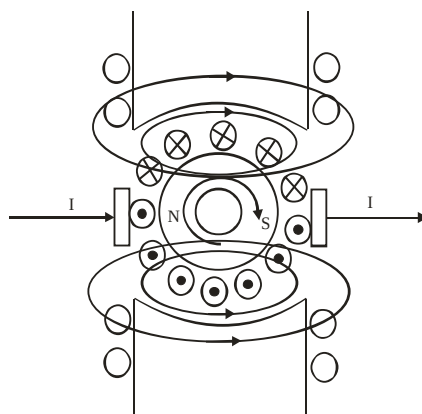


Рисунок 85. Магнітне поле ротора в режимі холостого ходу

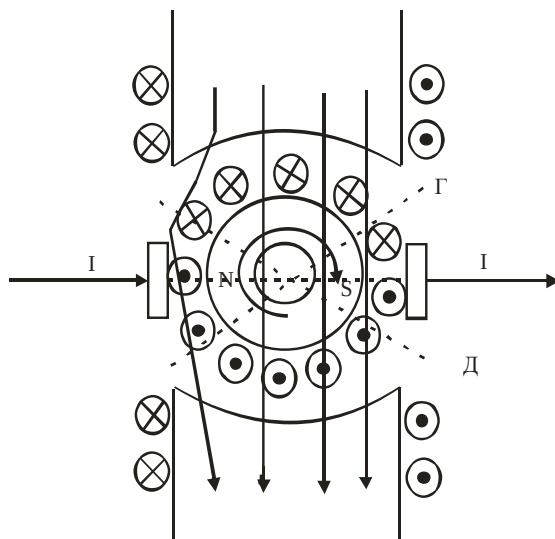


Рисунок 86. Реакція якоря

6.2.4. Генератори постійного струму

Класифікація генераторів

Генератори постійного струму класифікують за способом живлення обмотки збудження: генератори з незалежним збудженням та самозбудженням.

Генератори із самозбудженням:

- 1) з паралельним збудженням (шунтові), коли обмотка збудження включена паралельно колу обмотки якоря;
- 2) з послідовним збудженням (серієсні), коли обмотка збудження включена послідовно з обмоткою якоря;
- 3) зі змішаним збудженням (комполітні), коли є дві обмотки збудження, одна з яких підключена паралельно до обмотки якоря, а інша послідовно до неї.

генератор із незалежним збудженням

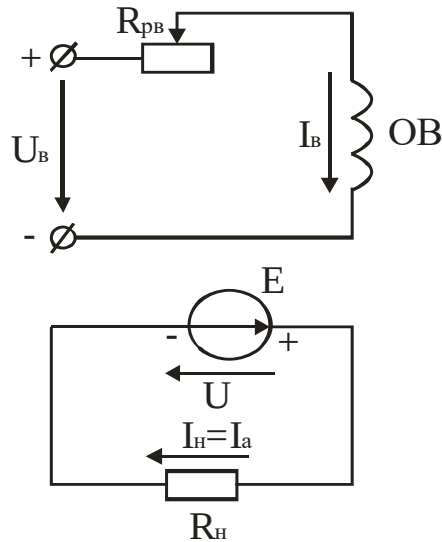


Рисунок 87. Електрична схема генератора постійного струму з незалежним збудженням

Струм в обмотці збудження

$$I_B = U_B R_B + R_{pB} \quad (425)$$

Напруга в генераторі:

$$U = E - I_a \cdot R_a \quad (426)$$

Рисунок 88. Характеристика холостого ходу генератора постійного струму з незалежним збудженням

Характеристика холостого ходу знімається при $I = 0, n = const$

Рисунок 89. Зовнішня характеристика генератора постійного струму з незалежним збудженням

Зовнішня характеристика знімається при $I_{зб} = const, n = const$

Рисунок 90. Регулювальна характеристика генератора постійного струму з незалежним збудженням

Регулювальна характеристика знімається при $U = \text{const}$, $n = \text{const}$

2. Генератори із самозбудженням

а) У генераторів з послідовним збудженням напруга сильно змінюється при зміні навантаження, тому їх не можна використовувати при живленні більшості споживачів, тобто вони майже не використовуються.

б) генератор паралельного збудження.

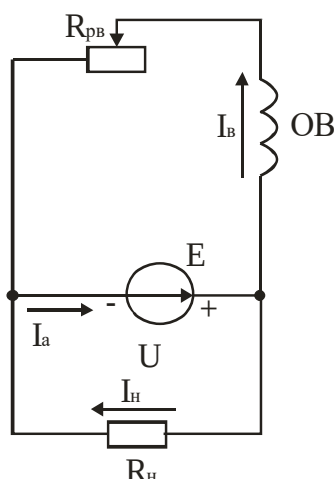


Рисунок 91. Схема генератора паралельного збудження

Якщо обертати якір генератора, то спочатку внаслідок залишкового накопичення $\Phi_{\text{зал}}$ в обмотці якоря знаходиться невелика ЕРС.

$$E_{\text{зал}} = C_e \cdot n \cdot \Phi_{\text{зал}}. \quad (427)$$

Цей потік перебуває у магніті, т.к. її попередньо намагнічують на заводі. $E_{\text{зал}}$ створює невеликий струм збудження $I_{\text{зб}}$ і магніторушійна сила (МРС). Якщо обмотка збудження включена з обмоткою якоря в такий спосіб, що $\text{МРС} + \Phi_{\text{зал}}$, то

Для самозбудження генератора:

1) до початку процесу збудження генератор повинен мати потік залишкового намагнічування

2) при проходженні струму $i_{зб}$ за обмоткою збудження її магніторушійна сила (МРС) $F_{зб}$ має бути спрямована згідно з МРС $F_{іст}$.

3) опір кола збудження має бути менше критичного

Характеристики холостого ходу і регулювальна мають такий самий вигляд, як і для незалежного.

Перша – вище, друга – нижче.

=

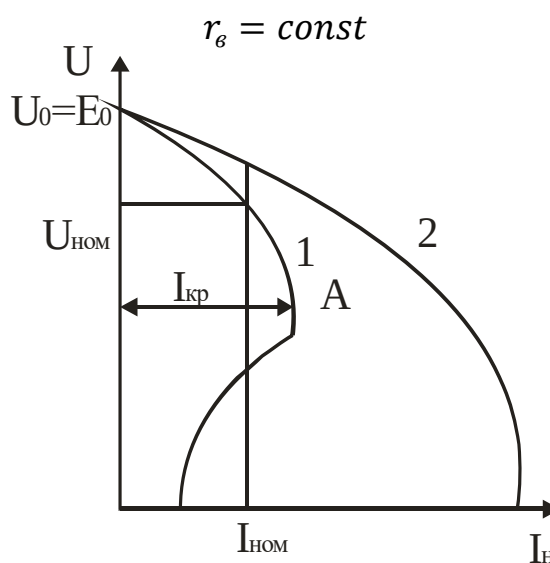


Рисунок 93. Зовнішня характеристика генератора паралельного збудження

Знімається при $n=const$, $r_{зб}=const$

в) Генератор зі змішаним збудженням

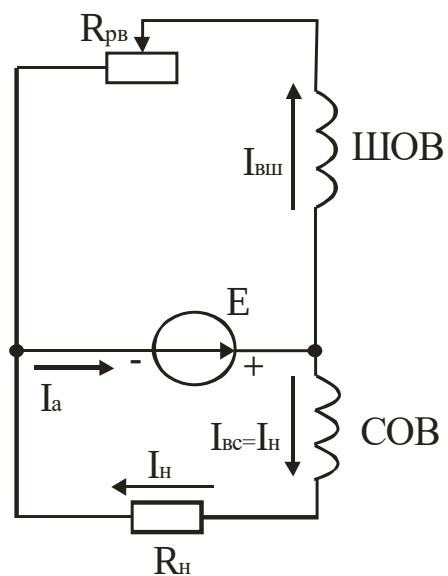


Рисунок 94. Схема генератора зі змішаним збудженням

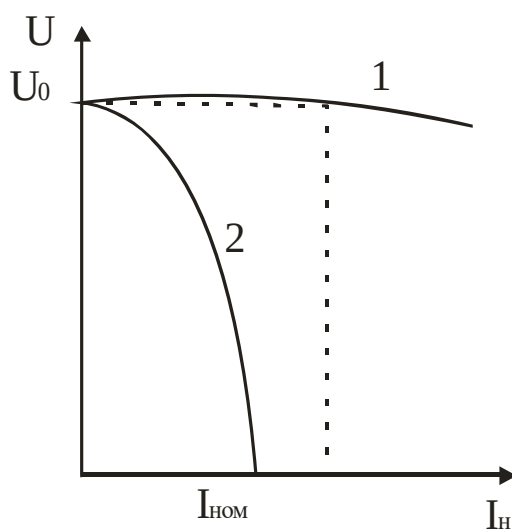


Рисунок 95. Зовнішня характеристика генератора зі змішаним збудженням

6.2.5. Двигуни постійного струму. Основні рівняння

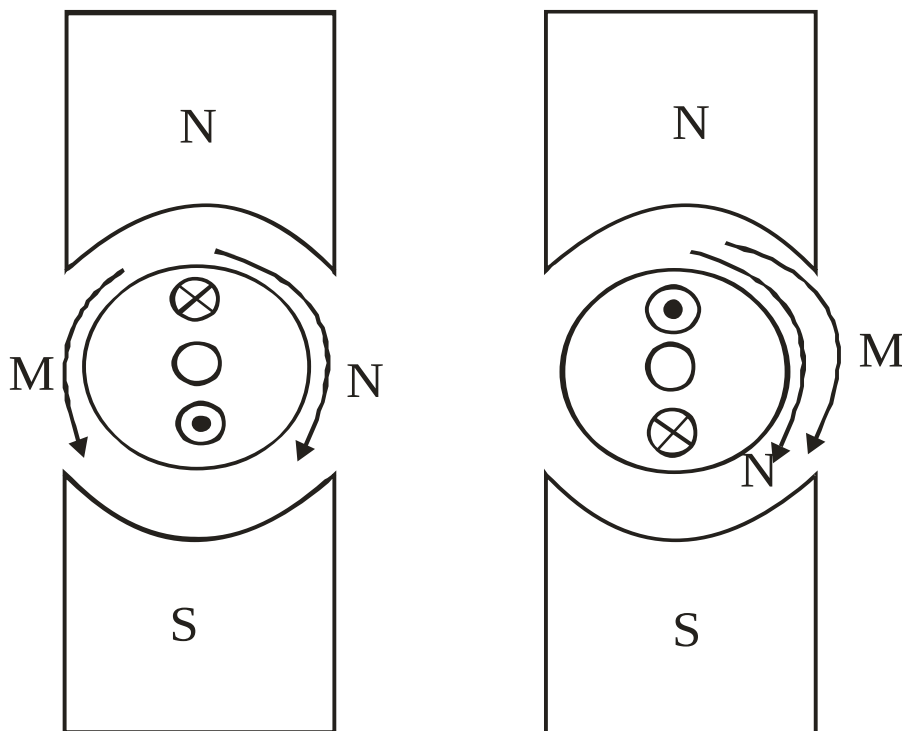


Рисунок 96. Принцип дії двигуна постійного струму

Машина постійного струму може бути переведена з генераторного режиму в руховий, при якому якір машини починає споживати з мережі струм, що створюється різницею напруги мережі та ЕРС якоря

I

Напруга, прикладена до затискачів якоря двигуна згідно (433), повинна врівноважувати проти - ЕРС і компенсувати падіння напруги на внутрішньому опорі кола якоря

U

E

I

Помноживши ліву та праву частини рівняння (434) на струм I_a , отримаємо рівняння балансу потужностей кола якоря двигуна

r

U_a

I

a

E

де UI_a – потужність, яка споживається якорем двигуна з мережі; $I_a^2 r_a$ – потужність втрат в обмотці якоря; $E I_a$ – електромагнітна потужність, що перетворюється на механічну потужність обертання валу двигуна

Формула для визначення частоти обертання двигуна

$$n = \frac{E}{C_e \Phi} = \frac{U - I_a r_a}{C_e \Phi} \quad (436)$$

Класифікація двигунів

а). Двигуни з паралельним збудженням

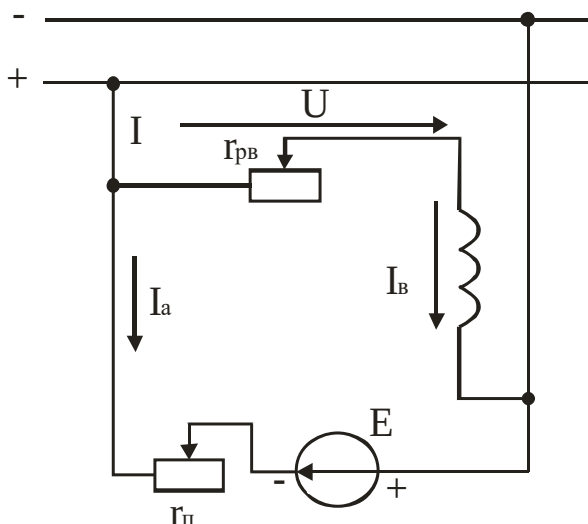


Рисунок 97. Схема двигуна постійного струму з паралельним збудженням

Якщо опір регулювального реостата не змінюється, то збудження при напрузі мережі $U = \text{const}$ залишається постійним. Тому магнітний потік двигуна за зміни навантаження також мало змінюється (трохи зменшуючись зі збільшенням навантаження з допомогою посилення реакції якоря). Струм I , споживаний двигуном з мережі.

$$I = I_a + I_{зб} \quad (437)$$

$$I_{зб} = \frac{U}{r_{зб} + r_{пзб}} \quad (438)$$

$$I_{зб} = \text{const} \quad (439)$$

Моментна характеристика

При $\Phi = \text{const}$

$$M = C_M \Phi I_a = k I_a, \quad (440)$$

де $k = C_M \Phi = \text{const}$

Швидкісна характеристика

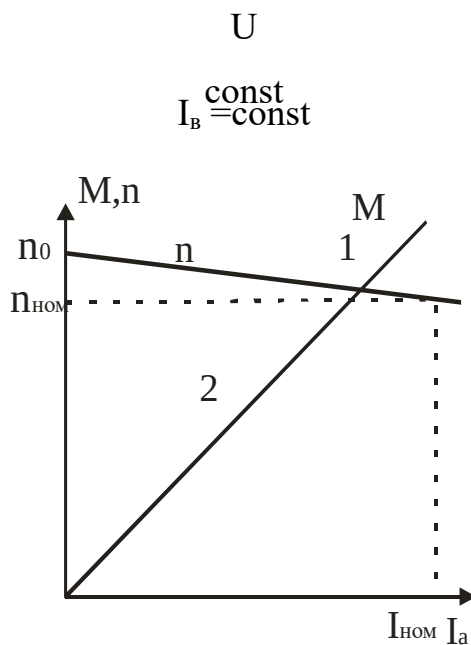


Рисунок 98. Швидкісна характеристика двигуна постійного струму з паралельним збудженням

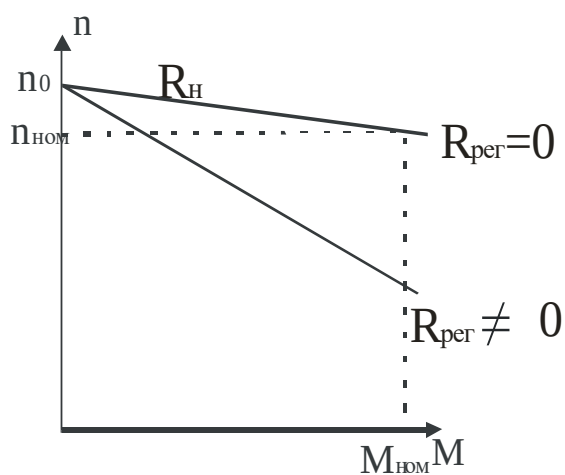


Рисунок 99. Механічна характеристика двигуна постійного струму з паралельним збудженням

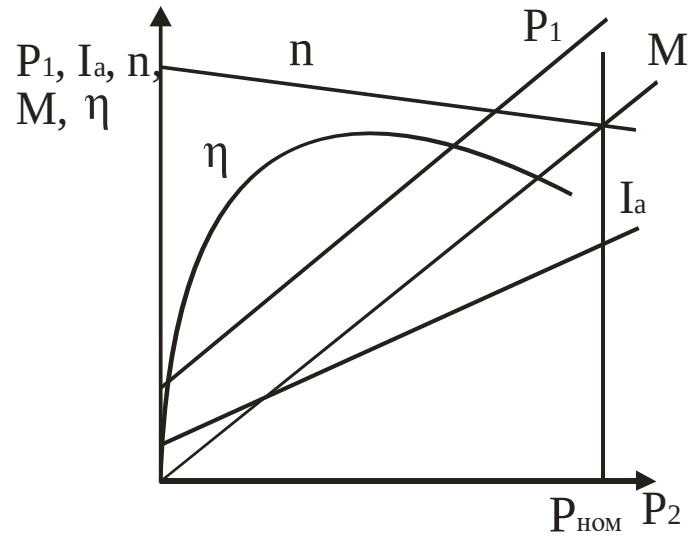


Рисунок 100. Робочі характеристики двигуна постійного струму з паралельним збудженням

Б). Двигун з послідовним збудженням

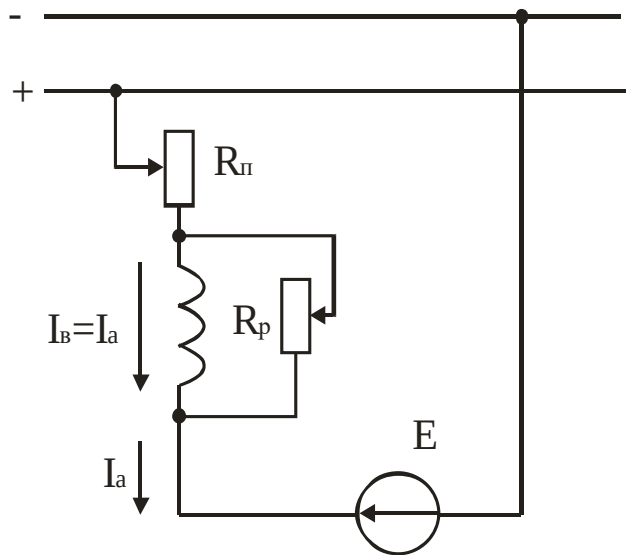


Рисунок 101. Схема двигуна постійного струму з послідовним збудженням

Частота обертання двигуна

$$U - I_a R_a - R_n C_e \Phi$$

$$= \quad (441)$$

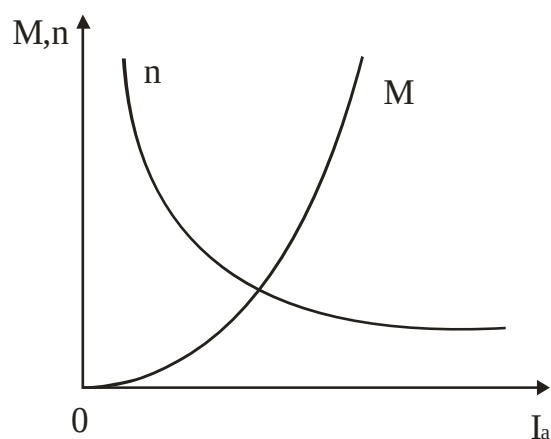


Рисунок 102. Швидкісна характеристика двигуна постійного струму з послідовним збудженням

Моментна характеристика $M=f(I_a)$

$$M = C_M \Phi I_a = C_M C_\Phi I_a^2 = k I_a^2 \quad (442)$$

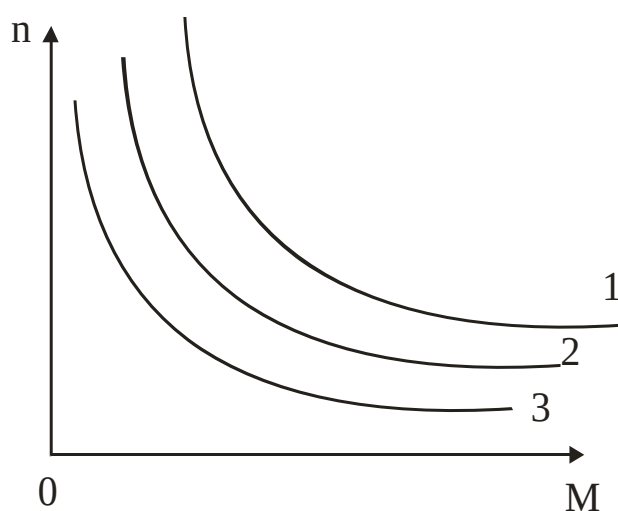


Рисунок 103. Моментна характеристика двигуна постійного струму з послідовним збудженням

Механічні характеристики двигуна є м'якими та мають гіперболічний вигляд. Підставляючи значення струму, отримаємо вираз, що визначає механічну характеристику двигуна.

$$U = C_\Phi \Phi M C_M C_\Phi - R_a + R_n C_\Phi \quad (443)$$

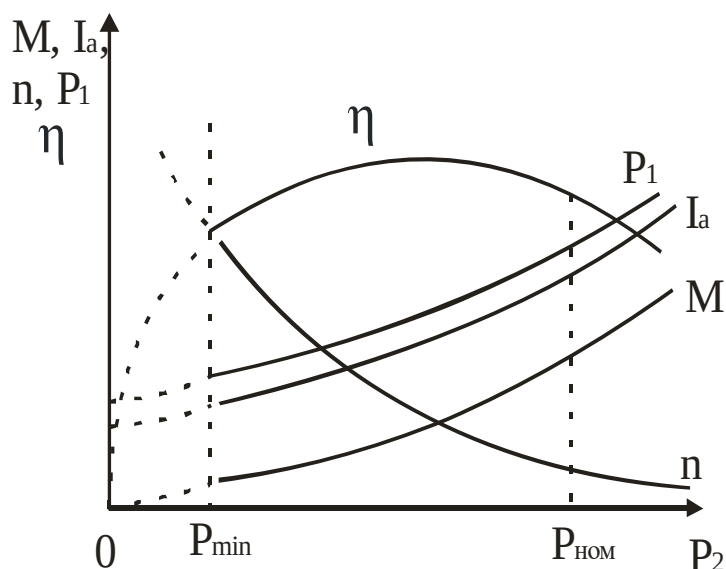


Рисунок 104. Робочі характеристики двигуна постійного струму з послідовним збудженням

С) Двигун із змішаним збудженням

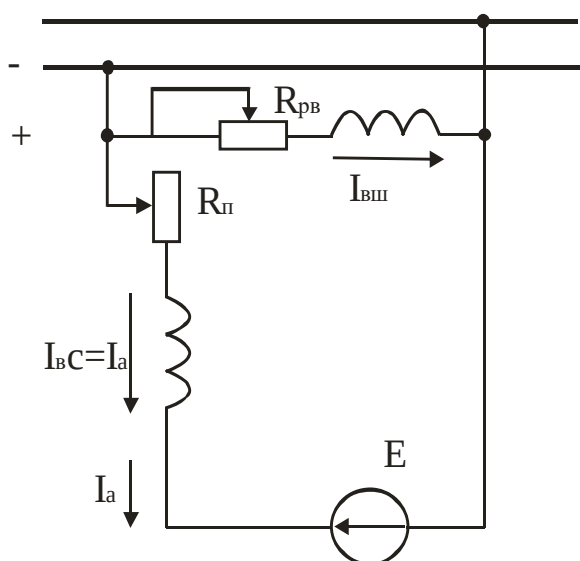


Рисунок 105. Схема двигуна постійного струму із змішаним збудженням

Характеристики двигуна постійного струму із змішаним збудженням мають середнє положення між характеристиками двигунів з послідовним і паралельним збудженням.

6.3. Синхронні машини

6.3.1. Пристрій та принцип дії синхронної машини.

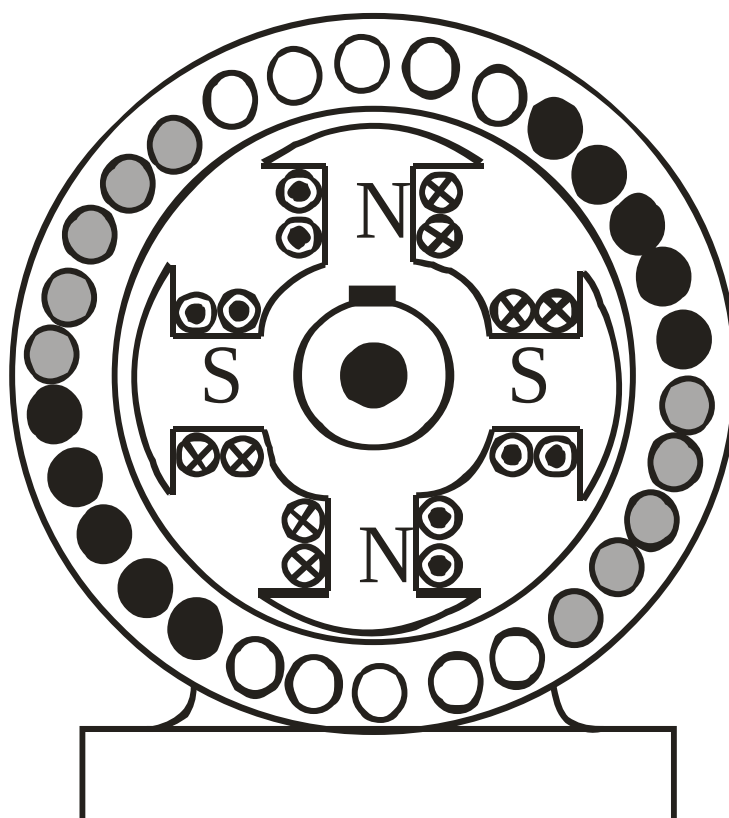


Рисунок 106. Конструктивна схема явнopolюсної трифазної синхронної машини: 1 – статор, 2 – трифазна обмотка статора, 3 – явнopolюсний ротор, 4 – обмотка ротора, 5 – вал ротора, 6 – контактні кільця, 7 – щітки.

Обмотки статора та ротора мають однакову кількість полюсів

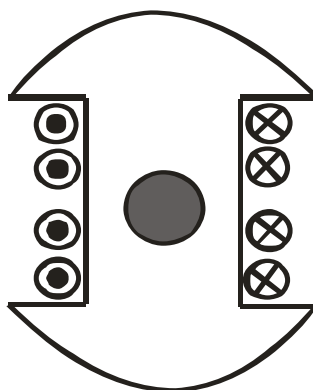


Рисунок 107. Ротор явнopolюсної трифазної синхронної машини:

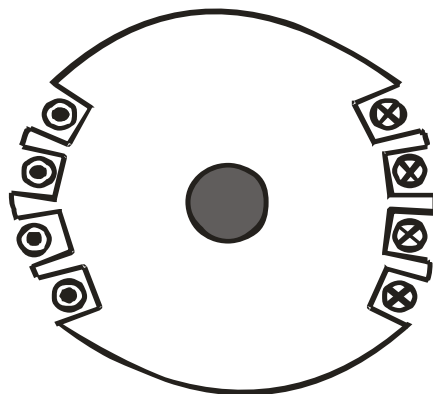


Рисунок 108. Ротор неявнополусної трифазної синхронної машини:

6.3.2.Робота синхронного генератора під навантаженням.

При симетричному навантаженні фазних обмотках проходять однакові струми. Зсунуті фазою на кут $2\pi/3$. Ці струми створюють магнітне поле, яке обертається щодо якоря в той самий бік і з тією самою частотою, як і поле обмотки збудження (ротора). Таким чином, магнітні потоки збудження $\Phi_{зб}$ та якоря Φ_a в синхронній машині взаємно нерухомі. У машині, працюючої під навантаженням, тобто коли струми у фазах статора не дорівнюють нулю, результуючий магнітний потік $\Phi_{рез}$ на відміну холостого ходу створюється як МРС обмотки збудження, а й МРС обмотки якоря. Дія МРС якоря на полі синхронної машини, що створюється обмоткою збудження, називається реакцією якоря.

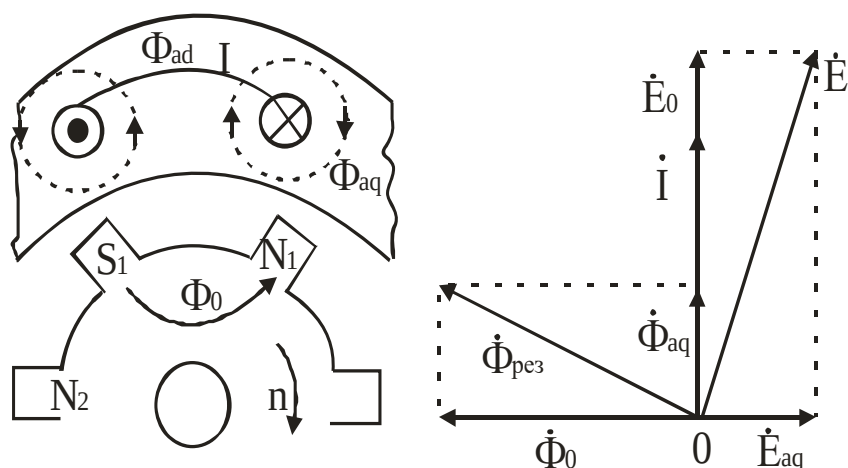


Рисунок 109. Реакція якоря при активному навантаженні.

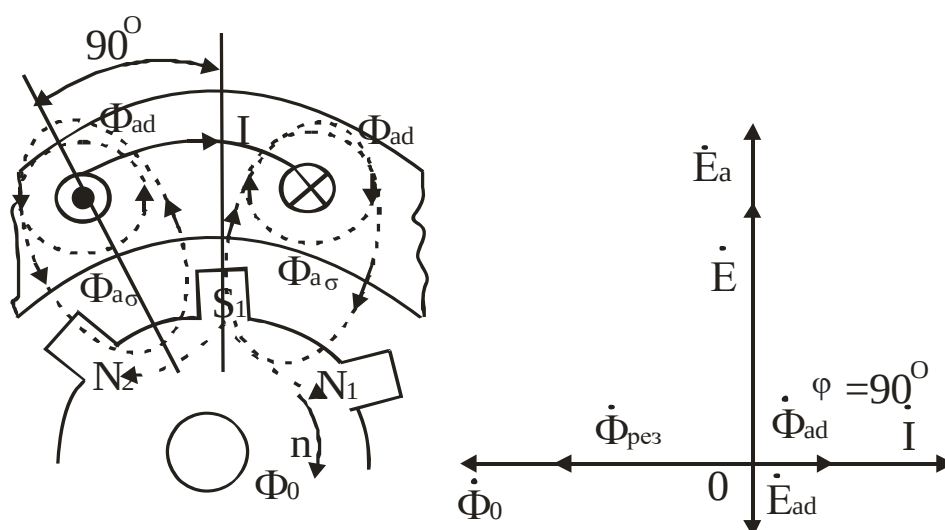


Рисунок 110. Реакція якоря при індуктивному навантаженні

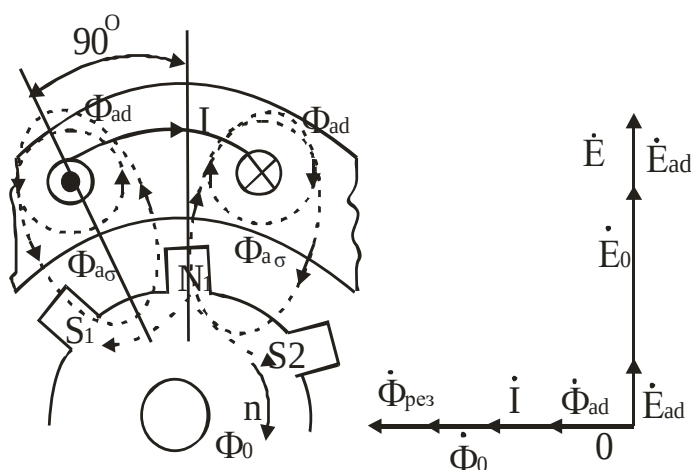


Рисунок 111. Реакція якоря при ємнісному навантаженні

При побудові векторних діаграм виходять із положення, що якщо потік реакції якоря в машині дорівнює Φ_a (в явнополісній машині цей потік ділиться на Φ_{ad} і Φ_{aq}), то магнітний потік, що результує, в зазорі ненасиченої машини

$$\Phi_{рез} = \Phi_0 + \Phi_a \quad (444)$$

$$E = E_0 + E_a \quad (445)$$

ЕРС явнополісного генератора під час його роботи під навантаженням

$$E = E_0 + E_{aq} + E_{ad}$$

(446)

6.3.3. Векторна діаграма неявнополюсного генератора

ЕРС, що наводиться у фазі обмотки статора

$$E = U + jX_{\sigma a} + IR_a$$

(447)

$$E = E_0 + E_a$$

(448)

$$\begin{aligned} \dot{E}_0 &= \dot{U} + j\dot{I}X_a + j\dot{I}X_{\sigma a} + \dot{I}R_a = \\ &= \dot{U} + j\dot{I}X_{ch} + \dot{I}R_a = \end{aligned}$$

=

(449)

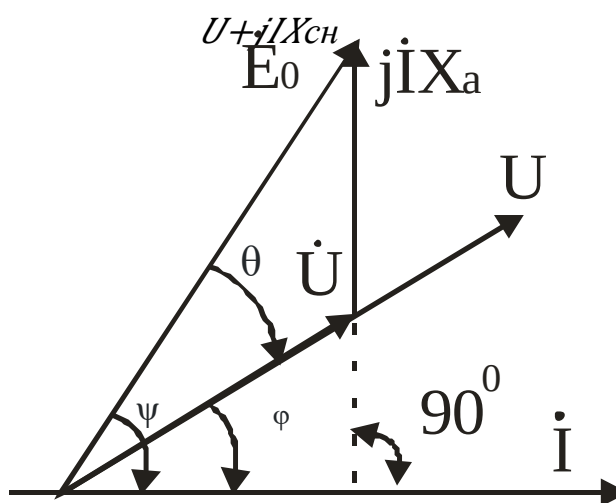


Рисунок 112. Векторна діаграма неявнополюсного генератора

6.3.4. Потужність та електромагнітний (крутний) момент синхронної машини

Потужність, одержувана генератором від первинного двигуна, перетворюється на ньому в електромагнітну потужність. Баланс потужностей однієї фази генератора описується рівнянням

$$I \cos \psi = U I \cos \varphi + I R^2 \quad (450)$$

$$P_{\text{эм}} = m \omega E_0 I \cos \psi \quad (451)$$

$$P = m U I \cos \varphi \quad (452)$$

$$M = m U I \cos \varphi / \omega \quad (453)$$

$$E_0 \sin \theta = I X_{\text{сн}} \cos \varphi \quad (454)$$

$$I \cos \varphi = E_0 \sin \theta / X_{\text{сн}} \quad (455)$$

$$P = m U I \cos \varphi = (m U E_0 / X_{\text{сн}}) \sin \theta \quad (456)$$

$$M = \frac{m U E_0}{\omega X_{\text{сн}}} \sin \theta = M \sin \theta_{\text{max}} \quad (457)$$

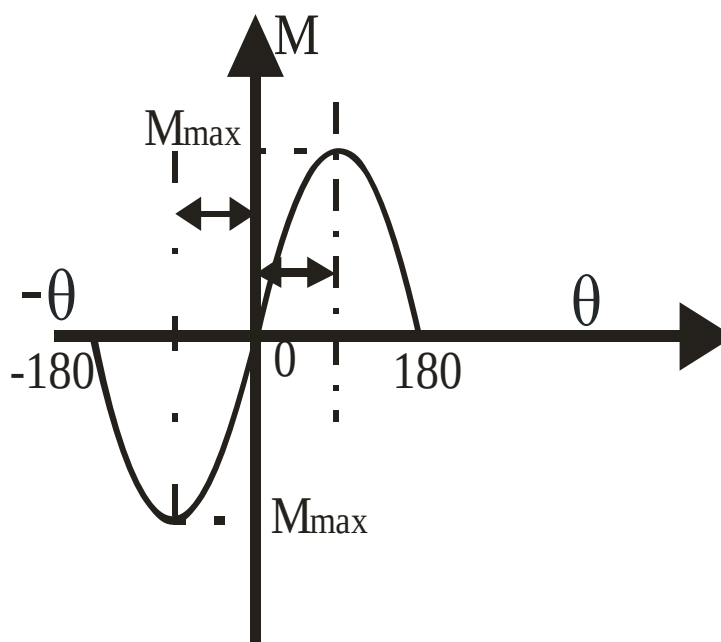


Рисунок 113. Розподіл моменту, що обертає від кута навантаження

Література:

1. Гуржій А. М. Електротехніка та основи електроніки : підручник для здобувачів професійної (професійно-технічної) освіти / А. М. Гуржій, С. К. Мещанінов, А. Т. Нельга, В. М. Співак. – Київ : Літера ЛТД, 2020. – 288 с.
2. Гуржій А.М. та ін. Електротехніка з основами промислової електроніки: Підруч. для учнів проф.-техн. навч. закладів / А.М. Гуржій, А.М. Сільвестров, Н.І. Поворознюк. – К.: Форум, 2002. – 382с.: іл.
3. Колонтаєвський Ю.П., Сосков А.Г. Промислова електроніка та мікросхематотехніка: теорія і практикум. За ред. А.Г. Соскова. – К.: Каравела, 2003. – 368с.
4. Мікроелектроніка: прилади, матеріали, технологія: Підруч. для учнів проф.- техн. закладів, коледжів / А.А. Смердов, М.С. Дяденко, В.О. Зайчук та ін.; За ред. А.А. Смердова. – К.: Гала, 1998. – 288 с.: іл.

5. Паначевний Б.І., Свергун Ю.Ф. Загальна електротехніка: теорія і практикум. – К.: Каравела, 2003. – 440с.
- . Четверухин Б.М. Основы электротехники и электроники: Конспект лекцій / Б.М. Четверухин. - К.: Издательство Европейского ун-та, 2002. – 149 с.
7. Колонтаєвський Ю.П. Електроніка і мікросхемотехніка: Підручник. – К.: Каравела, 2006. – 384 с.
- . Панчевний Б.І., Свергун Ю.Ф. Загальна електротехніка: теорія і практика. 2-е вид. – К.: Каравела, 2004.- 440 с.
- . Автоматика та електропривод техніки реєстрації інформації [Електронний ресурс] : навчальний посібник / Г. Г. Власюк, В. М. Співак, К. О. Трапезон, В. Б. Швайченко. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,73 Мбайт). – Київ : Освіта України, 2010. 159 с. – Назва з екрана. – Доступ:<http://ela.kpi.ua/handle/123456789/19129>.

Навчальне видання

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з дисципліни

«Електротехніка та електромеханіка»

(для здобувачів вищої освіти спеціальності 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка»)

(електронне видання)

Укладач:

Ж.Г. САМОЙЛОВА

Оригінал-макет Ж.Г. Самойлова

Підписано до друку 15.05.2025.

Формат 60x84 ¹/₁₆. Папір типогр. Гарнітура Times.

Друк офсетний. Умов. друк. арк. ____ . Обл.-вид. арк. ____ .

Тираж ____ екз. Вид. № ____ . Замов. № ____ . Ціна договірна.

**Видавництво Східноукраїнського національного університету
імені Володимира Даля**

Свідоцтво про реєстрацію: серія ДК № 1620 від 18.12.03 р.

Адреса університета: вул. Іоанна Павла 2, 17

м. Київ, 01042, Україна

e-mail: vidavnictvoSNU.ua@gmail.com.