МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ТЕХНОЛОГІЧНИЙ ІНСТИТУТ
СХІДНОУКРАЇНСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
ім. ВОЛОДИМИРА ДАЛЯ

О. В. Поркуян, О. Л. Овсієнко

ФІЗИКА
Д Л Я   Е К О Л О Г І В

Навчальний посібник

Луганськ 2011

УДК 53(075.8)
ББК 22.3я73
П59

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів
(листи № 1.4/18-Г-125 від 16.01.2009 р., № 1.4/18-1997 від 26.05.2010 р.)

Рецензенти: Бранспіз Ю.А., докт.техн.наук, проф.,
Глікін М.А. докт.техн.наук, проф.,
Смирний М.Ф., докт.техн.наук, проф.

Відповідальний редактор О.Л. Овсієнко

Поркуян О. В.
П59 Фізика для екологів : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / О. В. Поркуян, О. Л. Овсієнко. - Луганськ : [Вид-во Східноукр. нац. ун-ту ім. В. Даля], 2011. - 284 с: іл.

ISBN 978-966-590-902-6

У посібнику стисло викладено всі основні розділи фізики. Більш докладно наведені відомості з молекулярної фізики, термодинаміки та атомної фізики. Визначені основні фізичні величини і поняття. В додатках наведені таблиці найбільш важливих фізичних величин, одиниці їх вимірювання, фізичні сталі.

Посібник розрахований на студентів напряму підготовки «Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування», а також студентів хіміко-технологічних спеціальностей. Може бути використаний для студентів вищих навчальних закладів технічного профілю, учнів старших класів середньої школи, інженерно-технічних робітників.

ISBN 978-966-590-902-6 УДК 53(075.8)
ББК 22.3я.73а

ЗМІСТ

ОСНОВИ ТЕРМОДИНАМІКИ

РЕАЛЬНІ ГАЗИ, РІДИНИ Й ТВЕРДІ ТІЛА

Розділ 5. ОПТИКА

Розділ 6. АТОМНА ФІЗИКА

Розділ 7. ФІЗИКА АТОМНОГО ЯДРА ТА ЕЛЕМЕНТАРНИХ ЧАСТИНОК

П Е Р Е Д М О В А

Фізика - наука про найбільш загальні закони природи. І тому лише сучасний фізичний світогляд у змозі допомогти майбутнім фахівцям у вирішенні глобальних проблем, що постали сьогодні перед людством: поліпшення екології, скорочення споживання енергії, ресурсозбереження, розробки нової техніки та нових технологій на цих засадах.

Пропоноване видання призначене для студентів-екологів, але може бути використано широким колом читачів. Одним із призначень книги є сприяння формуванню загального світогляду читача та систематизації набутих ним знань.

Під час підбору матеріалу автори мали на меті не тільки викласти дисципліну в необхідному для вивчення курсу фізики обсязі, але і сформувати розуміння зв'язків між різними галузями науки і техніки, бо саме фізика є основою більшості технічних дисциплін.

У книзі наведені визначення основних фізичних величин і понять, сформульовані основні закони, що описують різноманітні фізичні явища з позицій сучасної науки. Теоретичний матеріал супроводжується відомостями з практичного застосування фізичних законів та прикладами розв'язування задач. Для того, щоб читачеві був зрозумілим логічний зв'язок між причиною та наслідками, наведено математичні обґрунтування (виведення) багатьох фізичних співвідношень. У той же час посібник не перевантажений складними математичними викладками. Для сприйняття матеріалу достатньо курсу математичного аналізу, який передбачено для студентів екологічного та технологічного напрямів першого року навчання. Перевагою запропонованого посібника є оптимальне співвідношення стислості викладення матеріалу та глибини опису широкого кола явищ. Лаконічність викладення матеріалу досягнуто за рахунок наближення до довідникового стилю.

Розташування та оформлення матеріалу сприяє більш зручному сприйняттю інформації. Головні положення відокремлені від пояснень. Додаткова інформація, вилучення якої не порушує цілісність і послідовність викладення матеріалу, надана дрібним шрифтом. Текстовий матеріал супроводжується значною кількістю ілюстрацій, що підвищує наочність і, певною мірою, позитивно впливає на психологічне та інтелектуальне сприйняття дисципліни. У посібнику використовується міжнародна система одиниць СІ. Одниці вимірювання вказуються в квадратних дужках. Більшість позначень - традиційні для підручників з фізики.

Викладений у книзі матеріал апробований при читанні лекцій в Технологічному інституті Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля.

Розділ 1

ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

1.1. Предмет механіки

Механіка вивчає найпростіший із видів руху в природі - *механічний*.

- ***Механічний рух*** - це зміна взаємного положення тіл або їх частин у просторі з часом.

Прикладами механічного руху є рух небесних тіл, коливання земної кори, повітряні й морські течії, рух літальних апаратів і транспортних засобів, частин двигунів машин і механізмів, деформації елементів конструкцій і споруд, рух рідин та газів тощо.

М е х а н і к а

Класична	**Релятивістська**	**Квантова**
досліджує рух макроскопічних тіл (що складаються з величезного числа атомів або молекул) зі швидкостями набагато меншими за швидкість світла у вакуумі (c)	вивчає рух тіл зі швидкостями близькими до швидкості світла у вакуумі (c) $c = 3{\cdot}10^8$ м/с	досліджує рух мікрочастинок (електронів в атомах тощо)

Класична механіка включає:

кінематику - розділ, в якому вивчається рух тіл без урахування мас і діючих на тіла сил;

динаміку - розділ, в якому вивчається рух матеріальних тіл під дією прикладених до них сил;

статику - розділ, в якому вивчаються умови рівноваги матеріальних тіл під дією сил.

1.2. Фізичні тіла

У механіці для опису реальних тіл використовуються наступні моделі:

матеріальна точка (точка, яка має масу) - абстракція, що позначає тіло, розмірами і формою якого можна знехтувати в умовах даного завдання;

абсолютно тверде тіло - тіло, деформацією якого можна знехтувати в умовах даного завдання;

абсолютно пружне тіло - тіло, що повністю відновлює свої початкові розміри і форму після припинення зовнішнього силового впливу;

абсолютно непружне тіло - тіло, що повністю зберігає деформований стан, набутий під зовнішнім силовим впливом, після припинення цього впливу.

1.3. Простір і час

Рух всіх фізичних тіл відбувається в просторі й у часі. Простір виражає порядок співіснування окремих об'єктів, час - порядок зміни явищ.

Тіло, відносно якого розглядається рух, і прилад, що відраховує час, утворюють *просторово-часову систему відліку*.

У міжнародній системі одиниць вимірювання фізичних величин (СІ) за одиницю часу прийнято секунду ([с]), а за одиницю просторових відстаней - метр ([м]).*

Для того, щоб мати можливість описувати рух кількісно, з тілом, що утворює систему відліку, пов'язують систему координат, наприклад, прямокутну декартову або полярну.

Поняття абсолютного положення тіла безвідносно до інших тіл позбавлене смислу. Твердження, що дві різні неодночасні події відбулися в тому самому місці простору, недостовірне, поки не зазначено відносно чого розглядаються події. Наприклад, пасажир у залізничному вагоні, що рухається, взяв зі своєї валізи якусь річ і через деякий час поклав її назад. Можна сказати, що він взяв і поклав цю річ у тому самому місці, якщо розглядати вагон. Але ці дві події відбулися в різних географічних місцях Землі (можливо у Києві та Львові).

!* Надалі всі одиниці вимірювання фізичних величин наведені згідно з міжнародною системою СІ.

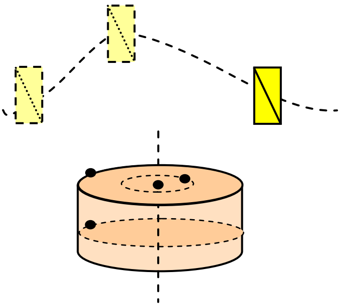
КІНЕМАТИКА

Залежно від властивостей досліджуваних об'єктів кінематика підрозділяється на кінематику точки, кінематику твердого тіла і кінематику суцільного середовища.

КІНЕМАТИКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ

1.4. Способи опису руху матеріальної точки

Усякий механічний рух тіл можна представити як суму поступального й обертального рухів.



- ***Поступальний рух*** твердого тіла - рух, за якого пряма, що з'єднує дві довільні точки тіла, залишається паралельною своєму початковому напрямку.

- ***Обертальний рух*** твердого тіла - рух навколо осі, за якого всі точки тіла описують кола, центрами яких є вісь.

Рух матеріальної точки повністю описано, якщо відомо її положення в будь-який момент часу відносно обраної системи відліку. Для опису руху можна обирати різні системи відліку. Рух того самого тіла відносно різних систем відліку є різним. У кінематиці систему відліку обирають з міркувань доцільності. Ніяких принципових переваг однієї системи відліку порівняно з іншою у кінематиці немає, тобто всі системи відліку кінематично еквівалентні.

У загальному випадку, матеріальна точка, що вільно рухається у просторі, здійснює тільки три незалежних рухи, кожен з яких не може бути представлений комбінацією інших. Так, рух точки уздовж кожної із осей прямокутної декартової системи координат є незалежним. Число незалежних рухів, які може здійснювати механічна система, називається числом ступенів вільності цієї системи. Таким чином, матеріальна точка може мати не більше трьох ступенів вільності. Наприклад, автомобіль, що рухається по прямій магістралі, має один ступінь вільності; корабель у морі має два ступені вільності; літак у небі має три ступені вільності.

Рух матеріальної точки можна описати у *координатний* або *аналітичний* способи.

Координатний - у вигляді таблиці або за допомогою радіус-вектора, що з'єднує початок координат з даною точкою.

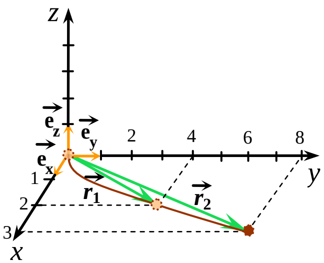
Приклад 1

Таблиця

t (с)	x (м)	y (м)	z (м)
$t_0=0$	$x_0=0$	$y_0=0$	$z_0=0$
$t_1=1$	$x_1=2$	$y_1=4$	$z_1=0$
$t_2=2$	$x_2=3$	$y_2=8$	$z_2=0$

Радіус - вектор

$$\vec{r}=x\vec{e}_x+y\vec{e}_y+z\vec{e}_z$$
$$\vec{r}_0=0\cdot\vec{e}_x+0\cdot\vec{e}_y+0\cdot\vec{e}_z$$
$$\vec{r}_1=2\cdot\vec{e}_x+4\cdot\vec{e}_y+0\cdot\vec{e}_z$$
$$\vec{r}_2=3\cdot\vec{e}_x+8\cdot\vec{e}_y+0\cdot\vec{e}_z$$



Аналітичний - у вигляді аналітичної функції:

$x=x(t)$, $y=y(t)$, $z=(t)$ - *кінематичні скалярні рівняння руху;*

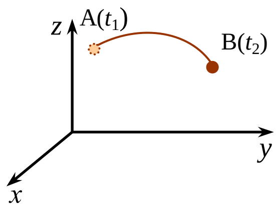
$\vec{r}=\vec{r}(t)$ - *кінематичне векторне рівняння руху.*

Приклад 2

$$x=t\,,\qquad y=t^2\,,\qquad z=0\cdot t\,;\qquad \vec{r}(t)=t\vec{e}_x+t^2\vec{e}_y+0\cdot\vec{e}_z\,.$$

1.5. Траєкторія, шлях, переміщення

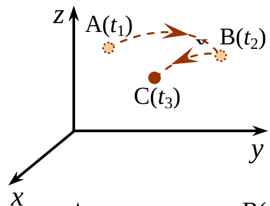
- ***Траєкторією*** точки називається безперервна лінія, описувана рухомою точкою в просторі.



Якщо траєкторія - пряма лінія, рух називається *прямолінійним*, в інших випадках - *криволінійним*.

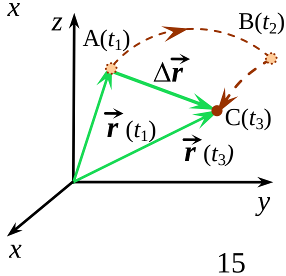
- ***Довжина шляху (шлях)*** s точки - це відстань, яку проходить точка, відлічувана уздовж траєкторії.

$$s=\overset{\smile}{AB}+\overset{\smile}{BC}\,.$$



- ***Переміщення*** $\Delta\vec{r}$ точки - це напрямлений відрізок (вектор), що з'єднує початкову й кінцеву точки шляху.

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}(t_3)-\vec{r}(t_1)\,.$$

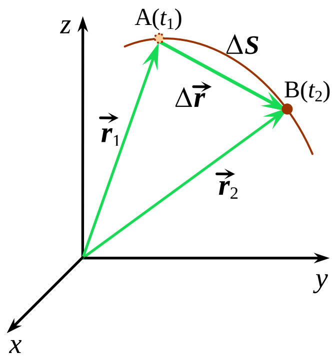


1.6. Швидкість

Під час руху матеріальна точка за однакові проміжки часу може долати різні шляхи. Тому для характеристики руху в механіці вводиться поняття швидкості.

Все різноманіття механічних рухів поділяють на рівномірні й нерівномірні. Рух, за якого матеріальна точка проходить рівні відрізки шляху за рівні проміжки часу, називається *рівномірним рухом*. У протилежному випадку рух є *нерівномірним*.

1.6.1. Середня швидкість



- ***Середньою шляховою швидкістю руху*** $\upsilon_{сер}$ точки на даній ділянці її траєкторії називається скалярна величина, яка дорівнює відношенню довжини цієї ділянки траєкторії ΔS до тривалості проходження її точкою Δt:

$$\boxed{\upsilon_{сер}=\frac{\Delta s}{\Delta t}}, \qquad [\upsilon]=[\text{м/с}]. \qquad (1.1)$$

Рух точки характеризується не тільки величиною швидкості, але й напрямком. Тому в загальному випадку рух точки визначається векторною швидкістю.

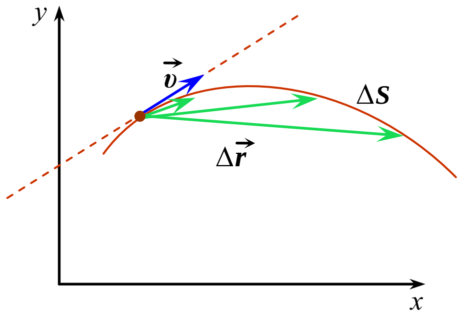
- ***Середньою швидкістю*** $\vec{\upsilon}_{сер}$ точки в інтервалі часу від t до $t+\Delta t$ називається вектор, який дорівнює відношенню переміщення $\Delta\vec{r}$ точки за цей проміжок часу до величини цього проміжку часу Δt:

$$\boxed{\vec{\upsilon}_{сер}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}}, \qquad \left|\vec{\upsilon}_{сер}\right|=\left|\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right|. \qquad (1.2)$$

1.6.2. Миттєва швидкість

У випадку нерівномірного руху матеріальної точки значення середньої швидкості залежить від того, за який проміжок часу швидкість визначається. Тому ця фізична величина є недостатньою характеристикою руху.

Середня швидкість характеризує рух тим точніше, чим менший проміжок часу її визначення. Час руху Δt може бути обраний настільки малим, що протягом нього рух можна вважати практично прямолінійним і рівномірним.



Швидкість матеріальної точки в момент часу t дорівнює границі середньої швидкості за умови нескінченного зменшення інтервалу часу:

$$\vec{\upsilon}_{\text{ì èò}} = \lim_{\Delta t\to 0}\vec{\upsilon}_{\text{сеð}} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

- ***Миттєвою (істинною) швидкістю*** $\vec{\upsilon}$ матеріальної точки називається векторна величина, яка дорівнює першій похідній за часом від радіус-вектора даної точки:

$$\boxed{\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt}}. \qquad (1.3)$$

Модуль швидкості

$$\upsilon = |\vec{\upsilon}| = \left|\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right| = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\vec{r}|}{|\Delta t|} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}.$$

Вектор швидкості, так само як і радіус-вектор, можна подати у вигляді суми складових (добутків проекцій вектора на осі координат і відповідних ортів осей):

$$\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z;$$
$$\vec{\upsilon} = \upsilon_x\vec{e}_x + \upsilon_y\vec{e}_y + \upsilon_z\vec{e}_z.$$

Співвідношення для проекцій вектора швидкості:

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt}, \qquad \upsilon_y = \frac{dy}{dt}, \qquad \upsilon_z = \frac{dz}{dt}. \qquad (1.4)$$

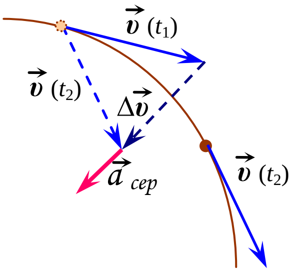
Модуль вектора швидкості визначається виразом

$$\upsilon = |\vec{\upsilon}| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2}. \qquad (1.5)$$

1.7. Прискорення

Для характеристики бистроти зміни вектора швидкості матеріальної точки в механіці вводиться поняття прискорення.

- ***Середнім прискоренням*** $\vec{a}_{ñåð}$ матеріальної точки в інтервалі часу від t до $t+\Delta t$ називається вектор, який дорівнює відношенню зміни вектора швидкості точки за цей проміжок часу до його тривалості:



$$\boxed{\vec{a}_{сер} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}}, \quad [a]=[\text{м/с}^2]. \quad (1.6)$$

Миттєве прискорення точки в момент часу t дорівнює границі середнього прискорення за умови нескінченного зменшення інтервалу часу:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0} \vec{a}_{сер} = \lim_{\Delta t\to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}.$$

Взявши до уваги, що $\vec{\upsilon} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$, одержимо $\vec{a} = \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{d\vec{r}}{dt}\right) = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$.

- ***Прискоренням*** $\vec{a}$ матеріальної точки називається векторна величина, яка дорівнює першій похідній за часом від швидкості або, що те саме, другій похідній за часом від радіус-вектора цієї точки:

$$\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}}. \quad (1.7)$$

Якщо $\vec{a} = const$, рух називають рівномірно змінним.

Вектор прискорення, як і будь-який інший вектор, можна представити у вигляді суми складових:

$$\vec{a} = a_x\vec{e}_x + a_y\vec{e}_y + a_z\vec{e}_z.$$

Проекції прискорення на осі координат дорівнюють першим похідним за часом відповідних проекцій швидкості або другим похідним за часом відповідних координат точки:

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \qquad a_y = \frac{d\upsilon_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, \qquad a_z = \frac{d\upsilon_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}. \quad (1.8)$$

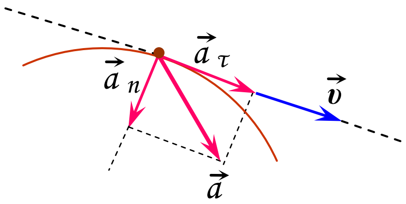
Модуль вектора прискорення

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}. \quad (1.9)$$

Вектор прискорення можна розкласти на дві взаємно перпендикулярні складові - тангенціальне й нормальне прискорення:

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n}. \qquad (1.10)$$

Таке подання прискорення доцільне з погляду на те, що за правилами диференціювання прискорення як похідна за часом від вектора швидкості має, у загальному випадку, два доданки:



$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d\left(\upsilon\,\vec{e}_\tau\right)}{dt} = \underbrace{\frac{d\upsilon}{dt}\vec{e}_\tau}_{\vec{a}_\tau} + \underbrace{\upsilon\frac{d\vec{e}_\tau}{dt}}_{\vec{a}_n},$$

$\vec{e}_\tau$ - орт дотичної.

1.7.1. Тангенціальне прискорення

- ***Тангенціальне (дотичне) прискорення*** $\vec{a}_\tau$ характеризує бистроту зміни модуля вектора швидкості, спрямоване по дотичній до траєкторії точки і чисельно дорівнює

$$\boxed{\vec{a}_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}\vec{e}_\tau}, \qquad a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}. \qquad (1.11)$$

1.7.2. Нормальне прискорення

- ***Нормальне (доцентрове) прискорення*** $\vec{a}_n$ характеризує швидкість зміни напрямку вектора швидкості, спрямоване по головній нормалі до центра кривизни траєкторії й чисельно дорівнює:

$$\boxed{\vec{a}_n = \frac{\upsilon^2}{R}\vec{e}_n}, \qquad \boxed{a_n = \frac{\upsilon^2}{R}}. \qquad (1.12)$$

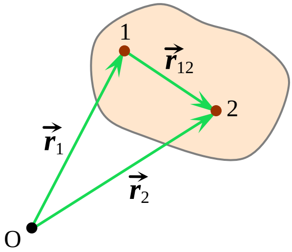
R – радіус кривизни траєкторії.

Складові $\vec{a}_\tau$ й $\vec{a}_n$ перпендикулярні одна одній, тому квадрат модуля прискорення дорівнює сумі квадратів модулів складових:

$$\boxed{a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right)^2 + \left(\frac{\upsilon^2}{R}\right)^2}}. \qquad (1.13)$$

КІНЕМАТИКА ТВЕРДОГО ТІЛА

1.8. Опис поступального руху твердого тіла



Для опису поступального руху твердого тіла достатньо знати, як рухається одна з його точок. Всі інші точки рухаються так само. У більшості випадків розглядають рух центра інерції (центра мас) тіла.

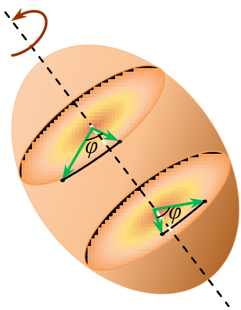
Таким чином, для кінематичного опису поступального руху твердого тіла достатньо кінематичного рівняння руху однієї з його точок. Це рівняння дозволяє визначити всі кінематичні характеристики руху твердого тіла - шлях, швидкість, прискорення за формулами:

$$\vec{r} = \vec{r}(t), \qquad s = s(t),$$

$$\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \qquad \upsilon = \frac{ds}{dt},$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt}, \qquad a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt}.$$

1.9. Опис обертального руху твердого тіла



Розглядаючи обертання твердого тіла навколо осі, зручно користуватися кутовими характеристиками. Неважко переконатися, що кінематичною характеристикою, однаковою для всіх точок твердого тіла за його обертання, є кут повороту.

Таким чином, положення твердого тіла за обертання визначається залежністю кута повороту від часу:

$$\boxed{\varphi = \varphi(t)}$$ - *кінематичне рівняння обертального руху*.

Крім залежності від часу кута повороту тіла, необхідно знати й напрямок обертання, оскільки рух може відбуватися у двох протилежних напрямках (за годинниковою стрілкою й проти неї). Тому доцільно ввести вектор $\Delta\vec{\varphi}$, довжина якого дорівнює куту повороту, а напрямок збігається з віссю, навколо якої відбувається поворот. Один із двох можливих напрямків вектора $\Delta\vec{\varphi}$ визначається правилом правого гвинта: якщо правий гвинт обертати за напрямком руху тіла, то поступальний рух вістря гвинта вкаже напрямок вектора $\Delta\vec{\varphi}$.

1.10. Кутова швидкість

Для характеристики швидкості й напрямку обертання тіла навколо осі зручно користуватися кутовою швидкістю.

- ***Середньою кутовою швидкістю*** $\omega_{ñåð}$ називається величина, яка дорівнює відношенню кута повороту тіла за інтервал часу від t до $t+\Delta t$ до тривалості цього інтервалу:

$$\boxed{\omega_{cåp} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}}, \qquad [\omega]=[\text{рад/с}]. \qquad (1.14)$$

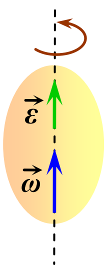
- ***Кутовою швидкістю*** $\vec{\omega}$ називається вектор, рівний першій похідній за часом від кута повороту:

$$\boxed{\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}}, (1.15) \qquad \boxed{\omega = \frac{d\varphi}{dt}}. \ (1.15а)$$

1.11. Кутове прискорення

Зміна кутової швидкості в часі характеризується кутовим прискоренням.

- ***Кутовим прискоренням*** $\vec{\varepsilon}$ називається вектор, рівний першій похідній за часом від кутової швидкості:



$$\boxed{\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}}, \qquad [\varepsilon]=[\text{рад/с}^2]. \qquad (1.16)$$

Якщо напрямок осі обертання у просторі не змінюється, то

$$\boxed{\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}}. \qquad (1.16а)$$

1.12. Період і частота обертання

Рівномірне обертання можна охарактеризувати періодом і частотою обертання.

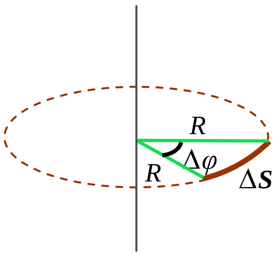
- ***Періодом обертання*** T називається проміжок часу, протягом якого тіло, рівномірно обертаючись із кутовою швидкістю ω, робить один повний оберт навколо осі обертання (повертається на кут $\varphi = 2\pi$):

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}, \qquad [T]=[\text{с}]. \qquad (1.17)$$

- ***Частотою обертання*** ν називається число обертів, які здійснюються тілом за одиницю часу, за рівномірного обертання з кутовою швидкістю ω:

$$\boxed{\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}}, \qquad [\nu]=[\text{с}^{-1}]. \qquad (1.18)$$

1.13. Зв'язок кутових кінематичних характеристик з лінійними



Під час обертання твердого тіла всі його точки мають однакову кутову швидкість, але лінійні швидкості точок - різні.

За повороту тіла на кут $\Delta\varphi$ точка, що знаходиться на відстані R від осі обертання, проходить шлях

$$\Delta s = R\Delta\varphi . \qquad (1.19)$$

Модуль лінійної швидкості точки за означенням:

$$\upsilon = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\left(R\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}\right) = R\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R\omega . \qquad (1.20)$$

З урахуванням цього:

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R ; \qquad (1.21)$$

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d(\omega R)}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon ; \qquad (1.22)$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \sqrt{\omega^4 R^2 + \varepsilon^2 R^2} = R\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2} . \qquad (1.23)$$

Таблиця порівняння

Поступальний рух	Обертальний рух
І. Кінематика	
Кінематичне рівняння руху	
$\vec{r}=\vec{r}(t)$	$\vec{\varphi}=\vec{\varphi}(t)$
$s=s(t)$	$\varphi=\varphi(t)$
Переміщення	
$\Delta\vec{r}$	$\Delta\vec{\varphi}$
Шлях	
Δs	$\Delta\varphi$
Швидкість	
$\vec{\upsilon}=\frac{d\vec{r}}{dt}$; $\upsilon=\frac{ds}{dt}$	$\vec{\omega}=\frac{d\vec{\varphi}}{dt}$; $\omega=\frac{d\varphi}{dt}$
Прискорення	
$\vec{a}=\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}$; $a_\tau=\frac{d\upsilon}{dt}$	$\vec{\varepsilon}=\frac{d\vec{\omega}}{dt}$; $\varepsilon=\frac{d\omega}{dt}$
$\vec{a}=\vec{a}_n+\vec{a}_\tau$; $a=\sqrt{a_n^2+a_\tau^2}$	
$\vec{a}_n=\frac{\upsilon^2}{R}\vec{e}_n$; $\vec{a}_\tau=\frac{d\upsilon}{dt}\vec{e}_\tau$	
Кінематичні формули рівнозмінного руху	
$\vec{\upsilon}=\vec{\upsilon}_0+\vec{a}t$; $\upsilon=\upsilon_0\pm at$ (прямолінійний рух)	$\vec{\omega}=\vec{\omega}_0+\vec{\varepsilon}t$; $\omega=\omega_0\pm\varepsilon t$
$\Delta\vec{r}=\vec{\upsilon}_0 t+\frac{\vec{a}t^2}{2}$	$\Delta\vec{\varphi}=\vec{\omega}_0 t+\frac{\vec{\varepsilon}t^2}{2}$
$\Delta s=\upsilon_0 t\pm\frac{at^2}{2}$ (прямолінійний рух)	$\Delta\varphi=\omega_0 t\pm\frac{\varepsilon t^2}{2}$
Формули, що пов'язують лінійні й кутові характеристики руху матеріальної точки	
$\Delta s=\Delta\varphi R$ $\upsilon=\omega R$ $a_\tau=\varepsilon R$ $a_n=\omega^2 R$ $a=R\sqrt{\omega^4+\varepsilon^2}$	
R – радіус кривизни траєкторії	

Приклад розв'язування задачі 1

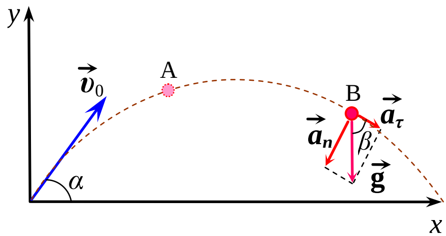
М'яч кинуто під кутом $\alpha = 30°$ **до горизонту з початковою швидкістю** $\upsilon_0 = 20$ м/с. **Знайти значення швидкості, нормального й тангенціального прискорення тіла через** $t = 1{,}5$ с **після початку руху. Опір повітря не враховувати**.

Розв'язування

Оскільки тіло рухається з постійним прискоренням $a = g$, його швидкість і переміщення задаються векторними рівняннями:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{a}t \quad \text{і} \quad \vec{r} = \vec{\upsilon}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}, \quad \vec{\upsilon}_0 \text{ - початкова швидкість тіла.}$$

Зробимо рисунок. Невідомо, у якій точці траєкторії буде тіло через $t = 1{,}5$ с після початку руху - на висхідній (т. A) чи на спадній (т. B) вітках траєкторії. Припустимо, що м'яч перебуває в точці B. Виберемо координатні осі так, як показано на рисунку, розмістивши початок координат у точці кидання м'яча.



Оскільки $a_x = 0$, $a_y = -g$, $\upsilon_{0x} = \upsilon_0 \cos\alpha$, $\upsilon_{0y} = \upsilon_0 \sin\alpha$, $\Delta x = x$, $\Delta y = y$, і з огляду на те, що проекція вектора швидкості тіла у точці B на вісь y спрямована вниз, одержимо:

$$\upsilon_x = \upsilon_0 \cos\alpha, \qquad -\upsilon_y = \upsilon_0 \sin\alpha - gt.$$

Модуль швидкості м'яча в точці B знайдемо через проекції швидкості:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 \cos^2\alpha + \left(gt - \upsilon_0 \sin\alpha\right)^2}; \qquad \upsilon \approx 17 \text{ м/с}.$$

Для визначення a_n й a_τ прискорень врахуємо, що $\vec{a}_n + \vec{a}_\tau = \vec{g}$. Проекції вектора $\vec{g}$ на дотичний і нормальний напрямки до траєкторії в точці B (див. рисунок):

$$a_n = g\sin\beta = g\frac{\upsilon_x}{\upsilon}, \qquad a_\tau = g\cos\beta = g\frac{\upsilon_y}{\upsilon},$$

β - кут між вертикаллю й дотичною до траєкторії в точці В.

Підставимо замість величин υ_x, υ_y і υ знайдені раніше їхні значення:

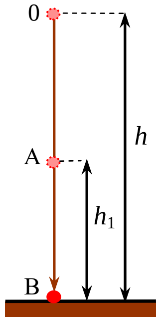
$$a_n = \frac{g\upsilon_0 \cos\alpha}{\sqrt{\upsilon_0^2 \cos^2\alpha + \left(gt - \upsilon_0 \sin\alpha\right)^2}}, \qquad a_n = 9{,}5 \text{ м/с}^2;$$

$$a_\tau = \frac{g\left(gt - \upsilon_0 \sin\alpha\right)}{\sqrt{\upsilon_0^2 \cos^2\alpha + \left(gt - \upsilon_0 \sin\alpha\right)^2}}, \qquad a_\tau \approx 2{,}6 \text{ м/с}^2.$$

Оскільки $a_\tau > 0$, значить м'яч в момент часу, що розглядається, перебуває на спадній вітці траєкторії. Від'ємне значення a_τ свідчило б, що швидкість тіла зменшується й що воно перебуває на висхідній вітці траєкторії (в т. A).

Приклад розв’язування задачі 2

Вільно падаюче тіло за останню секунду свого падіння проходить шлях h_1. Визначити висоту та час падіння.



Розв’язування

Маємо окремий випадок рівнозмінного руху - вільне падіння, за якого прискорення постійне й дорівнює g.

Зробимо рисунок. Виберемо за початок координат точку, з якої почалося падіння. Вісь спрямуємо вниз. Тоді $x_0 = 0$, $\upsilon_{0x} = 0$ і рівняння руху має вигляд $x = gt^2/2$.

Для точки B маємо: $t = \tau$, $x = h$, де τ - час падіння.

Тоді $$h = \frac{g\tau^2}{2}.$$

Для точки A : $t = \tau - t_1$, $x = h - h_1$ і $h - h_1 = g(\tau - t_1)^2/2$, де $t_1 = 1$с;

звідки $$\tau = \frac{gt_1^2 + 2h_1}{2gt_1}; \qquad h = \frac{g(\tau - t_1)^2 + 2h_1}{2}.$$

Приклад розв’язування задачі 3

Матеріальна точка починає рухатися по колу радіусом $R = 20$ см з постійним тангенціальним прискоренням a_τ. Через $N = 4$ оберти лінійна швидкість точки дорівнює $\upsilon = 20$ см/с. Визначити нормальне прискорення a_n точки через $t = 12$ с після початку руху.

Розв’язування

Відомо, що $a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R$. За умовою рух точки є рівноприскорений без початкової швидкості, тобто $\omega = \omega_0 + \varepsilon t = \varepsilon t$. Отже $a_n = (\varepsilon t)^2 R$.

Крім того, $\upsilon = \omega R = \varepsilon t R$. Значить $t_1 = \dfrac{\upsilon_1}{\varepsilon R}$. З кінематичного рівняння рівнозмінного обертання $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \dfrac{\varepsilon t^2}{2}$ випливає, що $\varphi = \dfrac{\varepsilon t^2}{2}$ (за умовою $\varphi_0 = 0$, $\omega_0 = 0$). З іншого боку, $\varphi = 2\pi N$, тобто

$2\pi N = \dfrac{\varepsilon t^2}{2}$; $\varepsilon = \dfrac{\upsilon^2}{4\pi N R^2}$. Значить $a_n = \left(\dfrac{\upsilon^2}{4\pi N R^2} t\right)^2 R$; $a_n \approx 0{,}01$ м/с^2.

ДИНАМІКА

Кінематика описує рух тіл, не розглядаючи питання про те, чому тіло рухається саме так (наприклад, рівномірно по колу або рівноприскорено по прямій). Динаміка вивчає рух тіл у зв'язку із причинами, що зумовлюють характер руху.

ЗАКОНИ НЬЮТОНА

Закони динаміки були сформульовані І.Ньютоном і носять його ім'я. Як і інші принципи, що лежать в основі фізики, вони є узагальненням великої кількості дослідних фактів. Правильність законів підтверджується відповідністю висновків, які з них випливають, дослідним фактам.

1.14. Перший закон Ньютона

- **I закон Ньютона. Всяке тіло зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху, поки вплив з боку інших тіл не змусить його змінити цей стан.**

I закон Ньютона показує, що стан спокою або рівномірного прямолінійного руху не потребує для своєї підтримки будь-яких зовнішніх впливів. У цьому проявляється особлива динамічна властивість тіл, яка називається їхньою інертністю.

- ***Інертність*** - це прагнення тіла зберігати стан спокою або рівномірного прямолінійного руху, тобто властивість тіла зберігати свою швидкість за умов відсутності взаємодії з іншими тілами.

Мірою інертності тіла є його маса: чим більша маса тіла, тим більша його інертність.

Рух тіла за умов відсутності впливів з боку інших тіл називають *рухом за інерцією* (*вільним рухом*), а I закон Ньютона - *законом інерції*.

Інертність тіл у випадку впливу на них інших тіл проявляється в тому, що зміна стану спокою або рівномірного прямолінійного руху тіла відбувається поступово, а не миттєво. При цьому рух змінюється тим повільніше, чим більше інертність тіла.

1.15. Інерціальні системи відліку

Механічний рух відносний: його характер для того самого тіла може різнитися в різних системах відліку. Дослідження показують, що I закон Ньютона виконується не завжди - не в усіх

системах відліку. Розглянемо приклад. Візьмемо за систему відліку вагон, що рухається прямолінійно й рівномірно. Тоді, якщо відволіктися від струсів, I закон Ньютона виконується: нерухомі відносно вагона тіла не рухаються без впливу на них з боку інших тіл. Але, як тільки вагон відхилиться від прямолінійного рівномірного руху (почне повертати, гальмувати або прискорювати хід), з'являються явні порушення закону інерції: нерухомі до того тіла можуть відхилитися або впасти без видимого впливу на них з боку навколишніх тіл.

Система відліку, відносно якої матеріальна точка, вільна від зовнішніх впливів, не рухається або рухається рівномірно й прямолінійно, називається ***інерціальною системою відліку***, тобто інерціальною є система відліку, в якій виконується I закон Ньютона. Система відліку, в якій I закон Ньютона не виконується, називається ***неінерціальною***. Інерціальних систем існує нескінченна безліч. Будь-яка система відліку, що рухається відносно деякої інерціальної системи поступально прямолінійно й рівномірно, також є інерціальною. Інерціальні системи відліку відіграють особливу роль у механіці й ряді інших розділів фізики. Це пов'язане з тим, що математичний вираз будь-якого фізичного закону має той самий вигляд в усіх інерціальних системах відліку. Далі ми будемо розглядати тільки інерціальні системи відліку.

1.16. Другий закон Ньютона. Маса й імпульс. Сила

Для того, щоб сформулювати II закон Ньютона необхідно ввести поняття маси й сили.

1.16.1. Маса тіла

- **Маса** m - це фізична величина, одна з основних характеристик матерії, що визначає її інерційні (інертна маса) й гравітаційні (гравітаційна маса) властивості ($[m]$=[кг]).

На даний час можна вважати доведеним, що інертна й гравітаційна маси збігаються (з точністю, принаймні, до 10^{-12} кг). В принципі, нізвідки не випливає, що маса, яка створює поле тяжіння, визначає й інерцію того ж тіла. Однак дослідження показують, що інертна й гравітаційна маси за звичайного вибору одиниць вимірювання чисельно рівні. Цей фундаментальний результат - рівність інертної й гравітаційної мас - називають *принципом еквівалентності*.

У класичній механіці вважається, що: 1) *маса матеріальної точки не залежить від характеру руху* точки і є її незмінною властивістю; 2) *маса - величина адитивна*, тобто маса системи дорівнює сумі мас усіх матеріальних точок, що складають систему; 3) ***маса ізольованої системи залишається незмінною*** за будь-яких процесів, що відбуваються в цій системі (*закон збереження мас*).

Маса однорідного тіла дорівнює добутку густини ρ на об'єм V: $m = \rho V$. Маса неоднорідного тіла: $m = \int\limits_V \rho \, dV$.

- ***Центром інерції (центром мас)*** системи матеріальних точок називається точка, радіус-вектор якої дорівнює

$$\boxed{\vec{r}_{öi} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}, \qquad (1.24)$$

$m = \sum\limits_{i=1}^{n} m_i$ - маса всієї сукупності матеріальних точок,

m_i й $\vec{r}_i$ - маса й радіус-вектор i-ї матеріальної точки,

n - загальне число матеріальних точок у системі.

1.16.2. Імпульс

- **Імпульсом** (*кількістю руху*) $\vec{p}$ матеріальної точки називається векторна величина, яка дорівнює добутку маси матеріальної точки на її швидкість:

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{\upsilon}}, \qquad [p] = [\text{кг}\cdot\text{м/с}]. \qquad (1.25)$$

- ***Імпульсом системи матеріальних точок*** називається вектор, який дорівнює геометричній сумі імпульсів всіх матеріальних точок системи:

$$\boxed{\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{\upsilon}_i}. \qquad (1.25a)$$

1.16.3. Сила

- **Силою** $\vec{F}$ називається векторна величина, що є мірою механічної дії на тіло з боку інших тіл ($[F]$ =[Н]).

За силової дії тіло або змінює швидкість руху, тобто набуває прискорення, або деформується, тобто змінює свою форму й розміри.

Механічна взаємодія може здійснюватися як між безпосередньо контактуючими тілами (наприклад, за тертя, тиску тіл одне на одне), так і між віддаленими тілами за допомогою створюваних ними фізичних полів (наприклад, притягання планет до Сонця). Хоча по своїй суті всі сили у природі є безконтактними й передаються через поля.

У кожний момент часу ***сила характеризується***: 1) *числовим значенням* (величиною), 2) *напрямком*, 3) *точкою прикладання*. Пряма, вздовж якої спрямована сила, називається *лінією дії сили*.

- ***Принцип суперпозиції сил***. Одночасна дія на матеріальну точку декількох сил еквівалентна дії однієї сили, називаної рівнодіючою, яка дорівнює їх геометричній сумі:

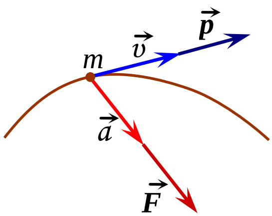
$$\boxed{\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i}. \qquad (1.26)$$

1.16.4. Основний закон динаміки

- **II закон Ньютона** (*загальне формулювання*). **Швидкість зміни імпульсу матеріальної точки дорівнює діючій на неї силі**:

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}} \qquad (1.27)$$

рівняння руху матеріальної точки



або $$\boxed{\frac{d}{dt}(m\vec{\upsilon}) = \vec{F}},$$

m - маса матеріальної точки,
$\vec{\upsilon}$ - швидкість матеріальної точки.
Якщо на матеріальну точку одночасно діють декілька сил, то $\vec{F}$ у II законі Ньютона - рівнодіюча сила.

У класичній механіці маса матеріальної точки незмінна, тому $\dfrac{dm}{dt} = 0$ і математично вираз II закону Ньютона має вигляд:

$$\boxed{m\vec{a} = \vec{F}}. \qquad (1.28)$$

- **II закон Ньютона** (*окреме формулювання*). **Прискорення, що набувається матеріальною точкою, пропорційне діючій силі, збігається із силою за напрямком й обернено пропорційне масі матеріальної точки**:

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}}. \qquad (1.28a)$$

Дотичне й нормальне прискорення матеріальної точки визначаються відповідними складовими сили:

$$\vec{a}_\tau = \frac{\vec{F}_\tau}{m}, \qquad a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{F_\tau}{m};$$

$$\vec{a}_n = \frac{\vec{F}_n}{m}, \qquad a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{F_n}{m};$$

υ - модуль вектора швидкості матеріальної точки,
R - радіус кривизни траєкторії точки.

Сила $\vec{F}_n$ надає матеріальній точці нормального прискорення; вона спрямована до центра кривизни траєкторії й називається *доцентровою силою*.

Для випадку одночасної дії на матеріальну точку декількох сил справедливий *принцип незалежності дії сил*.

- ***Принцип незалежності дії сил***. Кожна із сил, що одночасно діють на матеріальну точку, надає їй таке ж прискорення, як у випадку відсутності інших сил:

$$\boxed{\vec{a} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i = \sum_{i=1}^{n}\vec{a}_i}, \quad \text{де} \quad \vec{a}_i = \frac{\vec{F}_i}{m}. \qquad (1.29)$$

Принцип незалежності дії сил дозволяє представляти сили й прискорення у вигляді суми складових, що істотно спрощує розв'язання задач.

II закон Ньютона сформульовано для матеріальної точки, але його загальність цим не обмежується. У більшості задач механіки розглядаються тіла, які можна вважати матеріальними точками, або вивчаються рухи центрів мас тіл. II закон Ньютона справедливий і для тіл довільних розмірів у випадку, коли вони рухаються поступально. У самому загальному випадку будь-яке складне тіло можна розглядати як сукупність матеріальних точок, для кожної з яких справедливий II закон Ньютона.

Основний закон динаміки дозволяє розв'язувати в механіці два види задач: 1) по заданому русі тіл обчислювати сили, що діють на них; 2) по заданих силах визначати рух тіл.

У випадку руху тіл змінної маси (літаки, ракети, поливні машини тощо) основний закон динаміки має вигляд:

$$\boxed{m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \vec{F} + \vec{u}\frac{dm}{dt}} \qquad \textit{рівняння Мещерського,} \qquad (1.30)$$

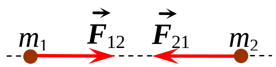
m - маса тіла, $\vec{\upsilon}$ - швидкість тіла, $\vec{F}$ - рівнодіюча зовнішніх сил,
$\vec{u}$ - швидкість матеріальних частинок, що відокремлюються від тіла або приєднуються до нього,
dm/dt - зміна маси тіла за одиницю часу.

1.17. Третій закон Ньютона

Застосовуючи II закон Ньютона до якогось тіла, ми зосереджуємося саме на цьому тілі; нас цікавлять сили, що діють на нього. Але слід розуміти, що *сили є мірою взаємодії* тіл і що однобічних взаємодій не існує. Якщо одне тіло діє на інше, то й друге діє на перше. Це й формулюється у III законі Ньютона.

- **III закон Ньютона. Дві матеріальні точки діють одна на одну із силами, які чисельно рівні й спрямовані в протилежні сторони уздовж прямої, що з'єднує ці точки:**

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}}, \qquad (1.31)$$



$\vec{F}_{12}$ - сила, що діє на матеріальну точку 1 з боку матеріальної точки 2.
$\vec{F}_{21}$ - сила, що діє на матеріальну точку 2 з боку матеріальної точки 1.

Увага! Сили $\vec{F}_{12}$ і $\vec{F}_{21}$ прикладені до різних матеріальних точок, тому ніколи не зрівноважують одна одну.

Із III закону Ньютона випливає, що сили завжди виникають попарно. Якщо діюча сила обумовлена деформацією, всесвітнім тяжінням або електричним полем, то і протидіюча сила обумовлена тим самим. Так книга, що лежить на столі, тисне на стіл. Але сама книга зазнає з боку стола протилежно спрямований протитиск. Яку з пари сил називати дією, а яку протидією - не має принципового значення і визначається довільним чином.

- ***Механічною системою*** називається сукупність матеріальних точок або тіл, що розглядаються як єдине ціле.

Сили взаємодії між матеріальними точками механічної системи називають *внутрішніми*. Сили, з якими на матеріальні точки механічної системи діють зовнішні тіла, називають *зовнішніми*.

Із III закону Ньютона також випливає, що в будь-якій механічній системі геометрична сума всіх внутрішніх сил дорівнює нулю. Тому внутрішні сили взаємодії між матеріальними точками можна виключити під час вивчення динаміки руху матеріальних тіл або механічних систем як єдиного цілого, а враховувати лише зовнішні сили.

ДИНАМІКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ

Для зручності опису обертального руху тіл у механіці користуються поняттями момента інерції, момента імпульсу й момента сили.

1.18. Момент інерції

- **Моментом інерції** J механічної системи матеріальних точок щодо нерухомої осі називається фізична величина, яка дорівнює сумі добутків мас всіх матеріальних точок системи на квадрати їх відстаней до осі:

$$\boxed{J=\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2}, \qquad [J]=[\text{кг}\cdot\text{м}^2], \quad (1.32)$$

m_i - маса i-ї матеріальної точки,

r_i - найкоротша відстань від i-ї матеріальної точки до осі обертання.

У випадку безперервного розподілу мас (суцільне тіло):

$$J=\int_m dm\,r^2=\int_V \rho r^2\,dV\,, \qquad (1.32а)$$

dV - елемент об'єму тіла, dm - маса елемента об'єму тіла,

r - відстань від елемента dV до осі обертання, ρ - густина тіла.

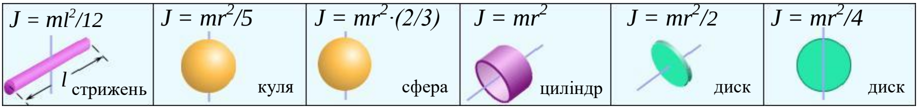
Момент інерції тіла є мірою його інертності під час обертання навколо нерухомої осі, подібно тому, як маса тіла є мірою його інертності за поступального руху. Момент інерції тіла відносно осі залежить не тільки від маси, форми і розмірів тіла, але й від положення тіла відносно цієї осі.

- ***Теорема Штейнера*** (*теорема про перенос осей інерції*) Момент інерції тіла відносно довільної осі дорівнює сумі момента інерції тіла відносно осі, що проходить через його центр інерції паралельно осі, яка розглядається, та добутку маси тіла на квадрат відстані між осями:

$$\boxed{J=J_{ö.i.}+m\,d^2}, \qquad (1.33)$$

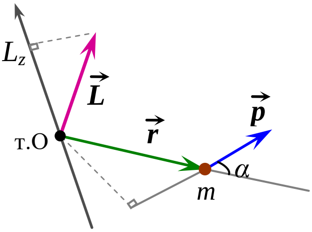
m - маса тіла, d - відстань між осями.

Теорема Штейнера зводить обчислення момента інерції відносно довільної осі до обчислення момента інерції відносно осі, що проходить через центр мас тіла.



1.19. Момент імпульсу

- **Моментом імпульсу** матеріальної точки **відносно нерухомої точки** (*полюса*) $\vec{L}_{ò.Î}$ називається векторна величина, яка дорівнює векторному добутку вектора, проведеного з полюса у місце знаходження матеріальної точки, і вектора імпульсу матеріальної точки:



$$\boxed{\vec{L}_{ò.Î} = [\vec{r}, \vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{\upsilon}]}, \quad [L] = [\text{кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}], \quad (1.34)$$

$\vec{r}$ - радіус-вектор, $\vec{p}$ - імпульс, m - маса, $\vec{\upsilon}$ - швидкість матеріальної точки.

Модуль вектора момента імпульсу

$$L = r\,p\sin\alpha = m\upsilon r\sin\alpha\,, \qquad (1.34a)$$

α - кут між векторами $\vec{r}$ та $\vec{p}$.

- ***Принцип суперпозиції***. Момент імпульсу системи матеріальних точок відносно нерухомої точки (полюса) дорівнює геометричній сумі моментів імпульсу всіх матеріальних точок системи:

$$\boxed{\vec{L}_{m.Î} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_{ò.Î\ з} = \sum_{i=1}^{n} [\vec{r}_i, m_i\vec{\upsilon}_i]}. \qquad (1.35)$$

- **Моментом імпульсу** механічної системи матеріальних точок **відносно нерухомої осі** L_z називається скалярна величина, яка дорівнює проекції на цю вісь вектора момента імпульсу, визначеного відносно довільної точки даної осі:

$$\boxed{L_z = p\,l = m\upsilon r_\perp}, \qquad (1.36)$$

$r_\perp \equiv l$ (плече) - найкоротша відстань від матеріальної точки до осі.

За обертання твердого тіла відносно нерухомої осі всі точки тіла рухаються з однаковою кутовою швидкістю ω. З огляду на те, що лінійна υ і кутова ω швидкості пов'язані співвідношенням $\upsilon_i = \omega r_i$ $(r_i \equiv r_{i\perp})$:

$$L_z = \sum_{i=1}^{n} L_{zi} = \sum_{i=1}^{n} m_i\,\upsilon_i\,r_{i_\perp} = \sum_{i=1}^{n} m_i\,\omega r_{i\perp}^2 = \omega \underbrace{\sum_{i=1}^{n} m_i\,r_{i\perp}^2}_{J_z} = J_z\,\omega\,.$$

Таким чином, момент імпульсу твердого тіла, що обертається навколо нерухомої осі, дорівнює добутку момента інерції тіла відносно тієї ж осі на кутову швидкість обертання тіла:

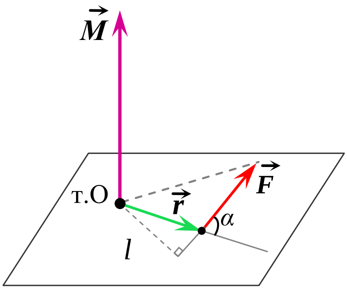
$$\boxed{L_z = J_z\,\omega}. \qquad (1.37)$$

Момент імпульсу відносно осі є величиною адитивною.

1.20. Момент сили

Повсякденний досвід показує, що при повороті тіла за допомогою важеля (наприклад, при затягуванні болта гайковим ключем) істотним виявляється не тільки модуль сили, але й довжина важеля. Тому для характеристики зовнішньої механічної дії на тіло, що призводить до зміни обертального руху тіла, вводять поняття момента сили. Розрізняють момент сили відносно нерухомої точки й відносно нерухомої осі.

- **Моментом сили відносно нерухомої точки** (*центра обертання*) $M_{ò.Î}$ називається векторна величина, яка дорівнює векторному добутку радіус-вектора, проведеного із центра обертання в точку прикладання сили, на вектор сили:



$$\boxed{\vec{M}_{ò.Î} = \left[\vec{r}\;,\vec{F}\right]}, \quad [M]=[\text{Н·м}]. \quad (1.38)$$

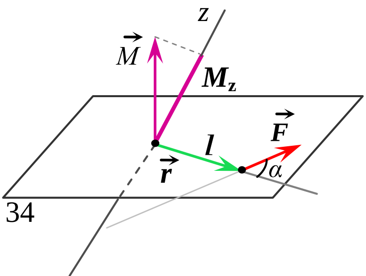
Модуль момента сили

$$M_{ò.Î} = F\,r\sin\alpha = F\,l\,, \qquad (1.38а)$$

α - кут між векторами $\vec{r}$ та $\vec{F}$,
$l = r\sin\alpha$ - плече сили (довжина перпендикуляра, опущеного з т. О на лінію дії сили, тобто найкоротша відстань між центром обертання й лінією дії сили).

У разі переносу точки прикладання сили вздовж лінії дії сили момент сили відносно того ж центра обертання не змінюється. Якщо лінія дії сили проходить через центр обертання (т. О), момент сили відносно цього центра обертання дорівнює нулю.

- **Моментом сили відносно нерухомої осі** $\vec{M}_z$ називається скалярна величина, яка дорівнює проекції на цю вісь вектора момента сили відносно довільної точки осі:



$$\boxed{M_z = F\,l}, \qquad (1.39)$$

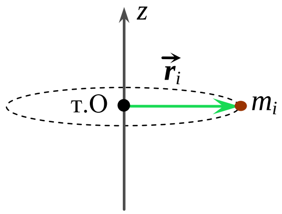
l - плече (найкоротша відстань від точки прикладання сили $\vec{F}$ до осі обертання).

Якщо лінія дії сили перетинає вісь або паралельна їй, то момент сили відносно цієї осі дорівнює нулю.

Момент сил - величина адитивна.

1.21. *Основне рівняння динаміки обертального руху*

Розглянемо рух матеріальної точки m_i, що обертається навколо нерухомого центра (т.О на осі z). Запишемо для цієї матеріальної точки основне рівняння динаміки



$$\frac{d\vec{p}_i}{dt} = \vec{F}_i ,$$

$\vec{p}_i = m_i \vec{\upsilon}_i$ - імпульс матеріальної точки,
m_i - маса матеріальної точки,
$\vec{\upsilon}_i$ - лінійна швидкість руху матеріальної точки,
$\vec{F}_i$ - результуюча діючих на матеріальну точку сил.

Помножимо векторно обидві частини рівняння на радіус-вектор $\vec{r}_i$, що з'єднує центр обертання з матеріальною точкою:

$$\left[\vec{r}_i , \frac{d\vec{p}_i}{dt}\right] = \left[\vec{r}_i , \vec{F}_i\right].$$

Оскільки $\left|\vec{r}_i\right| = const$, $\vec{r}_i \perp \vec{p}_i \left(\vec{r}_i \perp \vec{\upsilon}_i\right)$, то $\vec{r}_i$ можна внести під знак диференціала:

$$\frac{d}{dt}\left[\vec{r}_i , \vec{p}_i\right] = \left[\vec{r}_i , \vec{F}_i\right].$$

Врахуємо, що: $\left[\vec{r}_i , \vec{p}_i\right] = \vec{L}_i$ - момент імпульсу матеріальної точки, $\left[\vec{r}_i , \vec{F}_i\right] = \vec{M}_i$ - результуючий момент всіх діючих на матеріальну точку сил. Отже для *і-ї* матеріальної точки:

$$\frac{d\vec{L}_i}{dt} = \vec{M}_i .$$

Розгляд механічних систем, що складаються з великої кількості матеріальних точок, призводить до того ж результату.

$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}}$$

основний закон динаміки твердого тіла, яке обертається навколо нерухомого центра. (1.40)

У випадку обертання матеріальної точки або тіла незмінної маси ($m_i = const$) навколо нерухомої осі:

$$\boxed{J\,\vec{\varepsilon} = \vec{M}_{\text{çî âí}} .}$$

основний закон динаміки твердого тіла, яке обертається навколо нерухомої осі. (1.41)

Тобто, добуток момента інерції тіла незмінної маси, що обертається навколо нерухомої осі, на кутове прискорення дорівнює результуючому моменту всіх діючих на тіло зовнішніх сил.

СИЛИ В МЕХАНІЦІ

1.22. Гравітаційні сили

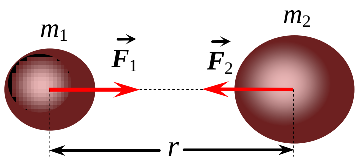
1.22.1. Закон всесвітнього тяжіння

Встановлені Ньютоном для небесних тіл гравітаційні сили діють між будь-якими двома матеріальними частками або тілами відповідно до закону всесвітнього тяжіння.

- **Закон всесвітнього тяжіння**. Між будь-якими двома матеріальними точками діють сили взаємного притягання, які прямо пропорційні масам точок і обернено пропорційні квадрату відстані між ними:

$$\boxed{\vec{F} = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{e}_r}, \tag{1.42}$$

m_1, m_2 - маси матеріальних точок,
r - відстань між матеріальними точками,
$\vec{e}_r$ - одиничний вектор (орт) радіус-вектора, що з'єднує матеріальні точки,
$G = 6{,}67\cdot 10^{-11}$ м^3/(кг·с^2) - *гравітаційна стала*.



Сили гравітації завжди є силами притягання й спрямовані уздовж прямої, яка проходить через взаємодіючі тіла.

Закон всесвітнього тяжіння Ньютона, записаний для матеріальних точок, застосовують для тіл будь-яких розмірів. При цьому тіло розглядають як сукупність матеріальних точок, а силу тяжіння між тілами знаходять як геометричну суму сил взаємодії окремих точок тіл. Пропорційність сил гравітації масам тіл за малої величини G обумовлює те, що гравітаційні сили є значними у випадку великих мас - небесних тіл, і нехтовно малі для елементарних частинок.

1.22.2. Сила тяжіння

Сила тяжіння є окремим випадком сил гравітації. Згідно із законом всесвітнього тяжіння на будь-яке тіло, розташоване поблизу Землі, діє гравітаційна сила притягання до Землі

$$F_G = G\frac{m M_З}{r^2}\,, \qquad (1.43)$$

m - маса тіла, $M_З$ - маса Землі,

r - відстань від тіла до центра Землі.

Оскільки розміри будь-якого тіла на Землі мізерно малі в порівнянні з радіусом земної кулі, то можна прийняти, що $r \approx R_з$, $R_з$ - радіус земної кулі. Тоді

$$F_G = mG\frac{M_З}{R_З^2} = m\cdot const\,.$$

Відповідно до II закону Ньютона ($\vec F = m\vec a$) дія сили спричиняє рух тіла з прискоренням $\vec a$ в напрямку дії сили. Під впливом сили притягання до Землі всі тіла падають на її поверхню з однаковим прискоренням, яке називається *прискоренням вільного падіння* й позначається $\vec g$. З повсякденних спостережень здавалося б випливає, що падіння важких тіл, обумовлене притяганням до Землі, відбувається швидше, ніж легких (якщо пір'їнка й дробинка почали одночасно падати з однакової висоти, то дробинка досягає землі раніше, ніж пір'їнка). Але у звичайних умовах на тіла діють не тільки сили тяжіння, але й сили опору повітря. У порожнечі всі тіла падають з однаковим прискоренням, незалежно від їхніх розмірів, матеріалу тощо. Таким чином, *у системі відліку, пов'язаної із Землею, на всяке тіло масою* m *діє сила, називана* ***силою тяжіння***

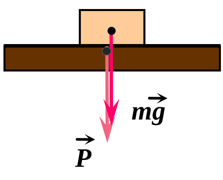
$$\boxed{\vec F_{тяж} = m\vec g}\,, \qquad (1.44)$$

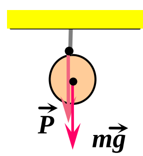
$\vec g$ - *прискорення вільного падіння*; $g \approx 9{,}8$ м/с^2.

1.22.3. Вага

Якщо тіло перебуває на опорі або підвісі, то внаслідок дії сили тяжіння воно буде тиснути на цю опору або розтягувати підвіс.

- Сила, з якою тіло внаслідок тяжіння діє на опору або підвіс, називається **вагою** $\vec P$.



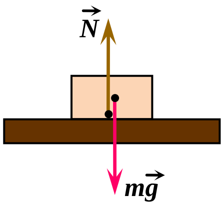


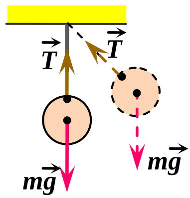
***!** Вага прикладена до опори або підвісу (але ніяк не до тіла).*

Вага тіла проявляється у стані спокою або руху тіла з прискоренням відмінним від прискорення вільного падіння, тобто тоді, коли на тіло крім сили тяжіння діють інші сили. За вільного падіння ($\vec{a} = \vec{g}$) тіло перебуває у *стані невагомості*.

1.23. Сили реакції

Тіло, положення й переміщення якого у просторі обмежені, називається *зв'язаним*. Кулька, підвішена на нерозтяжній нитці, не може переміститися від точки підвісу на відстань більшу, ніж довжина нитки. Обмеження, що накладаються на тіла, називаються в механіці *зв'язками*. Рух кульки, підвішеної на нитці, можна розглядати як рух вільного тіла, на яке, крім всіх прикладених (активних) сил, діє ще й сила реакції нитки. Прикладами сил реакції є: сила натягу нитки з боку підвісу $\vec{T}$ (спрямована уздовж нитки), сила нормального тиску з боку опори $\vec{N}$ (спрямована перпендикулярно поверхні опори).





1.24. Сили пружності

Дія зовнішніх сил спричиняє деформації тіл.

- ***Деформацією*** твердого тіла називається зміна його форми й розмірів.

У деформованому тілі виникають внутрішні пружні сили, які врівноважують зовнішні сили, що викликають деформацію. Деформація називається ***пружною***, якщо після припинення дії зовнішніх сил тіло набуває початкових розмірів і форми. Деформації, які зберігаються в тілі після припинення дії зовнішніх сил, називаються ***пластичними***.

Кількісною мірою, що характеризує ступінь деформації, є *відносна деформація*.

- ***Відносною деформацією*** ε називається фізична величина чисельно рівна відношенню абсолютної деформації Δx до початкового значення величини x, що характеризує форму або розмір тіла:

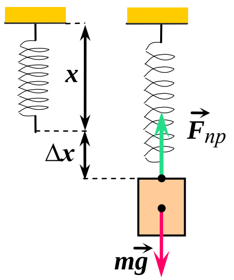
$$\boxed{\varepsilon = \frac{\Delta x}{x}}. \qquad (1.45)$$

Для пружних деформацій тіл справедливий закон Гука.

- **Закон Гука**. Деформація твердого тіла пропорційна діючій на нього силі:

$$\boxed{F = k\,\Delta x}, \qquad (1.46)$$

k - *модуль пружності* (коефіцієнт, що характеризує пружні властивості тіла).



Оскільки $\vec{F}_{\text{ïð}} = -\vec{F}_{\text{çîâí}}$, то

$$\boxed{F_{\text{ïð}} = -k\,\Delta x}. \qquad (1.47)$$

Сили пружності, що виникають у тілі, завжди намагаються повернути тіло в недеформований стан і спрямовані протилежно напрямку абсолютної деформації, тобто протилежно зміщенню частин тіла за деформації.

1.25. *Сили тертя*

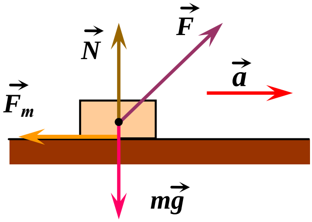
Сили тертя відносяться до контактних сил: вони виникають під час переміщення дотичних тіл або їхніх частин відносно одна одної й обумовлені молекулярною взаємодією. *Тертя - дисипативний процес*, який супроводжується виділенням теплоти, електризацією тіл, їхнім руйнуванням тощо. Тертя, що виникає за відносного переміщення двох дотичних тіл, називають ***зовнішнім*** (***сухим***). Тертя між частинами того самого суцільного тіла (наприклад, між шарами рідини або газу) називають ***внутрішнім*** (***в'язким***).

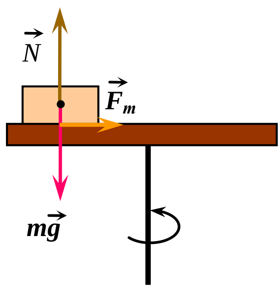
- **Закон зовнішнього тертя**. Сила тертя пропорційна величині сили нормального тиску, що притискає тертьові поверхні одна до одної:

$$\boxed{F_{\text{ò}} = f\,N}, \qquad (1.48)$$

N - сила нормального тиску,

f - коефіцієнт тертя.





Сила тертя завжди спрямована за дотичною до тертьових поверхонь або шарів в'язкого середовища, причому так, що вона протидіє відносному переміщенню цих поверхонь або шарів.

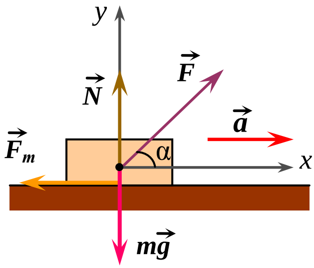
Приклад розв'язування задачі 4

По горизонтальній дорозі тягнуть сани з вантажем за вірьовку, яка утворює кут $\alpha = 30°$ **з горизонтом. Загальна маса саней і вантажу** $m = 80$ кг. **Сила тяги** $F = 250$ Н. **Визначити коефіцієнт тертя, якщо сани рухаються з прискоренням** $a = 0{,}15$ м/с^2.

Розв'язування

З'ясуємо, які сили діють на сани, і запишемо II закон Ньютона для саней:

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_\partial \ .$$



Зв'яжемо систему координат з дорогою, спрямуємо вісь x горизонтально в напрямку руху саней, вісь y - вертикально вгору.

Рівняння II закону Ньютона в проекціях:

на вісь x: $\quad ma = F\cos\alpha - F_\partial$,

на вісь y: $\quad 0 = F\sin\alpha + N - mg$.

Сила тертя $F_\partial = fN$, і рівняння можна записати так:

$$fN = F\cos\alpha - ma\ , \qquad N = mg - F\sin\alpha\ .$$

Поділивши перше рівняння на друге, одержимо:

$$f = \frac{F\cos\alpha - ma}{mg - F\sin\alpha}\ ; \qquad f \approx 0{,}31.$$

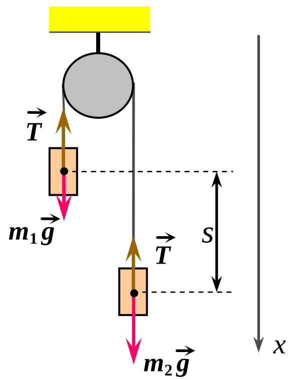
Приклад розв'язування задачі 5

На кінцях тонкої нитки, перекинутої через нерухомий блок, підвісили на одній висоті два тягарці різної маси. Через $t = 2$ с **після початку їх руху відстань між тягарцями становила** $s = 0{,}48$ м. **Визначити масу більшого тягарця** m_2**, якщо маса меншого** $m_1 = 0{,}1$кг.

Розв'язування

Рівняння руху тягарців:

$$m_1\vec{a} = m_1\vec{g} + \vec{T}_1,$$
$$m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{T}_2,$$
$$T_1 = T_2 = T\ .$$



Спрямуємо вісь координат x вертикально вниз, тоді рівняння руху в проекціях на цю вісь:

$$-m_1 a = m_1 g - T \quad і \quad m_2 a = m_2 g - T\ .$$

Виключимо з цих рівнянь силу натягу нитки T :

$$(m_1 + m_2)a = (m_2 - m_1)g \quad \text{або} \quad m_2 = \frac{g+a}{g-a} m_1\ .$$

Щоб визначити m_2 , нам потрібно виразити прискорення a руху тіл через відомий час руху t і відстань між тілами s . Кожне тіло за час t

проходить відстань 0,5 s, тоді $0{,}5\,s = at^2/2$, звідки $s = at^2$. Помножимо чисельник і знаменник виразу для m_2 на t^2:

$$m_2 = \frac{gt^2 + at^2}{gt^2 - at^2} m_1 = \frac{gt^2 + s}{gt^2 - s} m_1 \; ; \qquad m_2 = 0{,}1025 \text{ кг.}$$

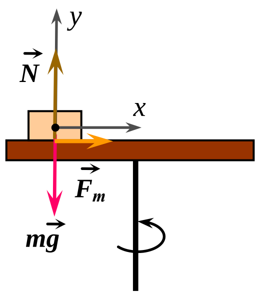
Приклад розв'язування задачі 6

На круглому горизонтальному столі, який обертається з кутовою швидкістю ω, лежить кубик масою m на відстані r від осі обертання. Визначити мінімальний коефіцієнт тертя f, за якого кубик обертається разом зі столом.

Розв'язування

На кубик діє сила тяжіння $m\vec{g}$, сила реакції $\vec{N}$ і сила тертя $\vec{F}_\partial$. Під дією цих сил кубик рухається по колу, набуваючи нормального прискорення

$$a = \upsilon^2 / r = \omega^2 r \, .$$



II закон Ньютона для кубика:

$$m\vec{a} = \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_\partial \, .$$

Початок координат зв'яжемо з кубиком, вісь x спрямуємо вздовж радіуса до центра обертання, а вісь y - вертикально вгору. Тоді II закон Ньютона в проекціях на ці осі: $ma = F_\partial$ (*) і $0 = N - mg$ (**).

Сила тертя $F_\partial = fN$, а за рівнянням (**) $N = mg$. Тоді рівняння (*) можна записати так: $m\omega^2 r = f\,mg$. Звідки $f = \omega^2 r / g$.

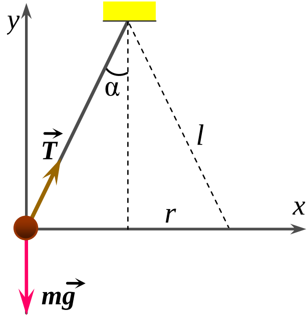
Приклад розв'язування задачі 7

Кулька масою $m = 0{,}03$ г, **підвішена на нитці довжиною** $l = 0{,}8$ м, **рухається по колу в горизонтальній площині так, що нитка утворює кут** $\alpha = 30°$ **з вертикаллю, проведеною через точку підвісу. Визначити кутову швидкість обертання кульки і силу натягу нитки.**

Розв'язування

Кулька рухається по колу радіуса r з постійною швидкістю. Отже її прискорення напрямлене до центра (осі) обертання і дорівнює $a = \omega^2 r$.

При цьому на кульку діють лише дві сили - сила тяжіння $m\vec{g}$ і сила натягу нитки $\vec{T}$.



II закон Ньютона для кульки:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T} \, .$$

Одну з осей координат спрямуємо до центра кола (у напрямку прискорення), а другу - вертикально вгору. Тоді рівняння II закону Ньютона в проекціях на осі:

$$ma = T\sin\alpha \, , \quad 0 = -mg + T\cos\alpha \, .$$

З другого рівняння $T = mg/\cos\alpha \approx 0{,}34$ Н.

З першого рівняння $ma = mg\sin\alpha / \cos\alpha = mg\,tg\alpha$, звідки $a = g\,tg\alpha$.
Щоб знайти ω, скористаємося співвідношенням $\omega^2 = a / r$, де $r = l\sin\alpha$.

Тоді $\omega^2 = \dfrac{g\,tg\alpha}{l\sin\alpha} = \dfrac{g}{l\cos\alpha}$, а $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{l\cos\alpha}}$, $\omega \approx 3{,}85$ рад/с.

ЗАКОНИ ЗБЕРЕЖЕННЯ

Закони збереження є точними фундаментальними законами природи й мають загальний характер - вони застосовні не тільки до механічних явищ, але й до всіх процесів взагалі.

У механіці розглядаються три закони збереження: імпульсу, момента імпульсу й енергії. Закони збереження механіки справедливі для замкнених механічних систем.

- ***Замкненою*** (*ізольованою*) називається механічна система, в якій зовнішні сили відсутні.

1.26. Закон збереження імпульсу

Закон збереження імпульсу класичної механіки випливає із законів Ньютона. Якщо на матеріальну точку ніякі сили не діють або дія сил урівноважується, її імпульс є сталим:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}, \qquad \frac{d(m\vec{\upsilon})}{dt} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$m\vec{\upsilon} = const.$$

Для механічної системи $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{\text{çî âí}}$.

Для замкненої механічної системи $\vec{F}_{\text{çî âí}} = 0$ і $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = 0$,

отже $\vec{p} = const$.

- **Закон збереження імпульсу. Імпульс замкненої системи матеріальних точок є величиною незмінною:**

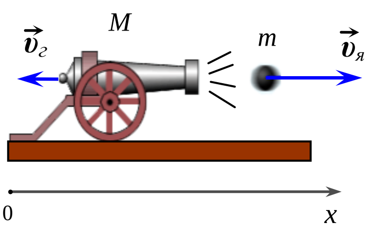
$$\boxed{\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} m_i\,\vec{\upsilon}_i = const}. \qquad (1.49)$$

Приклад

До пострілу система гармата-ядро є нерухомою, тому $\vec{\upsilon}_0 = 0$ і

$$\vec{p} = (M + m)\vec{\upsilon}_0 = 0.$$

Після пострілу ядро набуває швидкості $\vec{\upsilon}_{ÿ}$, а гармата рухається зі швидкістю $\vec{\upsilon}_{ã}$ протилежно напрямку вильоту ядра



(віддача). Сумарний імпульс системи після пострілу:

$$\vec{p} = M\vec{\upsilon}_{\tilde{a}} + m\vec{\upsilon}_{\ddot{y}} = 0,$$

тобто
$$M\vec{\upsilon}_{\tilde{a}} = -m\vec{\upsilon}_{\ddot{y}}.$$

1.27. Закон збереження момента імпульсу

Згідно з основним законом обертального руху $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$. Якщо на матеріальну точку ніякі сили не діють або моменти всіх діючих сил урівноважені, тобто $\vec{M} = 0$, то момент імпульсу матеріальної точки залишається незмінним:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \vec{L} = const.$$

Для замкненої механічної системи матеріальних точок або тіл незмінним залишається сумарний момент імпульсу:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \vec{L}_i = const.$$

- **Закон збереження момента імпульсу. Момент імпульсу замкненої механічної системи матеріальних точок є величиною незмінною:**

$$\boxed{\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \left[\vec{r}_i, m_i\,\vec{\upsilon}_i\right] = const}. \qquad (1.50)$$

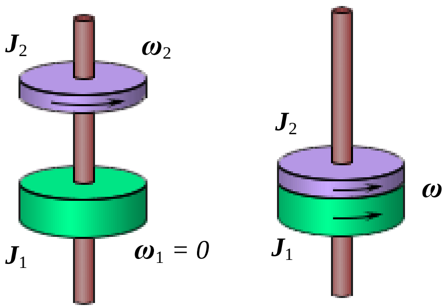
Закон збереження справедливий і для момента імпульсу замкненої механічної системи відносно осі:

$$\boxed{L_z = \sum_{i=1}^{n} J_{iz}\,\omega = const}. \qquad (1.51)$$

Приклад

Сумарний момент імпульсу двох дисків відносно вертикальної осі обертання за умови, що один з них нерухомий $\omega_1 = 0$, а другий обертається з кутовою швидкістю ω_2:

$$L_z = \underbrace{J_1\omega_1}_{0} + J_2\omega_2 = J_2\omega_2.$$



Після приведення дисків у контакт спостерігається їх спільне обертання з кутовою швидкістю ω. Сумарний момент імпульсу в цьому випадку:

$$L_z = \left(J_1 + J_2\right)\omega.$$

Згідно із законом збереження момента імпульсу

$$J_2\omega_2 = (J_1 + J_2)\omega,$$

звідки $$\omega = \frac{J_2\omega_2}{J_1 + J_2}.$$

1.28. *Енергія і робота. Закон збереження енергії*

1.28.1. *Енергія*

- **Енергією** E називається скалярна фізична величина, що є загальною кількісною мірою руху і взаємодії всіх видів матерії.

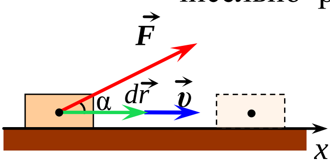
Відповідно до різних форм руху матерії розглядають різні види енергії: *механічну, внутрішню (теплову), електромагнітну, хімічну, ядерну* й інші. Цей розподіл певною мірою є умовним.

Енергія не зникає і не виникає з нічого, вона може тільки переходити з одного виду в інший. В одних явищах вид енергії не змінюється. Наприклад, за контакту гарячого й холодного тіл відбувається перерозподіл внутрішньої енергії. В других явищах один вид енергії змінюється на інший. Наприклад, у результаті тертя поверхонь під час руху тіл механічна енергія перетворюється на теплову. Поняття енергії пов'язує всі явища природи.

1.28.2. *Робота*

Механічний рух тіла змінюється під впливом сил, що діють на нього з боку інших тіл. Для кількісної характеристики процесу обміну енергією між взаємодіючими тілами в механіці вводиться поняття роботи сили.

- **Елементарною роботою** dA сили $\vec{F}$ на малому переміщенні $d\vec{r}$ називається скалярна величина чисельно рівна:



$$\boxed{dA = (\vec{F}, d\vec{r})}, \qquad [A]=[\text{Дж}], \tag{1.52}$$

$d\vec{r}$ - елементарне переміщення тіла, до якого прикладена сила $\vec{F}$.

З огляду на те, що за умови $\Delta t \to 0$ $|\Delta\vec{r}| \to ds$ (тобто $dr \approx ds$), а скалярний добуток $(\vec{F}, d\vec{r}) = F\,dr\cos(\vec{F}\,\hat{,}\,d\vec{r})$:

$$\boxed{dA = F\,ds\cos(\vec{F}\,\hat{,}\,d\vec{r}) = F\cos\alpha\,ds = F_\tau\,ds}, \tag{1.52б}$$

F_τ - проекція сили на напрямок переміщення $d\vec{r}$.

Для сил, що діють на тіла з нерухомою віссю обертання:

$$\boxed{dA = M_z d\varphi}, \tag{1.52в}$$

M_z - результуючий (головний) момент сил відносно осі обертання,
$d\varphi$ - елементарний кут повороту.

Робота, виконана силою на кінцевій ділянці траєкторії, дорівнює алгебраїчній сумі робіт на всіх малих частинах цієї ділянки (гранично - інтегралу):

$$A = \int_l \left(\vec{F}, d\vec{r}\right) = \int_0^s F\, ds \cos(\vec{F}\hat{,} d\vec{r}) = \int_0^s F_\tau ds\,, \tag{1.53}$$

s - довжина, відлічувана вздовж траєкторії руху.

За умови $\alpha = \cos(\vec{F}\hat{,} d\vec{r}) < \pi/2$ - робота сил додатна ($A > 0$), складова сили $\vec{F}_\tau$ збігається за напрямком з переміщенням і вектором швидкості; якщо $\alpha > \pi/2$ - робота сил від'ємна ($A < 0$), складова сили $\vec{F}_\tau$ спрямована протилежно переміщенню й вектору швидкості; якщо $\alpha = \pi/2$ - робота дорівнює нулю ($A = 0$).

- Сили, робота яких не залежить від траєкторії руху, а визначається тільки початковим і кінцевим положеннями точки прикладання сили, називаються ***потенціальними*** (***консервативними***).

Робота консервативних сил на замкненій траєкторії дорівнює нулю:

$$A = \oint_l \left(\vec{F}, d\vec{r}\right) = 0\,.$$

Робота ***дисипативних сил*** залежить від траєкторії руху і точки їх прикладання. Робота дисипативних сил за будь-яких переміщень є від'ємною.

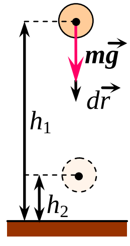
До потенціальних належать сили гравітації та сили пружності, до дисипативних - сили тертя.

Приклад 1

Робота сили тяжіння:

$$A_{12} = \int_1^2 \left(m\vec{g}, d\vec{r}\right) = \int_1^2 mgdr\cos\alpha = -\int_1^2 mgdh = -mg\left(h_2 - h_1\right);$$

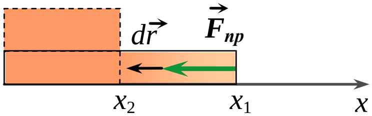
$$A_{12} = mg\,h_1 - mg\,h_2\,, \qquad \alpha = (m\vec{g}\hat{,} d\vec{r})\,.$$



Приклад 2

Робота сили пружності:

$$A_{12}=\int_1^2\left(\vec{F}_{пр},d\vec{r}\right)=\int_1^2 F_{пр}dr\cos\alpha=\int_1^2(-kx)dx=-k\frac{x^2}{2}\Big|_1^2=-k\left(\frac{x_2^2}{2}-\frac{x_1^2}{2}\right);$$



$$A_{12}=k\left(\frac{x_1^2}{2}-\frac{x_2^2}{2}\right),\qquad \alpha=(\vec{F}_{пр}\hat{\ },d\vec{r}).$$

1.28.3. Потужність

На практиці має значення не тільки величина виконаної роботи, але й час, протягом якого вона здійснювалася. Для характеристики роботи, виконуваної за одиницю часу, в механіці вводиться поняття потужності.

- **Потужністю** P в інтервалі часу від t до $t+\Delta t$ називається фізична величина, яка дорівнює відношенню роботи, виконаної за цей проміжок часу, до його тривалості:

$$\boxed{P_{сер}=\frac{A}{\Delta t}},\qquad [P]=[\text{Вт}]. \qquad (1.54)$$

Потужність дорівнює роботі, що виконується за одиницю часу. У випадку, коли робота змінна у часі $P=\dfrac{dA}{dt}$.

1.28.4. Кінетична й потенціальна енергії

Механічна енергія буває двох видів: *кінетична* й *потенціальна*.

- **Кінетична енергія** $E_{кін}$ матеріальної точки - це енергія її механічного руху.

Зміна кінетичної енергії матеріальної точки під впливом сили дорівнює роботі, виконаній цією силою над матеріальною точкою:

$$E_{кін}=\int dE_{кін}=\int\left(\vec{F},d\vec{r}\right)=\int\left(\vec{\upsilon},d\vec{p}\right)=\int\left(\vec{\upsilon},m\,d\vec{\upsilon}\right)=m\int\left(\vec{\upsilon},d\vec{\upsilon}\right)=$$

$$=\int\upsilon d\upsilon\cos(\vec{\upsilon},\hat{\ }d\vec{\upsilon})=m\int\upsilon d\upsilon=\frac{m\upsilon^2}{2}.$$

Таким чином, кінетична енергія залежить від маси m й швидкості руху υ матеріальної точки:

$$\boxed{E_{кін}=\frac{m\upsilon^2}{2}},\qquad [E]=[\text{Дж}]. \qquad (1.55)$$

Кінетична енергія матеріальної точки, що обертається навколо нерухомого центра або осі:

$$\boxed{E_{\text{кін}} = \frac{m\omega^2 R^2}{2} = \frac{mR^2\omega^2}{2} = \frac{J\omega^2}{2}}, \qquad (1.55а)$$

J - момент інерції матеріальної точки відносно центра або осі обертання.

- **Потенціальна енергія** $E_{\text{пот}}$ - це частина механічної енергії системи матеріальних точок, що залежить від взаємного розташування точок системи й характеру сил взаємодії між ними ($[E]$=[Дж]).

Потенціальну енергію мають не лише системи відокремлених взаємодіючих частинок, але й суцільні деформовані тіла, наприклад, розтягнута або стиснена пружина. У цьому випадку потенціальна енергія залежить від взаємного розташування окремих частин тіла.

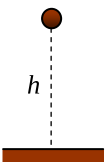
Зміна потенціальної енергії під час переміщення матеріальної точки або механічної системи з одного положення в інше дорівнює роботі, яку виконують при цьому діючі на матеріальну точку або систему потенціальні сили, як зовнішні, так і внутрішні:

$$\Delta E_{\text{пот}} = E_{\text{пот}\,1} - E_{\text{пот}\,2} = A_{12\text{пот}} = \int_1^2 \left(\vec{F}_{\text{пот}}, d\vec{r}\right), \qquad (1.56)$$

$E_{\text{пот}\,1}, E_{\text{пот}\,2}$ - значення потенціальної енергії в початковому і кінцевому положеннях матеріальної точки або системи відповідно.

Значення потенціальної енергії можна визначити лише з точністю до деякої константи (константи інтегрування): $E_{\text{пот}} = \int_1^2 \left(\vec{F}_{\text{пот}}, d\vec{r}\right) = f + C$. Тому потенціальна енергія залежить від вибору початку відліку. В кожному окремому випадку нульовий відлік потенціальної енергії можна визначити довільним чином, керуючись міркуваннями зручності. Пов'язане це з тим, що в усі фізичні закони й співвідношення входить або різниця значень потенціальних енергій у двох точках простору, або похідна функції потенціальної енергії за координатою, і тому константа інтегрування й вибір початку відліку потенціальної енергії не впливають на характер фізичних явищ, що розглядаються.

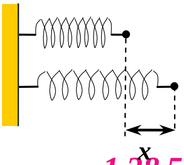
Приклад 1



Потенціальна енергія матеріальної точки масою m, що перебуває в полі сил тяжіння:

$$E_{ïîò}^{òÿæ} = mgh, \qquad (1.56а)$$

Приклад 2



Потенціальна енергія пружно деформованого тіла:

$$\mathring{A}_{ïîò}^{ïð} = \frac{kx^2}{2}, \qquad (1.56б)$$

k - коефіцієнт пружності тіла.

1.28.5. *Закони збереження енергії*

- ***Механічною*** (*повною механічною*) енергією називається енергія механічного руху й взаємодії

$$\boxed{\mathring{A} = \mathring{A}_{êií} + \mathring{A}_{ïîò}}.$$

Механічні системи, в яких діють дисипативні сили, називають ***дисипативними***. Механічні системи, в яких дисипативні сили відсутні, називають ***консервативними***.

- **Закон збереження механічної енергії**. Під час руху консервативної системи її повна механічна енергія залишається незмінною:

$$\boxed{E = E_{êií} + \mathring{A}_{ïîò} = const}. \qquad (1.57)$$

У консервативних системах може відбуватися лише перетворення кінетичної енергії на потенціальну й потенціальної на кінетичну в еквівалентних кількостях. В дисипативних системах механічна енергія зменшується за рахунок перетворення її в інші, немеханічні види. Цей процес одержав назву дисипації (розсіювання) енергії. Строго кажучи, всі системи в природі є дисипативними. Але в дисипативних системах зменшення механічної енергії завжди супроводжується збільшенням в еквівалентній кількості енергії іншого виду й діє більш загальний закон збереження й перетворення енергії.

- **Закон збереження енергії. У будь-якій замкненій системі енергія може перетворюватися з одних форм на інші й передаватися від одного тіла до іншого, але загальна кількість енергії залишається незмінною.**

Закон збереження енергії вперше сформулював М.В.Ломоносов у 1748 році. У загальному вигляді закон збереження й перетворення енергії було сформульовано в 1842 р. Р.Майєром.

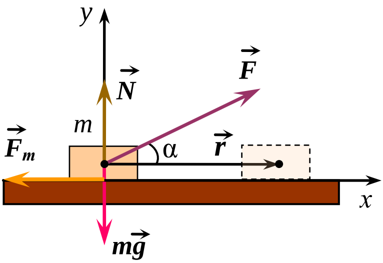
Паризька академія наук уже в 1775 році оголосила, що надалі відкидатиме без розгляду проекти «вічного двигуна» («perpetuum mobile»). До цього, особливо в XVI, XVII, XVIII ст., а іноді і тепер, необізнані із законом збереження енергії люди намагаються спорудити машину, яка могла б виконувати роботу більшу, ніж спожита енергія.

Приклад розв'язування задачі 8

На тіло масою $m = 10$ кг, **що рухається по горизонтальній площині, діє сила** $F = 100$ Н **під кутом** $\alpha = 30\,°$. **Визначити роботи всіх діючих на тіло сил та їхню сумарну роботу з переміщення тіла вздовж площини на відстань** $s = 10$ м. **Коефіцієнт тертя між тілом і площиною** $f = 0{,}1$. **Обчислити середню потужність сили тяги**.

Розв'язування

Зробимо рисунок. Позначимо сили, що діють на тіло: силу тяжіння $m\vec{g}$, силу тяги $\vec{F}$, силу нормальної реакції $\vec{N}$, силу тертя $\vec{F}_{\text{ò}}$ ($F_{\text{ò}} = fN$). Виберемо систему координат, як показано на рисунку.



Робота сили F під час переміщення тіла на відстань s дорівнює

$$A_F = F\, s \cos\alpha\,.$$

Робота сили тертя:

$$A_{\text{ò}} = F_{\text{ò}}\, s \cos\alpha_1\,,$$

$\alpha_1 = (\vec{F}_{\text{ò}}, \hat{\ } d\vec{r}) = 180^0$ - кут між напрямком сили тертя й переміщенням.

Отже $$A_{\text{ò}} = -F_{\text{ò}}\, s = -f\, N\, s\,.$$

Силу N визначаємо з рівняння II закону Ньютона для тіла в проекціях на вісь *y*:

$$N + F\sin\alpha - mg = 0 \qquad \Rightarrow \qquad N = mg - F\sin\alpha\,.$$

Остаточно $$A_{\text{ò}} = -f\left(mg - F\sin\alpha\right)s\,.$$

Робота сили нормальної реакції: $A_N = N\, s\cos\alpha_2$, $\alpha_2 = (\vec{N}, \hat{\ } d\vec{r}) = 90^0$,

Таким чином $$A_N = 0\,.$$

Робота сили тяжіння: $A_{\text{òÿæ}} = mg\, s\cos\alpha_3$, $\alpha_3 = (\vec{F}_{\text{òÿæ}}, \hat{\ } d\vec{r}) = -90^0$,

отже $$A_{\text{òÿæ}} = 0\,.$$

Сумарна робота A всіх сил, що діють на тіло, дорівнює

$$A = A_F + A_{\text{ò}} + A_{\text{òÿæ}} + A_N = A_F + A_{\text{ò}}\,,$$

і остаточно $$A = \left(F\cos\alpha - f\left(mg - F\sin\alpha\right)\right)s\,.$$

Підставивши числові дані, одержимо:

$A_F = 865$ Дж, $A_{\text{ò}} = -50$ Дж, $A = 815$ Дж.

Для визначення середньої потужності, що розвивається силою тяги, необхідно визначити час руху тіла t, оскільки

$$P = A/t = F\, s\cos\alpha/t\,.$$

Скористаємося кінематичним рівнянням $s = a t^2/2$, звідки

$$t = \sqrt{2s/a}\,.$$

З огляду на те, що в горизонтальному напрямку діють дві сили: складова сили тяги F й сила тертя F_T, прискорення, з яким рухається тіло, дорівнює

$$a=\left(F\cos\alpha-F_T\right)/m=\left(F\cos\alpha-f\left(mg-F\sin\alpha\right)\right)/m.$$

З урахуванням виразу для t, одержимо:

$$P=\frac{F\cos\alpha}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{s\left(F\cos\alpha-f\left(mg-F\sin\alpha\right)\right)}{m}};\qquad P=778\text{ Вт.}$$

Таблиця порівняння

Поступальний рух	**Обертальний рух**
Міра інертності механічної системи	
m - маса	$J=\sum\limits_{i=1}^{n}m_i r_i^2$ - момент інерції
Характеристика кількості руху механічної системи	
$\vec{p}=m\vec{\upsilon}$ - імпульс	$\vec{L}_{\grave{o}.O.}=\left[\vec{r},\vec{p}\right]$ - момент імпульсу
Характеристика силового впливу на механічну систему	
$\vec{F}$ - сила	$\vec{M}_{\grave{o}.O.}=\left[\vec{r},\vec{F}\right]$ - момент сили
Основний закон динаміки	
$\frac{d\vec{p}}{dt}=\vec{F}$ $m\vec{a}=\vec{F}\quad(m=const)$	$\frac{d\vec{L}}{dt}=\vec{M}$ $J\vec{\varepsilon}=\vec{M}\quad(m=const)$
Робота сил	
$A_{12}=\int\limits_1^2\left((\vec{F}_1+...\vec{F}_n),d\vec{r}\right)=E_{\text{ê³í}\,2}-\mathring{A}_{\text{ê³í}\,1}$	$A_{12}=\int\limits_1^2\left((\vec{M}_1+...\vec{M}_n),d\vec{\varphi}\right)=E_{\text{ê³í}\,2}-\mathring{A}_{\text{ê³í}\,1}$
Кінетична енергія руху	
$\mathring{A}_{\text{ê³í}}=m\upsilon^2/2$	$\mathring{A}_{\text{ê³í}}=J\omega^2/2$

СПЕЦІАЛЬНА ТЕОРІЯ ВІДНОСНОСТІ

Наприкінці XIX століття з'ясувалося, що класична механіка Ньютона, яка добре описує рух тіл з малими швидкостями ($\upsilon \ll c$), суперечить ряду експериментальних даних досліджень руху швидких заряджених частинок ($\upsilon \approx c$). У дослідах А. Майкельсона, які набули всесвітньої знаності (1887 р.), було встановлено, що швидкість світла однакова в усіх системах відліку незалежно від того, з якою відносною швидкістю вони рухаються, що суперечило класичному закону додавання швидкостей. Виникла необхідність у створенні нової механіки, яка б пояснювала усі дослідні факти й узгоджувалася з класичною теорією. Це вдалося здійснити А. Ейнштейну (1905р.), який сформулював основи спеціальної теорії відносності (***СТВ***).

- ***Спеціальна теорія відносності*** (***релятивістська теорія***) - це теорія простору й часу, що описує фізичні явища в інерціальних системах відліку за швидкостей руху тіл співмірних зі швидкістю світла у вакуумі для випадку нехтовно малих гравітаційних полів.

1.29. Постулати спеціальної теорії відносності

В основі спеціальної теорії відносності лежать два постулати, сформульовані А. Ейнштейном: *принцип відносності* та *принцип інваріантності швидкості світла*.

- **Принцип відносності**. Всі закони природи інваріантні відносно переходу від однієї інерціальної системи відліку до іншої.

Перший постулат Ейнштейна є узагальненням механічного принципу відносності й означає, що всі фізичні явища (механічні, електромагнітні, оптичні, ядерні та ін.) протікають однаково в усіх інерціальних системах відліку.

- **Принцип інваріантності швидкості світла**. Швидкість світла у вакуумі не залежить від швидкості руху джерела світла або спостерігача й однакова в усіх інерціальних системах відліку:

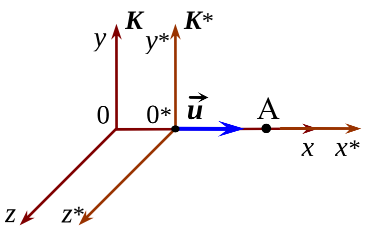
$$\boxed{c = const = 3\cdot 10^{8}\,ì\ \ /\,ñ}.$$

Швидкість світла у вакуумі є граничною: ніякий сигнал, ніяка взаємодія тіл не можуть поширюватися зі швидкістю, що перевищує c.

Теорія Ейнштейна призвела до нового погляду на всесвіт: виникли такі поняття, як відносність довжин, відносність проміжків часу, відносність одночасності подій.

У спеціальній теорії відносності, як і в класичній механіці, припускається, що час є однорідним, а простір - однорідним та ізотропним.

1.30. Перетворення Лоренца



За переходу від однієї інерціальної системи відліку до іншої, яка рухається відносно першої з постійною швидкістю $\vec{u}$ вздовж осі x справедливі співвідношення:

$$\boxed{\begin{aligned} &\underline{K \to K^*}\\ &x^* = \frac{x - ut}{\sqrt{1-\beta^2}},\\ &y^* = y,\\ &z^* = z,\\ &t^* = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}\\ &(\beta = u/c); \end{aligned}} \quad \textbf{перетворення Лоренца} \quad \boxed{\begin{aligned} &\underline{K^* \to K}\\ &x = \frac{x^* + ut^*}{\sqrt{1-\beta^2}},\\ &y = y^*,\\ &z = z^*,\\ &t = \frac{t^* + ux^*/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}\\ &(\beta = u/c). \end{aligned}} \qquad (1.58)$$

1.31. Висновки із перетворень Лоренца

1.31.1. Відносність одночасності

Розглянемо дві інерціальні системи відліку: K - що покоїться і K^* - що рухається відносно K зі швидкістю $\vec{u}$ вздовж осі x. Припустимо, що в нерухомій системі K у точках з координатами x_1 і x_2 відбуваються в момент часу $t = t_1 = t_2$ дві одночасні події. Знайдемо моменти часу, в які ці події будуть зареєстровані в системі K^*, що рухається.

Відповідно до перетворень Лоренца:

$$t_1{}^* = \frac{t - ux_1/c^2}{\sqrt{1-(u/c)^2}}; \qquad t_2{}^* = \frac{t - ux_2/c^2}{\sqrt{1-(u/c)^2}}.$$

Оскільки $x_1 \neq x_2$, тому $t_1{}^* \neq t_2{}^*$.

Одночасні в нерухомій системі відліку K події в будь-якій рухомій інерціальній системі відліку K^* є неодночасними.

В одних системах відліку перша подія може передувати другій ($t_2{}^* > t_1{}^*$), а в інших - друга передувати першій ($t_2{}^* < t_1{}^*$), але це стосується лише причинно не пов'язаних подій.

1.31.2. *Відносність проміжків часу (релятивістське вповільнення часу)*

Нехай у деякій точці з координатою x у нерухомій системі відліку K відбувається подія, тривалість якої

$$\Delta t = t_2 - t_1,$$

t_1 - момент початку події; t_2 - момент закінчення події.

Тривалість цієї події в системі K^*, що рухається,

$$\Delta t^* = t_2{}^* - t_1{}^*.$$

Згідно з перетвореннями Лоренца:

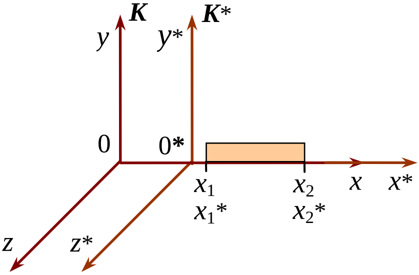
$$t_1{}^* = \frac{t - ux_1/c^2}{\sqrt{1-(u/c)^2}}; \qquad t_2{}^* = \frac{t - ux_2/c^2}{\sqrt{1-(u/c)^2}}.$$

З урахуванням цього: $\Delta t^* = \dfrac{t_2 - ux/c^2 - t_1 + ux/c^2}{\sqrt{1-(u/c)^2}} = \dfrac{\Delta t}{\sqrt{1-(u/c)^2}}.$

В інерціальних системах відліку, що рухаються, час порівняно з нерухомою системою відліку уповільнюється (всі процеси протікають повільніше):

$$\boxed{\Delta t^* = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-(u/c)^2}}}. \qquad (1.59)$$

1.31.3. *Відносність довжини (релятивістське скорочення довжини)*



Розглянемо нерухомий стрижень, розташований уздовж осі x у системі відліку K^*. Довжина стрижня в системі K^*

$$l_0 = x_2{}^* - x_1{}^*.$$

Визначимо довжину цього стрижня в системі *К*, відносно якої стрижень рухається зі швидкістю $\vec{u}$:

$$l = x_2 - x_1,$$

x_1, x_2 - значення координат кінців стрижня в системі *К*, визначені одночасно.

У відповідності до перетворень Лоренца:

$$x_1* = \frac{x_1 - ut}{\sqrt{1-(u/c)^2}}; \qquad x_2* = \frac{x_2 - ut}{\sqrt{1-(u/c)^2}}.$$

З урахуванням цього:

$$x_2* - x_1* = \frac{x_2 - ut - x_1 + ut}{\sqrt{1-(u/c)^2}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-(u/c)^2}} \quad \text{або} \quad l_0 = \frac{l}{\sqrt{1-(u/c)^2}}.$$

Тобто, довжина стрижня, виміряна в системі відліку, відносно якої стрижень рухається, виявляється менше довжини, виміряної в системі відліку, відносно якої він є нерухомим.

Лінійний розмір тіла, що рухається відносно інерціальної системи відліку, зменшується в напрямку руху:

$$\boxed{l = l_0\sqrt{1-(u/c)^2}}. \tag{1.60}$$

Поперечні розміри тіла не залежать від швидкості його руху й однакові в усіх інерціальних системах відліку.

1.32. Релятивістська динаміка

1.32.1. Релятивістська маса

У класичній механіці вважається, що маса даного тіла є величиною незмінною. Однак, наприкінці XIX сторіччя в дослідах зі швидкими електронами було встановлено, що маса тіл не є інваріантною величиною: вона росте зі збільшенням швидкості руху тіл:

$$\boxed{m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}}}, \tag{1.61}$$

m_0 - маса спокою матеріальної точки або тіла (маса, виміряна в системі відліку, відносно якої матеріальна точка нерухома),
υ - швидкість руху матеріальної точки або тіла,
c - швидкість світла у вакуумі.

Розрахунки прискорювачів проводять для релятивістських мас.

1.32.2. *Релятивістський імпульс*

Релятивістський імпульс матеріальної точки або тіла визначається виразом:

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{\upsilon} = \frac{m_0}{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}}\vec{\upsilon}}. \tag{1.62}$$

В силу однорідності простору в релятивістській механіці виконується *закон збереження релятивістського імпульсу*.

- **Закон збереження релятивістського імпульсу**. Релятивістський імпульс замкненої системи матеріальних точок є величиною незмінною:

$$\boxed{\vec{p} = const}.$$

1.32.3. *Основний закон релятивістської динаміки*

Основний закон релятивістської динаміки для матеріальної точки або тіла має вигляд:

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dr} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0}{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}}\vec{\upsilon}\right)}. \tag{1.63}$$

За швидкостей руху тіл, значно менших швидкості світла ($\upsilon \ll c$), основний закон релятивістської динаміки збігається з основним законом класичної ньютонівської механіки. Тобто закони класичної механіки є окремим випадком законів релятивістської механіки.

1.32.4. *Взаємозв'язок маси й енергії*

Оскільки в релятивістській механіці маса тіла залежить від швидкості, тому очевидно, що зміна кінетичної енергії тіла пов'язана зі зміною його маси.

А. Ейнштейн геніально узагальнив положення релятивістської теорії й установив фундаментальний закон природи - *закон взаємозв'язку маси й енергії*.

- **Закон взаємозв'язку маси й енергії**. Повна енергія системи дорівнює добутку її маси на квадрат швидкості світла у вакуумі:

$$\boxed{E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}}}. \qquad (1.64)$$

Із закону взаємозв'язку маси й енергії випливає, що навіть нерухоме тіло має енергію, називану *енергією спокою*:

$$\boxed{E_0 = m_0 c^2}. \qquad (1.65)$$

В класичній механіці енергія спокою не враховується: вважається, що при $\upsilon = 0$ енергія нерухомого тіла дорівнює нулю.

В силу однорідності часу в релятивістській механіці виконується *закон збереження енергії.*

- **Закон збереження енергії**. Повна енергія замкненої системи є величиною незмінною:

$$\boxed{E_{рел} = const}.$$

Універсальний характер закону взаємозв'язку маси й енергії дозволяє стверджувати, що з будь-якою формою енергії пов'язана деяка маса, й з усякою масою пов'язана певна енергія:

$$\boxed{E = mc^2}, \qquad \boxed{m = E/c^2}. \qquad (1.66)$$

Закон взаємозв'язку маси й енергії експериментально підтверджено у численних ядерних реакціях, де зменшення маси ядер, які утворюються, супроводжується виділенням енергії у кількостях, що розраховуються на підставі закону Ейнштейна.

Приклад розв'язування задачі 9

З якою швидкістю υ повинно рухатися тіло, щоб його повздовжні розміри зменшилися вдвічі?

Розв'язування

Зменшення повздовжніх розмірів тіла, зумовлене відносним рухом, визначається співвідношенням:

$$l = l_0\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}, \quad \text{звідки} \qquad \upsilon = c\sqrt{1-(l/l_0)^2}.$$

За умовою $l/l_0 = 1/2$, тоді $\upsilon \approx 0{,}87c$.

Приклад розв'язування задачі 10

Визначити масу, імпульс та кінетичну енергію електрона, що рухається зі швидкістю $\upsilon = 0{,}9c$. Маса спокою електрона $m_0 = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг.

Розв'язування

Оскільки швидкість руху електрона наближається до швидкості світла, для розв’язання задачі потрібно застосовувати закони релятивістської механіки.

Масу електрона визначимо за формулою:

$$m = m_0 / \sqrt{1-(\upsilon / c)^2}\ ; \qquad m \approx 20,7\cdot 10^{-31}\ \text{кг}.$$

Імпульс електрона дорівнює:

$$p = m_0\upsilon / \sqrt{1-(\upsilon / c)^2} = m\upsilon = m\cdot 0,9c\ ; \qquad p \approx 5,6\cdot 10^{-22}\ \text{кг·м/с}.$$

У релятивістській механіці кінетична енергія частинки дорівнює різниці між її повною енергією та енергією спокою:

$$E_{кін} = E - E_0 .$$

Оскільки $E = mc^2$, $E_0 = m_0c^2$, то

$$E_{кін} = mc^2 - m_0c^2 = (m - m_0)c^2 ; \qquad E_{кін} \approx 1\cdot 10^{-13}\ \text{Дж}.$$

Розділ 2

МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

2.1. Предмет молекулярної фізики і термодинаміки

Молекулярна фізика вивчає фізичні властивості макроскопічних тіл на основі розгляду їх мікроскопічної, а саме молекулярної будови.

Коло питань, що охоплює молекулярна фізика, дуже широке. В її межах розглядаються: будова речовини у твердому, рідкому і газоподібному станах; зміни будови речовини під впливом зовнішніх факторів (тиску, температури, електричних і магнітних полів); явища перенесення (дифузія, теплопровідність, внутрішнє тертя); фазові рівноваги й процеси фазових перетворень; критичні стани речовини; поверхневі явища на границі поділу фаз.

Основою молекулярної фізики є *молекулярно-кінетична теорія будови речовини*. За цією теорією, всі тіла складаються із дрібних частинок - молекул (атомів, іонів), які перебувають у безперервному хаотичному русі, називаному *тепловим рухом*. Інтенсивність теплового руху залежить від температури.

Методи класичної механіки не прийнятні для опису систем, що складаються з величезного числа частинок.

Для дослідження процесів у макроскопічних тілах застосовують *статистичний* і *феноменологічний* методи. *Статистичний метод* заснований на використанні теорії ймовірностей. У сукупному поводженні великої кількості частинок проявляються певні статистичні закономірності. Такі системи величезного числа частинок характеризують середніми значеннями фізичних величин. *Феноменологічний метод*, який застосовується у термодинаміці, не враховує внутрішньої будови речовини тіл. Він заснований на вивченні різних перетворень енергії в досліджуваних тілах (системах тіл). Статистичний і феноменологічний методи доповнюють один одного.

Термодинаміка - наука про найбільш загальні теплові властивості макроскопічних тіл (систем тіл).

2.2. Основні поняття молекулярної фізики й термодинаміки

Термодинамічна система - це макроскопічний об'єкт (тіло, система тіл), що може обмінюватися енергією з іншими термодинамічними системами і зовнішнім середовищем. Термодинамічну систему, яка не обмінюється з іншими системами й зовнішнім середовищем ні енергією, ні речовиною, називають ***ізольованою*** або ***замкненою***.

Стан термодинамичної системи, що не змінюється у часі, називають ***рівноважним*** або ***станом термодинамічної рівноваги***. Всі параметри рівноважної термодинамічної системи мають певні значення, які не змінюються з часом. Стан, за якого хоча б один з параметрів термодинамічної системи не має певного значення, є ***нерівноважним***.

Перехід термодинамічної системи з одного стану в інший називається ***термодинамічним процесом***. Процес, у результаті якого система повертається у вихідний стан, називають ***коловим або циклом***. Якщо систему можна повернути у вихідний стан так, щоб у зовнішньому середовищі не сталося жодних змін, то процес вважається ***оборотним***. Оборотний процес є фізичною моделлю (абстракцією). Усі природні процеси в тій чи іншій мірі супроводжуються тертям, випромінюванням тощо і є ***необоротними***.

Для характеристики стану термодинамічних систем вводяться фізичні величини, називані *термодинамічними параметрами* або *параметрами стану*:

тиск $$P = \frac{F_{\perp}}{S}, \qquad [P] = [\text{Па}]; \qquad (2.1)$$

об'єм $V=\dfrac{m}{\rho}$, $[V]=[\text{м}^3]$; (2.2)

температура T, $[T]=[\text{К}]$.

- ***Температура рівноважної термодинамічної системи*** T - це фізична величина, яка є кількісною мірою інтенсивності теплового руху молекул (атомів, іонів) системи.

T - термодинамічна (абсолютна) температура;
0 К- абсолютний нуль температури.

Шкали температур:

шкала Цельсія	$t\ ^\circ\text{C}$	0 °C……… 100 °C
шкала Кельвіна	$T\,\text{K}=t\ ^\circ\text{C}+273{,}15$	273,15 K…373,15 K
шкала Фаренгейта	$t\ ^\circ\text{F}=(9/5)\,t\ ^\circ\text{C}+32$	32 °F…… 212 °F
шкала Реомюра	$t\ ^\circ\text{R}=(4/5)\,t\ ^\circ\text{C}$	0 °R……… 80 °R

2.3. *Маса й розміри атомів і молекул*

- **Молекула** - це найдрібніша частинка речовини, що зберігає всі її хімічні властивості.

Природне і штучне різноманіття молекул величезне - становить мільйони. Самі молекули складаються з атомів. Молекула кисню, наприклад, складається з двох атомів оксигену (O_2), молекула води - з двох атомів гідрогену і одного атома оксигену (H_2O). Різних видів атомів (*хімічних елементів*) порівняно небагато - 118 відомих на даний час, із них 89 винайдено у природі, а інші отримані штучно.

Для характеристики мас атомів і молекул використовують величини, називані відносною атомною масою (атомною масою) хімічного елемента й відносною молекулярною масою (молекулярною масою) речовини. Маса атомів і молекул зазвичай вимірюється в атомних одиницях маси.

- ***Атомною одиницею маси*** називається величина рівна $1/12$ маси нукліда карбону ^{12}C:

$$\boxed{\text{à.î.ì .}=1{,}6605402\cdot 10^{-27}\,\text{êã}}.$$

- ***Відносною атомною масою*** A_r хімічного елемента називається значення маси атома, виражене в атомних одиницях маси.

- ***Відносною молекулярною масою*** M_r речовини називається значення маси молекули, виражене в атомних одиницях маси.

Приклад 1

Маса 1 атома оксигену $^{8}_{15,99}$**O**: A_r = 15,99 а.о.м. = 15,99· 1,66· 10^{-27} кг.

Приклад 2

Маса 1 молекули води **H_2O**: M_r = (1,00· 2+15,99· 1) а.о.м. ≈

≈ 18· 1,66· 10^{-27} кг.

- **Молярною масою** μ речовини називається маса одного моля речовини.
- **Моль** - це кількість речовини, в якій міститься стільки ж структурних одиниць (атомів, молекул, іонів), скільки атомів у 0,012 кг карбону ^{12}C.

За визначенням, в одному молі будь-якої речовини міститься одне й те саме число атомів (молекул, іонів), що називається ***числом (сталою) Авогадро***:

$$\boxed{N_A = 6,02213 \cdot 10^{23} \text{моль}^{-1}}.$$

Моль - це кількість речовини, маса якої в грамах дорівнює відносній атомній (молекулярній) масі цієї речовини.

Кількість молів ν речовини, що має масу m і молярну масу μ, визначається як відношення мас

$$\boxed{\nu = \frac{m}{\mu}}. \tag{2.3}$$

Найбільш точні значення мас молекул, атомів, іонів отримують методами мас-спектроскопії.

Розміри атомів (молекул) - порядку 10^{-10} м (10^{-10}м =1 Å (*ангстрем*)).

На те, що розміри атомів і молекул надзвичайно малі, вказує розчинність невеликих кількостей речовини у великій кількості води. Так, розчинивши 1 мм^3 перманганату калію (декілька кристаликів) у літрі води, а потім 1 см^3 отриманого розчину ще раз у літрі води, ми одержимо розчинення у 1 000 000 000 разів. Але ми побачимо, що останній розчин має помітне забарвлення і, разом з тим, є однорідним. Тобто, в будь-якому малому об'ємі, який відрізняє наше око, за такого великого розчинення міститься дуже багато молекул забарвлюючої речовини.

Атоми не мають чітких геометричних границь. Для характеристики їхніх розмірів користуються уявними *атомними радіусами*.

Приклад розв'язування задачі 11

Визначити число молекул N води у склянці об'ємом $V = 200$ см^3. Чому дорівнюють маса m_0 і наближений розмір a молекули води?

Розв'язування

Маса одного моля води становить $\mu_{H_2O} = (1\cdot 2 + 16)\cdot 10^{-3} = 18\cdot 10^{-3}$ кг/моль. Об'єм одного моля води $V_{\mu} = \mu / \rho$. З огляду на те, що густина води $\rho = 10^3$ кг/м^3, $V_{\mu} = 18\cdot 10^{-6}$ м^3/моль. Число молів води у склянці $\nu = V / V_{\mu}$; $\nu \approx 11{,}11$ молів. Оскільки в одному молі води міститься $N_A = 6\cdot 10^{23}$ молекул (число Авогадро), то у склянці міститься $N = N_A \cdot \nu$ молекул; $N \approx 6{,}7\cdot 10^{24}$ одиниць.

Маса однієї молекули води

$$m_0 = \mu / N_A; \qquad m_0 \approx 3\cdot 10^{-26} \text{ кг}.$$

Наближений об'єм однієї молекули $V_0 = m_0 / \rho$; $V_0 \approx 3\cdot 10^{-29}$м^3. Наближений розмір молекули $a = \sqrt[3]{V_0}$; $a \approx 3\cdot 10^{-10}$ м.

МОЛЕКУЛЯРНО-КІНЕТИЧНА ТЕОРІЯ ІДЕАЛЬНИХ ГАЗІВ

- ***Ідеальним*** називається газ, взаємодією між молекулами якого можна знехтувати.

Ідеальними можна вважати розріджені гази, молекули яких практично не взаємодіють одна з одною - вони лише іноді зіштовхуються між собою. Але зіткнення відбуваються настільки рідко, що більшу частину часу молекули рухаються вільно. Особливо близькими за своїми властивостями до ідеального газу є гелій і водень.

2.4. Закони ідеальних газів

2.4.1. Закон Авогадро

- **Молі будь-яких газів за однакових температур і тисків займають однакові об'єми.**

За нормальних умов ($t=0$ °C, $P=1{,}013\cdot 10^5$ Па) *об'єм 1 моля*:

$$\boxed{V_0 = 22{,}4\cdot 10^{-3}\text{м}^3 = 22{,}4\,\textit{літри}}.$$

2.4.2. Закон Дальтона

- **Тиск суміші ідеальних газів дорівнює сумі парціальних тисків газів, що входять у склад суміші:**

$$\boxed{P = P_1 + P_2 .... + P_n}. \qquad (2.4)$$

$P_1, P_2, ..., P_n$ - парціальні тиски (тиски, які б здійснювалися кожним газом суміші, якби він один займав весь об'єм за тієї ж температури).

2.4.3. Закон Бойля-Маріотта

- **Для даної маси газу за сталої температури добуток тиску газу на його об'єм є величиною сталою:**

$$\boxed{PV = const}, \qquad T = const, \quad m = const. \quad (2.5)$$

Термодинамічний процес, що протікає за сталої температури, називається ***ізотермічним***.

2.4.4. Закон Гей-Люссака

- **Об'єм даної маси газу за сталого тиску змінюється лінійно з температурою:**

$$\boxed{V = V_0(1+\alpha t)}, \qquad P = const, \quad m = const, \quad (2.6)$$

V_0 - об'єм даної маси газу за температури $t = 0\ ^{o}$С,
$\alpha = 1/273{,}15$ К$^{-1}$ - *термічний коефіцієнт об'ємного розширення*.

З урахуванням значення коефіцієнта α:

$$\boxed{V = V_0 \alpha T}, \qquad P = const, \quad m = const. \quad (2.6а)$$

Процес, що йде за сталого тиску, називається ***ізобарним***.

2.4.5. Закон Шарля

- **Тиск даної маси газу за сталого об'єму змінюється лінійно з температурою:**

$$\boxed{P = P_0(1+\alpha t)}, \qquad V = const, \quad m = const, \quad (2.7)$$

P_0 - тиск даної маси газу за температури $t = 0\ ^{o}$С,
$\alpha = 1/273{,}15$ К$^{-1}$ - *термічний коефіцієнт тиску*.

З урахуванням значення коефіцієнта α:

$$\boxed{P = P_0 \alpha T}, \qquad V = const, \quad m = const. \quad (2.7а)$$

Процес, що йде за сталого об'єму, називається ***ізохорним***.

2.5. Рівняння стану газу. Рівняння Клапейрона-Менделєєва

- **Рівнянням стану** називається рівняння вигляду:

$$f(P,V,T)=0\,.$$

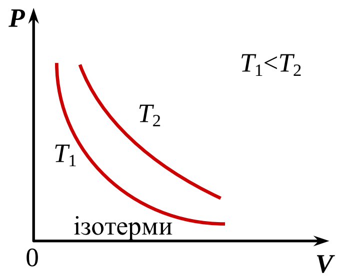
Рівняння стану ідеального газу було отримано шляхом узагальнення законів Бойля-Маріотта, Гей-Люссака й закону Авогадро французьким фізиком Б. Клапейроном і російським ученим Д.І. Менделєєвим і носить їхнє ім'я:

$$\boxed{PV=\frac{m}{\mu}RT}$$ ***рівняння Клапейрона-Менделєєва***, (2.8)

P - тиск газу,
V - об'єм газу,
m - маса газу,
T - температура газу,
μ - молярна маса газу,

- $R=8{,}31$ Дж/(моль·К) - *молярна газова стала*,
- $k=\dfrac{R}{N_A}=1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К - *стала Больцмана.*

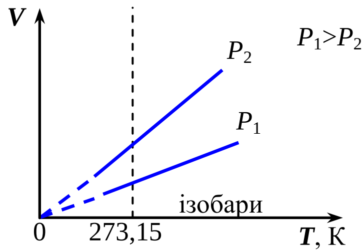
З рівняння стану ідеального газу, як окремі випадки, випливають:



закон Бойля-Маріотта

$$T=const\,,\;\; m=const\,,$$

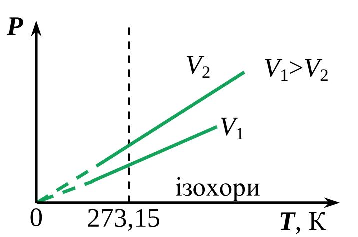
$\boxed{PV=const}$ *рівняння ізотермічного процесу*;



закон Гей-Люссака

$$P=const\,,\;\; m=const\,,$$

$\boxed{\dfrac{V}{T}=const}$ *рівняння ізобарного процесу*;



закон Шарля

$$V=const\,,\;\; m=const\,,$$

$\boxed{\dfrac{P}{T}=const}$ *рівняння ізохорного процесу*.

У багатьох випадках виявляється зручним графічно представляти залежності (P,V), (V,T), (P,T) в прямокутній системі координат.

Графічно залежність між тиском та об'ємом газу за сталої температури у прямокутній системі координат (P,V) відображає рівнобічна гіпербола. Кожному значенню температури відповідає своя крива. Ці криві називають ізотермами. Чим вища температура, за якої відбувається процес, тим вище проходить ізотерма.

Графік (V,T) в прямокутній системі координат - це пряма лінія, яку можна екстраполювати до точки, де об'єм газу мав би дорівнювати нулю. Її називають ізобарою. Кут нахилу ізобари до осі температур залежить від тиску газу: чим більший тиск, тим менший кут нахилу.

Графік (P,T) - також пряма лінія, називана ізохорою, яку можна екстраполювати до точки, в якій тиск газу мав би дорівнювати нулю. Кут нахилу ізохори до осі температур тим більший, чим менший об'єм газу.

Всі ізобари та ізохори збігаються в точці абсолютного нуля температур.

Приклад розв'язування задачі 12

Газове пальне автомобіля міститься у двох балонах під тиском $P_1 = 200$ атм. **Об'єм кожного балона** $V = 8 \cdot 10^{-2}$ м^3. **Визначити, скільки кілограмів газу було витрачено під час поїздок, якщо тиск у балонах знизився до** $P_2 = 100$ атм**? Температура** $t = 0$ °С. **Густина пального за нормальних умов** $\rho = 600$ кг/м^3.

Розв'язування

Вважаючи, що об'єм і температура газу до і після витрати пального залишалися незмінними, можна записати рівняння стану: $P_1 \cdot 2V = \frac{m_1}{\mu} R T_0$ і $P_2 \cdot 2V = \frac{m_2}{\mu} R T_0$, де $T_0 = t + 273$. Віднявши від першого рівняння друге, дістанемо: $2V(P_1 - P_2) = \frac{m_1 - m_2}{\mu} R T_0$, звідки $\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{2V(P_1 - P_2)\mu}{RT_0}$.

Молярну масу μ газу знайдемо через його густину за нормальних умов, скориставшись рівнянням Клапейрона-Менделєєва $P_0 V_0 = \frac{m}{\mu} R T_0$. Перепишемо рівняння у вигляді: $\frac{m}{V_0} = \frac{\mu P_0}{R T_0}$. Врахуємо, що $\rho = \frac{m}{V_0}$, тобто $\rho = \frac{\mu P_0}{R T_0}$. Звідки $\mu = \rho \frac{R T_0}{P_0}$. Остаточно $\Delta m = \frac{2V(P_1 - P_2)\rho}{P_0}$; $\Delta m = 9{,}6$ кг.

Приклад розв'язування задачі 13

У балоні міститься $m_1 = 16$ г кисню і $m_2 = 10$ г водню. У скільки разів зміниться тиск у балоні, коли весь кисень сполучиться з необхідною для реакції частиною водню? Температура в балоні підтримується сталою. Тиском насиченої водяної пари знехтувати.

Розв'язування

До початку реакції тиск у балоні дорівнював сумі парціальних тисків кисню і водню: $P = P_1 + P_2 = \frac{RT}{V}\left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)$, де $\mu_1 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль і $\mu_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль - молярні маси молекулярних кисню й водню відповідно.

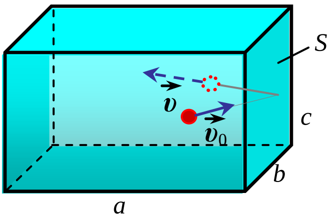
З рівняння реакції сполучення водню з киснем $2H_2 + O_2 = 2H_2O$ випливає, що 1 моль кисню (32 г) сполучається з 2 молями водню (4 г). Тобто 16 г кисню сполучиться з 2 г водню й у балоні залишиться $m_2' = 8$ г водню. Тиск у балоні після реакції $P' = \frac{RT}{V} \cdot \frac{m_2'}{\mu_2}$. Відношення

$$\frac{P'}{P} = \frac{m_2 \mu_1}{m_1 \mu_2 + m_2 \mu_1} \approx 0,73 .$$

2.6. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів

Розглянемо ідеальний газ із одноатомних молекул. Рухаючись у закритій посудині, молекули газу наштовхуються на стінки. Удари молекул створюють тиск на стінки. Знайдемо цей тиск за наступних припущень: всі напрямки руху молекул рівноймовірні; всі зіткнення молекул зі стінками абсолютно пружні; тиск газу на стінки не залежить від форми посудини.

Виберемо посудину з газом у формі паралелепіпеда зі сторонами a, b, c. Визначимо тиск на стінку, утворену ребрами b й c площею $S = b \cdot c$.



За визначенням тиск дорівнює:

$$P = \frac{\sum_{i=1}^{N} F_{i\perp}}{S},$$

$F_{i\perp}$ - перпендикулярна поверхні S складова сили, з якою i-а молекула діє на стінку.

Сила, з якою i-а молекула діє на стінку посудини, визначається II законом Ньютона:

$$\vec{F}_i = \frac{d\vec{p}_i}{dt}, \qquad F_{i\perp} = \frac{dp_{i\perp}}{dt},$$

$\vec{p}_i$ - імпульс і-ї молекули,

$p_{i\perp}$ - складова імпульсу і-ї молекули, перпендикулярна поверхні S.

Під час удару сила змінюється, тому знайдемо її середнє значення:

$$\langle F_{i\perp} \rangle = \frac{\Delta p_{i\perp}}{\Delta t} = \frac{m_0 \upsilon_{i\perp} - (-m_0 \upsilon_{0i\perp})}{\Delta t}.$$

За абсолютно пружного удару молекула дзеркально відбивається від стінки без зміни модуля швидкості, тобто

$$|\upsilon_{i\perp}| = |\upsilon_{0i\perp}| \qquad \text{і} \qquad \langle F_{i\perp} \rangle = \frac{2m_0 \upsilon_{i\perp}}{\Delta t}.$$

Візьмемо інтервал часу, протягом якого відбувається тільки одне зіткнення молекули зі стінкою. За цієї умови $\upsilon_{i\perp}\Delta t = 2a$, звідки $\Delta t = 2a / \upsilon_{\perp}$. Тоді

$$\langle F_{i\perp} \rangle = \frac{2m_0 \upsilon_{i\perp}}{2a} \upsilon_{i\perp} = \frac{m_0 \upsilon_{i\perp}^2}{a}.$$

Тиск, що здійснюється всіма молекулами:

$$P = \frac{\sum_{i=1}^{N} F_{i\perp}}{S} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_0 \upsilon_{i\perp}^2}{b \cdot c \cdot a} = \frac{m_0 \sum_{i=1}^{N} \upsilon_{i\perp}^2}{V}.$$

З огляду на те, що швидкості молекул різні, доцільно перейти до середніх величин, які характеризують швидкість руху великої кількості частинок:

$$\langle \upsilon_{\perp}^2 \rangle = \frac{\sum_{i=1}^{N} \upsilon_{i\perp}^2}{N} \qquad \Rightarrow \qquad \sum_{i=1}^{N} \upsilon_{i\perp}^2 = \langle \upsilon_{\perp}^2 \rangle N.$$

Врахуємо, що за хаотичного руху жоден з напрямків руху не переважає і різниці між складовими швидкості (за величиною) немає, тобто $\upsilon^2 = \upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2 = 3\upsilon_{\perp}^2$. Звідки:

$$\langle \upsilon_{\perp}^2 \rangle = \frac{\langle \upsilon^2 \rangle}{3} \qquad \text{і} \qquad P = \frac{m_0 \langle \upsilon^2 \rangle N}{3V}.$$

Помножимо й розділимо праву частину останнього рівняння на 2 і перейдемо до концентрації молекул у посудині $n = N / V$:

$$P=\frac{1}{3}n_0\frac{m_0\left\langle \upsilon^2\right\rangle}{2}2,$$

$$\frac{m_0\left\langle \upsilon^2\right\rangle}{2}=\left\langle \varepsilon_{кін.пост.}\right\rangle$$ *середня кінетична енергія поступального руху однієї молекули.* (2.9)

Тобто $$\boxed{P=\frac{2}{3}n\left\langle \varepsilon_{кін.пост.}\right\rangle}$$ ***основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів***. (2.10)

Зіставимо основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії з рівнянням стану ідеального газу. Для цього спочатку перетворимо рівняння Клапейрона-Менделєєва:

$$PV=\frac{m}{\mu}RT=\frac{N}{N_A}k\,N_A\,T=N\,k\,T\,;\qquad P=\frac{N}{V}k\,T=n\,k\,T\,.$$

Із порівняння формул

$$P=nkT \qquad \text{і} \qquad P=\frac{2}{3}n\left\langle \varepsilon_{кін.пост.}\right\rangle$$

випливає: $$\left\langle \varepsilon_{кін.пост.}\right\rangle=\frac{3}{2}kT\,.$$

Таким чином, середня кінетична енергія поступального руху однієї молекули ідеального газу пропорційна термодинамічній температурі. За температури T=0 К середня кінетична енергія поступального руху дорівнює нулю: $\left\langle \varepsilon_0\right\rangle=0$. Отже, за температури T=0 К поступальний рух молекул газу припиняється. Звідси випливає фізичний смисл температури: термодинамічна температура є мірою середньої кінетичної енергії поступального руху молекул. Чим вище температура, тим швидше рухаються молекули:

$$\frac{m_0\left\langle \upsilon^2\right\rangle}{2}=\frac{3}{2}kT \quad\Rightarrow\quad \left\langle \upsilon^2\right\rangle=\frac{3kT}{m_0}\,.$$

Середня квадратична швидкість руху молекул визначається наступним чином:

$$\upsilon_{сер.кв.}=\sqrt{\left\langle \upsilon^2\right\rangle}=\sqrt{\frac{3kT}{m_0}}=\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}\,. \qquad (2.11)$$

Згідно з формулою (2.11) за кімнатної температури 20°C (293K) середня квадратична швидкість руху молекул водню становить 1911 м/с, молекул кисню - 478 м/с, молекул водяної пари - 637 м/с.

Приклад розв'язування задачі 14

Щоб уникнути окислення розпеченої нитки лампи розжарювання, із скляного балона відкачують повітря до тиску $P = 0{,}13 \cdot 10^{-2}$ Па. **Скільки молекул газів повітря знаходиться у балоні лампи за цього тиску? Об'єм балона** $V = 0{,}1$ дм^3. **Середню квадратичну швидкість хаотичного руху молекул газів повітря вважати такою, що дорівнює** $\upsilon_{сер.кв} = 400$ м/с.

Розв'язування

З основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів $P = \frac{1}{3} n m_0 \langle \upsilon^2 \rangle$ визначимо кількість молекул в одиниці об'єму: $n = 3P / \left(m_0 \langle \upsilon^2 \rangle \right)$. Тоді загальне число молекул у балоні $N = nV = \dfrac{3P}{m_0 \langle \upsilon^2 \rangle} V$. Для обчислення N треба знайти масу однієї молекули m_0. Визначимо масу однієї молекули з молярної маси: $m_0 = \dfrac{\mu}{N_A}$,

N_A - число Авогадро. Тоді $N = \dfrac{3PVN_A}{\mu \langle \upsilon^2 \rangle}$; $N = 5{,}7 \cdot 10^{14}$ молекул.

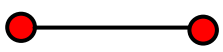
2.7. Закон рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності молекул

- ***Числом ступенів вільності*** i системи називається кількість незалежних величин, за допомогою яких може бути задане положення системи у просторі в будь-який момент часу.

Положення матеріальної точки визначається трьома координатами x, y, z у декартовій системі або φ, ψ, τ - у сферичній системі координт. Число ступенів вільності матеріальної точки дорівнює 3.

i=3

Одноатомна молекула, що розглядається в молекулярно-кінетичній теорії як матеріальна точка, має 3 ступені вільності.

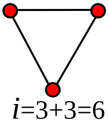


i=3+2=5

Двохатомна молекула із жорстким зв'язком має 3 поступальні ступені вільності й 2 обертальні.

i=3+3=6

Двохатомна молекула з гнучким зв'язком має 3 поступальні, 2 обертальні ступені вільності й 1 коливальний.



i=3+3=6

Трьохатомна молекула із жорстким зв'язком має 3 поступальні й 3 обертальні ступені вільності.

Будь-яка молекула має тільки 3 поступальні ступені вільності.

- **Закон рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності**. На кожен ступінь вільності молекули (поступальний, обертальний і коливальний) в середньому припадає однакова кінетична енергія:

$$\boxed{\left\langle \varepsilon_{i_{кін}} \right\rangle = \frac{1}{2} kT}. \qquad (2.12)$$

Середня кінетична енергія молекули становить:

$$\left\langle \varepsilon_{кін} \right\rangle = \frac{i}{2} kT, \qquad (2.12а)$$

i - сума числа поступальних, числа обертальних і подвоєного числа коливальних ступенів вільності молекули: $i = i_{пост} + i_{оберт} + 2i_{кол}$.

Коливальний рух пов'язаний з наявністю у коливної системи не тільки кінетичної, але й потенціальної енергії, які чисельно рівні. Тому на коливальний ступінь вільності доводиться в середньому $2 \cdot kT/2$.

Закон рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності є наближеним і порушується у випадках, коли стають істотними квантові ефекти.

2.8. Розподіл молекул газу за швидкостями Максвелла. Середні швидкості молекул

Статистичний закон розподілу молекул ідеального газу за швидкостями поступального руху в стані рівноваги теоретично отримав Дж.К.Максвелл, засновуючись на методах теорії ймовірностей. Розподіл Максвелла отримано у припущенні безперервного теплового руху тотожних молекул і відсутності силових полів.

- **Розподілом Максвелла** називається залежність відносної кількості молекул газу, абсолютні значення швидкості яких за даної температури знаходяться в інтервалі від υ до $\upsilon + d\upsilon$, від цієї швидкості:

$$\boxed{f(\upsilon) = \frac{1}{n}\frac{dn}{d\upsilon} = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_0 \upsilon^2}{2kT}} \upsilon^2}. \qquad (2.13)$$

Закон розподілу молекул за швидкостями Максвелла дає змогу знайти число молекул dn, швидкості яких лежать у заданому інтервалі (від υ до $\upsilon + d\upsilon$), із загальної кількості n молекул газу за даної температури:

$$dn = 4\pi n\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}}\upsilon^2 d\upsilon\,. \qquad (2.13а)$$

Конкретний вигляд функції розподілу залежить від температури газу T і маси молекули газу m_0.

Керуючись законом Максвелла, можна визначити *середню арифметичну швидкість молекул* $\langle\upsilon\rangle$ наступним чином:

$$\langle\upsilon\rangle = \int_0^\infty f(\upsilon)\upsilon d\upsilon\,, \qquad \boxed{\langle\upsilon\rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}}. \qquad (2.14)$$

Графік функції розподілу має максимум, який відповідає *найімовірнішій швидкості* $\upsilon_{ім}$ *молекул*.

Значення $\upsilon_{ім}$ можна обчислити, розв'язавши задачу знаходження максимуму функції розподілу:

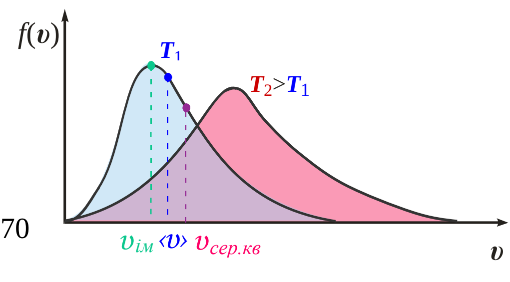
$$\frac{d}{d\upsilon}\left(4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}}\upsilon^2\right) = 0 \;\Rightarrow\; \boxed{\upsilon_{ім} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}}. \qquad (2.15)$$

Для кисню за температури 273К найімовірніша швидкість - 376,6 м/с.

Співвідношення між найімовірнішою, середньою арифметичною і середньою квадратичною швидкостями:

$$\boxed{\upsilon_{ім} : \langle\upsilon\rangle : \upsilon_{сер.кв} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} : \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} : \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = 1:1,13:1,22}. \qquad (2.16)$$

З підвищенням температури швидкості молекул загалом збільшуються, максимум кривої розподілу молекул за швидкостями, тобто найімовірніша швидкість, зсувається у бік більших значень. При цьому крива розподілу розтягується і знижується. Кількість молекул, що мають швидкості більші, ніж $\upsilon_{ім}$, зростає, а кількість молекул зі швидкостями меншими $\upsilon_{ім}$ - падає. Площа, обмежена кривою, відповідно до умови нормування залишається незмінною.



Аналіз кривих розподілу Максвелла показує, що швидкості, які дуже відрізняються від найімовірнішої, зустрічаються рідко.

Швидкості в 3 і більше разів вищі за найімовірнішу мають лише 0,04% молекул.

Від розподілу молекул газу за швидкостями можна перейти до розподілу молекул за кінетичною енергією, здійснивши перехід від змінної υ до змінної $\varepsilon = m_0\upsilon^2/2$:

$$\boxed{f(\varepsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}(kT)^{-3/2}\,\varepsilon^{1/2}e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}} \quad \text{функція розподілу молекул за енергіями.} \qquad (2.17)$$

Результати експериментальних досліджень І.Г.Ламберта, О.Штерна й І.Естермана різними методами повністю збігаються з теоретично отриманим розподілом Максвелла.

Приклад розв'язування задачі 15

Число молекул в об'ємі газу дорівнює числу Авогадро N_A. Вважаючи газ ідеальним, визначити число ΔN молекул, швидкості υ яких менші $0,001$ найбільш імовірної швидкості $\upsilon_{ім}$.

Розв'язування

Скористаємося розподілом молекул за відносними швидкостями u $(u = \upsilon/\upsilon_{ім})$. Число $dN(u)$ молекул, відносні швидкості u яких знаходяться в межах від u до $u+du$, визначається за формулою $dN(u) = \frac{4N}{\sqrt{\pi}}e^{-u^2}u^2du$ (*), де N - загальна кількість молекул в об'ємі. За умовою задачі максимальна швидкість молекул, що нас цікавить, становить $\upsilon_{max} = 0,001\upsilon_{зі}$, звідки $u_{max} = \frac{\upsilon_{max}}{\upsilon_{ім}} = 0,001$. Для таких малих значень u формулу (*) можна спростити. За умови $u << 1$: $e^{-u^2} = 1 - u^2$ і $u^2 = (0,001)^2 \ll 1$, тоді $dN(u) = \frac{2N_A}{\sqrt{\pi}}u^2du$. Проінтегруємо останнє рівняння за змінною u в межах від 0 до u_{max}:

$$\Delta N = \frac{4N_A}{\sqrt{\pi}}\int_0^{u_{max}} u^2du = \frac{4N_A}{\sqrt{\pi}}\frac{u^3}{3}\Big|_0^{u_{\max}}, \qquad \Delta N = \frac{4N_A}{3\sqrt{\pi}}u_{max}^3.$$

Підставивши числові значення, отримаємо: $\Delta N = 4,53\cdot 10^{17}$ молекул.

2.9. *Розподіл Больцмана. Барометрична формула*

Молекули газів на нашій планеті, перебуваючи в безперервному тепловому русі, знаходяться крім того в потенціальному полі її тяжіння. Внаслідок цього Земля оточена повітряним шаром - *атмосферою*, що простирається у висоту на сотні кілометрів.

Повітря - це суміш газів, переважно азоту та кисню, а також водяної пари, які хімічно не взаємодіють між собою. Середній склад сухого повітря на рівні моря майже однаковий на всій планеті: азот - 78,08%, кисень - 20,95%, аргон та інші інертні гази - 0,926%, вуглекислий газ - 0,03%, водень - 0,014% за об'ємом.

Отже, існування атмосфери Землі забезпечується двома факторами: силами тяжіння, які утримують молекули повітря біля поверхні Землі і не дають їм змоги розлетітися по Всесвіту, та тепловим рухом молекул. Ці два взаємно протилежні фактори зумовлюють динамічну (статистичну) рівновагу в розподілі молекул атмосферного газу за висотою. Встановлено, що *атмосферний тиск* ($P = F_{\perp} / S$) *з висотою зменшується*.

- Залежність тиску від висоти за умов ізотермічної атмосфери визначається **барометричною формулою**:

$$\boxed{P = P_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}}}, \qquad (2.18)$$

P_0 - тиск на рівні відліку висоти,

P - тиск на висоті h.

Зміна температури атмосфери з висотою порівняно невелика: на висоті 10 км температура менша від температури біля поверхні землі на декілька десятків кельвінів, тому барометрична формула є достатньо точною. За формулою (2.18) можна обчислити тиск на заданій висоті або за виміряним тиском визначити висоту.

Із барометричної формули випливає, що з висотою тиск газу спадає тим швидше, чим більша його молекулярна маса або нижча температура.

На висоті 200 км переважання молекулярного азоту в атмосфері змінюється переважанням атомарного кисню, вище 1000 км переважає гелій, а вище 5000 км - водень.

Скориставшись виразом для тиску $P = nkT$, зведемо барометричну формулу до вигляду:

$$n = n_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}},$$

n - концентрація молекул на висоті h,

n_0 - концентрація молекул на рівні відліку висоти.

Тобто *концентрація молекул в атмосфері зменшується з висотою*.

Врахуємо, що $\frac{\mu}{R}=\frac{m_0}{k}$, і одержимо $n=n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}$. А з огляду на те, що $m_0 gh=\varepsilon_{пот}$ - потенціальна енергія молекули в полі тяжіння, отримаємо:

$$n=n_0 e^{-\frac{\varepsilon_{пот}}{kT}}.$$

Л. Больцман показав, що остання формула справедлива для молекул, які знаходяться у стані хаотичного теплового руху не тільки в полі тяжіння, а в будь-якому потенціальному полі сил.

- Статистично рівноважний розподіл тотожних молекул (частинок) у стані хаотичного теплового руху за постійної температури в присутності зовнішніх потенціальних силових полів визначається **розподілом Больцмана**:

$$\boxed{n=n_0 e^{-\frac{\varepsilon_{пот}}{kT}}}, \qquad (2.19)$$

n - концентрація молекул в місці, де потенціальна енергія молекули дорівнює $\varepsilon_{пот}$,
n_0 - концентрація молекул в місці, де $\varepsilon_{пот}=0$.

Приклад розв'язування задачі 16

Порошинки, загальна маса яких $m=10^{-18}$ г, **зависли в повітрі. Визначити товщину шару повітря, в межах якого концентрація порошинок різниться на** 1%. **Температура повітря** $T=300$ К.

Розв'язування

За рівноважного розподілу порошинок їх концентрація залежить тільки від координати уздовж осі z, спрямованої вертикально вгору. Застосуємо формулу Больцмана $n=n_0 e^{-U/(kT)}$. В однорідному полі сили тяжіння $U=mgz$, тому $n=n_0 e^{-mgz/(kT)}$.

Зміна концентрації Δn з висотою малá у порівнянні з концентрацією n $(\Delta n/n=0{,}01)$, тому Δn можна замінити диференціалом dn.

Продиференціюємо формулу для n за змінною z: $dn=-n_0\frac{mg}{kT}e^{-mgz/(kT)}dz$. Врахувавши, що $n_0 e^{-mgz/(kT)}=n$, отримаємо $dn=-\frac{mg}{kT}ndz$. Звідки знайдемо $dz=-\frac{kT}{mg}\frac{dn}{n}$. Знак «–» указує на те, що додатній зміні координати ($dz>0$) відповідає зменшення відносної концентрації ($dn < 0$). Опустимо знак «–» (в даному випадку він неістотний) і замінимо диференціали dz і dn величинами Δz і Δn: $\Delta z = \frac{kT}{mg}\frac{\Delta n}{n}$. Підставивши числові значення, отримаємо: $\Delta z = 4{,}23$мм.

2.10. *Закон Максвелла-Больцмана*

Розподіл Максвелла визначає розподіл молекул за їх швидкістю і, відповідно, за кінетичною енергією, а розподіл Больцмана - за потенціальною енергією. Обидва розподіли поєднуються в законі Максвелла-Больцмана.

- **Закон Максвелла-Больцмана**. Концентрація молекул, що знаходяться в потенціальному полі, які мають потенціальну енергію $\varepsilon_{пот}$ і швидкість в інтервалі від υ до $\upsilon + d\upsilon$, визначається за формулою:

$$\boxed{dn(\upsilon, \varepsilon_{пот}) = 4\pi n_0 \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{\varepsilon_{пот} + m_0\upsilon^2/2}{kT}} \upsilon^2 d\upsilon}. \quad (2.20)$$

Атмосфера Землі є достатньо стабільною і зберігається протягом мільярдів років тому, що відносна частка молекул верхніх шарів атмосфери, які мають настільки велику швидкість, щоб покинути Землю, мізерно мала - ~10^{-300}. Однак на небесних тілах, наприклад, на Місяці, де гравітаційна сила значно менша, ніж на Землі, атмосфера не може утримуватися силами тяжіння.

Розподіл Максвелла і розподіл Больцмана є окремими випадками більш загального закону Максвелла-Больцмана.

ОСНОВИ ТЕРМОДИНАМІКИ

Термодинаміка ґрунтується на фундаментальних законах, які є узагальненням численних спостережень і виконуються незалежно від природи тіл, що утворюють фізичні системи. Тому закономірності й співвідношення між фізичними величинами у термодинаміці мають універсальний характер. Обґрунтування законів термодинаміки, їх зв'язок із закономірностями руху частинок, з яких побудовані тіла, дається статистичною фізикою, яка дозволяє встановити й границі застосування термодинаміки.

2.11. *Основні поняття термодинаміки*

2.11.1. *Внутрішня енергія термодинамічної системи*

Важливою характеристикою будь-якої термодинамічної системи є внутрішня енергія.

- ***Внутрішньою енергією*** U фізичної системи називається енергія теплового руху всіх мікрочастинок системи (молекул, атомів, іонів тощо) і взаємодії цих частинок.

Внутрішня енергія - величина адитивна, тобто внутрішня енергія системи складається із внутрішніх енергій кожної частини системи й енергії взаємодії між частинами.

Внутрішня енергія є функцією стану системи, тобто значення внутрішньої енергії системи у будь-якому стані не залежить від того, за допомогою якого процесу система дійшла цього стану. Тому можна говорити про запас внутрішньої енергії, який має система в різних станах.

Кінетична енергія руху системи як цілого і її потенціальна енергія в зовнішніх силових полях не входять у внутрішню енергію. В загальному випадку до внутрішньої енергії відносять також внутрішньомолекулярну енергію (енергію електронних оболонок атомів і внутрішньоядерну енергію). Однак, для систем, досліджуваних термодинамічними методами, що перебувають за температур відносно невисоких, коли іонізація та збудження атомів і молекул не відіграють істотної ролі, внутрішньомолекулярна енергія є практично постійною і її не враховують.

Енергія взаємодії тіл являє собою енергію взаємодії в тонкому шарі на границі між тілами й настільки мала у порівнянні з енергією макроскопічних тіл, що нею можна знехтувати.

В термодинаміці становить інтерес не стільки значення внутрішньої енергії системи, скільки її зміна за змін стану системи. Тому, як правило, беруть до уваги тільки ті складові внутрішньої енергії, які змінюються у процесах переходу речовини з одного стану в інший.

Зміна внутрішньої енергії ідеального газу в термодинамічних процесах:

$$\Delta U_{ід.г.} = \Delta \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_{i\,кін} \quad ,$$

$\varepsilon_{i\,\text{ê³í}}$ - кінетична енергія і-ї молекули ідеального газу.

Середня кінетична енергія однієї молекули ідеального газу:

$$\left\langle \varepsilon_{i\,кін} \right\rangle = \frac{i}{2} kT \ ,$$

i - число ступенів вільності молекули.

Сумарна кінетична енергія всіх молекул ідеального газу:

$$U = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_{i\,\text{ê³í}} = N \left\langle \varepsilon_{i\,\text{ê³í}} \right\rangle = N \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} \nu N_A kT = \nu \frac{i}{2} RT \ ,$$

тобто

$$\boxed{U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT}. \qquad (2.21)$$

За малих змін температури dT зміна внутрішньої енергії:

$$dU = d(\nu \frac{i}{2} RT) = \nu \frac{i}{2} RdT \ .$$

Після інтегрування одержимо:

$$\Delta U = \nu \frac{i}{2} R\Delta T \ . \qquad (2.21а)$$

Внутрішня енергія будь-якої системи визначається її температурою.

Внутрішня енергія реальних газів, рідин і твердих тіл залежить як від температури, так і від тиску.

2.11.2. *Теплота*

- ***Кількістю теплоти або теплотою*** Q називається енергія, що одержується або віддається системою в процесі теплообміну.
- ***Теплообмін*** - самочинний необоротний процес перенесення теплоти, зумовлений градієнтом температури (різницею температур).

Перенесення теплоти може також спричинюватися неоднорідністю полів інших фізичних величин, наприклад, градієнтом концентрацій (ефект Дюфура).

Розрізняють наступні *види теплообміну*:

- ***теплопровідність*** - перенесення енергії за безпосередньої передачі від частинок (молекул, атомів, електронів і т.д.), що мають більшу енергію, частинкам з меншою енергією;
- ***конвекція*** - перенесення енергії потоками речовини (газами, рідинами, сипучими твердими матеріалами) від групи частинок до інших груп частинок (приклад, підіймання вгору потоків теплого повітря);
- ***променистий теплообмін*** - перенесення енергії у вигляді електромагнітного випромінювання.

Кількість теплоти не є функцією стану, вона характеризує процес. Не можна говорити про запас теплоти, який має система в різних станах.

2.12. *Перший закон термодинаміки*

Існують два принципово різних способи зміни внутрішньої енергії, а отже й стану системи: шляхом виконання роботи і шляхом передачі (відведення) теплоти. Таким чином, у загальному випадку, перехід системи з одного стану в інший пов'язаний з передачею системі (або відведенням від системи) деякої кількості теплоти Q й виконанням роботи A (системою над зовнішніми тілами або зовнішніми тілами над системою). За цих змін діє закон збереження й перетворення енергії.

I закон термодинаміки - це закон збереження енергії для систем, в яких істотну роль відіграють теплові процеси.

- **I закон термодинаміки** (*основне формулювання*). **Збільшення внутрішньої енергії** ΔU **системи дорівнює сумі одержаної системою теплоти** Q **і виконаної над системою роботи** A'**:**

$$\boxed{\Delta U = Q + A'}, \qquad (2.22)$$

A' - робота, виконана над системою зовнішніми тілами,
$A = -A'$ - робота, виконана системою над зовнішніми тілами.

Тобто $\Delta U = Q - A$, звідки $Q = \Delta U + A$.

- **I закон термодинаміки** (*додаткове формулювання*). **Кількість теплоти** Q**, передана системі, витрачається на збільшення внутрішньої енергії системи** ΔU **і на виконання системою роботи** A**:**

$$\boxed{Q = \Delta U + A}. \qquad (2.22а)$$

У диференціальній формі:

$$\boxed{\delta Q = dU + \delta A}, \qquad (2.22б)$$

dU - нескінченно мала зміна повної внутрішньої енергії,
δA - елементарна робота, δQ - елементарна кількість теплоти.

Якщо система повертається в початковий стан, то зміна її внутрішньої енергії дорівнює нулю:

$$\Delta U = 0 \quad \Rightarrow \quad A = Q.$$

- **I закон термодинаміки** (*додаткове формулювання*). **Неможливий вічний двигун (першого роду), що виконував би роботу більшу, ніж одержувана зовні енергія.**

Кількість теплоти і робота характеризують процес, а не стан системи. Елементарні робота і теплота не є повними диференціалами на відміну від нескінченно малої зміни внутрішньої енергії, тому замість символу d використовують символ δ.

Кількість теплоти вважається додатною, якщо вона підводиться до системи, і від'ємною - коли відбирається від системи. Робота вважається додатною, коли вона виконується системою над зовнішніми тілами і від'ємною - коли виконується зовнішніми тілами над системою.

2.13. Теплоємність

- **Теплоємністю** C тіла називається фізична величина, чисельно рівна відношенню кількості теплоти, переданої тілу, до зміни температури тіла в термодинамічному процесі:

$$\boxed{C = \frac{\delta Q}{dT}}, \qquad [C]=[\text{Дж/К}]. \qquad (2.23)$$

Теплоємність тіла дорівнює кількості теплоти, необхідної для нагрівання тіла на 1 кельвін.

- **Питома теплоємність** c - теплоємність одиниці маси речовини:

$$\boxed{c = \frac{C}{m} = \frac{\delta Q}{m\,dT}}, \qquad [c]=[\text{Дж/(кг·К)}], \qquad (2.24)$$

m - маса речовини.

Питома теплоємність речовини дорівнює кількості теплоти, необхідної для нагрівання 1 кг речовини на 1 кельвін.

- **Молярна теплоємність** C_μ - теплоємність одного молю речовини:

$$\boxed{C_\mu = \frac{C}{\nu} = \frac{\delta Q}{\nu\,dT}}, \quad [C_\mu]=[\text{Дж/(моль·К)}], \qquad (2.25)$$

ν - число молів речовини.

Молярна теплоємність речовини дорівнює кількості теплоти, необхідної для нагрівання 1 молю речовини на 1 кельвін.

Теплоємність залежить не тільки від початкового й кінцевого станів системи, але й від способу, яким здійснюється перехід зі стану в стан, тобто від того, у яких умовах теплота передається системі. Тому розрізняють *теплоємність за сталого тиску* C_P і *теплоємність за сталого об'єму* C_V.

2.13.1. Теплоємність ідеального газу за ізохорного процесу

Якщо в процесі передачі теплоти (під час нагрівання або охолодження) підтримується сталим об'єм газу, то його молярна теплоємність:

$$C_{\mu V} = \frac{C}{\nu} = \frac{\delta Q}{\nu\,dT} = \frac{dU + \delta A}{\nu\,dT} = \frac{\frac{i}{2}\nu R dT + P dV}{\nu\,dT} = \frac{i}{2}R. \qquad \left| \begin{array}{l} dU = \nu \frac{i}{2} R\,dT. \\ \delta A = Fdl = PSdl = P\,dV. \end{array} \right|$$

Тобто

$$\boxed{C_{\mu V} = \frac{i}{2}R}. \qquad (2.26)$$

2.13.2. Теплоємність ідеального газу за ізобарного процесу

Якщо в процесі передачі теплоти підтримується сталим тиск газу, то його молярна теплоємність:

$$C_{\mu P} = \frac{C}{\nu} = \frac{\delta Q}{\nu dT} = \frac{dU + \delta A}{\nu dT} = \frac{dU + PdV}{\nu dT} =$$

$$= \frac{\frac{i}{2}\nu R\, dT + \nu R\, dT}{\nu dT} = \frac{i}{2} R + R = C_V + R.$$

$$\left| \begin{array}{l} PV = \nu RT, \\ d(PV) = d(\nu RT), \\ PdV = \nu R dT. \\ dU = \nu \frac{i}{2} R dT. \end{array} \right|$$

$$\boxed{C_{\mu P} = C_{\mu V} + R} \quad \textit{рівняння Майєра}. \qquad (2.27)$$

C_P завжди більше C_V, тому що під час нагрівання газу за сталого тиску потрібна додаткова кількість теплоти на виконання роботи розширення газу, оскільки сталість тиску забезпечується збільшенням об'єму газу.

Залежність молярних теплоємностей тільки від числа ступенів вільності i справедлива в досить широкому інтервалі температур, але тільки для одноатомних газів.

2.14. Застосування першого закону термодинаміки

2.14.1. Ізохорний процес ($V = const$)

Запишемо I закон термодинаміки:

$$\delta Q = dU + \delta A = dU + PdV,$$

$$\delta Q = dU.$$

$$\left| \begin{array}{l} V = const \Rightarrow dV = 0. \\ \delta Q = \nu C_{\mu V} dT. \end{array} \right|$$

Для довільної маси газу

$$\delta Q = dU = \nu C_{\mu V}\, dT,$$

або в інтегральній формі:

$$Q_{1\to 2} = \Delta U_{1\to 2} = \nu C_{\mu V}\, \Delta T_{1\to 2};$$

за умови $T_2 > T_1$: $Q_{1\to 2} > 0$ - до газу підводиться певна кількість теплоти,
за умови $T_2 < T_1$: $Q_{1\to 2} < 0$ - від газу відводиться деяка кількість теплоти.

Вся теплота, що передається газу за ізохорного процесу, йде на зміну його внутрішньої енергії; робота при цьому не виконується:

$$\boxed{A_{1\to 2} = 0}, \quad \boxed{Q_{1\to 2} = \Delta U_{1\to 2} = \nu C_{\mu V}(T_2 - T_1)}.$$

З рівняння Клапейрона-Менделєєва для двох обраних станів газу за ізохорного процесу $P_1 V = \nu R T_1$ і $P_2 V = \nu R T_2$ одержимо $P_1 / T_1 = P_2 / T_2$.

Отже $\boxed{\dfrac{P}{T} = const}$ *рівняння ізохорного процесу.*

2.14.2. *Ізобарний процес* ($P = const$)

Запишемо I закон термодинаміки:

$$\delta Q = dU + \delta A = dU + PdV.$$

$$\delta Q = \nu C_{\mu P} dT$$

В інтегральній формі:

$$Q_{1\to 2} = \Delta U_{1\to 2} + A_{1\to 2},$$

$$Q_{1\to 2} = \nu C_{\mu P} \Delta T_{1\to 2} = \nu C_{\mu P}(T_2 - T_1),$$

$$A_{1\to 2} = \int_1^2 Fdl = \int_1^2 PSdl = \int_{V_1}^{V_2} PdV = P\int_{V_1}^{V_2} dV =$$

$$= P(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1).$$

$$\left.\begin{array}{l} PV_1 = \nu RT_1 \\ PV_2 = \nu RT_2 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$V_2 - V_1 = \frac{\nu R(T_2 - T_1)}{P}.$$

Внутрішня енергія газу за ізобарного процесу:

$$\Delta U_{1\to 2} = \nu C_{\mu P}(T_2 - T_1) - \nu R(T_2 - T_1) = \nu(T_2 - T_1)(C_{\mu P} - R) = \nu C_{\mu V}(T_2 - T_1).$$

За ізобарного процесу передачі газу теплоти $\delta Q = \nu C_{\mu P} dT$ *його внутрішня енергія зростає на величину* $dU = \nu C_{\mu V} dT$ *, при цьому газ виконує роботу* $\delta A = \nu RdT$.

$$\boxed{A_{1\to 2} = P(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1)}, \qquad \boxed{Q_{1\to 2} = \nu C_{\mu P}(T_2 - T_1)},$$

$$\boxed{\Delta U_{1\to 2} = \nu C_{\mu V}(T_2 - T_1)}.$$

Рівняння ізобарного процесу одержимо з рівняння Клапейрона-Менделєєва для двох станів газу $pV_1 = \nu RT_1$ і $pV_2 = \nu RT_2$: $V_1 / V_2 = T_1 / T_2$, $V_1 / T_1 = V_2 / T_2$.

Отже $\boxed{\dfrac{V}{T} = const}$ *рівняння ізобарного процесу.*

2.14.3. *Ізотермічний процес* ($T = const$)

Запишемо I закон термодинаміки:

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

За ізотермічного процесу внутрішня енергія газу незмінна ($dU = 0$), отже

$$\delta Q = \delta A.$$

В інтегральній формі:

$$\Delta Q_{1\to 2} = A_{1\to 2}.$$

Робота за ізотермічного розширення (стиснення) газу:

$$A_{1\to 2} = \int_{V_1}^{V_2} PdV = \int_{V_1}^{V_2} \nu RT \frac{dV}{V} = \nu RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = $$

$$= \nu RT \ln V \Big|_{V_1}^{V_2} = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln \frac{P_1}{P_2}.$$

$$\left| \begin{array}{l} PV = \nu RT \;\Rightarrow\; P = \nu \dfrac{RT}{V}. \\ P_1V_1 = \nu RT_1;\; P_2V_2 = \nu RT \Rightarrow \\ \qquad \dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{P_1}{P_2}. \end{array} \right|$$

За ізотермічного розширення $(V_2 > V_1)$ до газу підводиться тепло ($Q_{1\to 2} > 0$) і газ виконує додатну роботу; за ізотермічного стиснення $(V_2 < V_1)$ робота, що виконується газом, - від'ємна, тобто роботу здійснюють зовнішні тіла над газом, при цьому від газу відбирається деяка кількість теплоти.

Ізотермічний процес розширення або стиснення газу може відбуватися в умовах, коли теплообмін між газом і зовнішнім середовищем здійснюється за постійної різниці їхніх температур. Для цього процес повинен протікати дуже повільно, а теплоємність середовища повинна бути достатньо великою.

Вся теплота, що підводиться до газу за ізотермічного процесу, витрачається ним на виконання роботи.

$$\boxed{Q_{1\to 2} = A_{1\to 2} = \nu RT \ln \frac{P_1}{P_2} = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}}, \quad \boxed{\Delta U_{1\to 2} = 0}.$$

Теплоємність речовини за ізотермічного процесу дорівнює нескінченності: $C_T = \infty$.

Знайдемо рівняння ізотермічного процесу:

$$P_1V_1 = \nu RT, \qquad P_2V_2 = \nu RT \qquad \Rightarrow \qquad P_1V_1 = P_2V_2.$$

$\boxed{PV = const}$ *рівняння ізотермічного процесу.*

2.14.4. *Адіабатичний процес* $(\delta Q = 0)$

- ***Адіабатичним*** називається процес, за якого відсутній теплообмін між системою й навколишнім середовищем, тобто

$$\delta Q = 0.$$

Знайдемо рівняння адіабатичного процесу.

З I закону термодинаміки $\delta A + dU = 0$ одержимо:

$$PdV + \frac{i}{2}\nu R\,dT = 0,$$

$$PdV + \frac{i}{2}(VdP + PdV) = 0,$$

$$\left(\frac{i+2}{2}\right)PdV + \frac{i}{2}VdP = 0.$$

$$dU = \nu\frac{i}{2}RdT,$$
$$PV = \nu RT,$$
$$d(PV) = d(\nu RT),$$
$$dPV + PdV = \nu RdT.$$

Помножимо обидві частини на R: $\left(\frac{i+2}{2}\right)R\,PdV + \frac{i}{2}R\,VdP = 0.$

Отже $$C_{\mu P}PdV + C_{\mu V}VdP = 0.$$

Розділимо на $C_{\mu V}V\,P$: $$\frac{C_{\mu P}}{C_{\mu V}}\frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0.$$

Позначимо $C_{\mu P}/C_{\mu V} = \gamma$: $$\gamma\frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0,$$

і проінтегруємо: $$\int\gamma\frac{dV}{V} + \int\frac{dP}{P} = 0,$$

$$\gamma\ln V + \ln P = const,$$

$$\ln PV^{\gamma} = const,$$

$$\boxed{PV^{\gamma} = const}$$ *рівняння адіабатичного процесу* (*рівняння Пуассона*). (2.28)

Або у змінних T,V й T,P:

$$\boxed{\begin{aligned} T\,V^{\gamma-1} &= const \\ T^{\gamma}P^{1-\gamma} &= const \end{aligned}}, \quad (2.28а)$$

$$PV = \nu RT \Rightarrow P = \frac{\nu RT}{V}, \quad \frac{\nu RT}{V}V^{\gamma} = const,$$
$$TV^{\gamma-1} = const$$
$$PV = \nu RT \Rightarrow V = \frac{\nu RT}{P}, \quad \frac{P\nu^{\gamma}R^{\gamma}T^{\gamma}}{P^{\gamma}} = const,$$
$$T^{\gamma}P^{1-\gamma} = const.$$

$\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$ - *показник адіабати.*

I закон термодинаміки за адіабатичного процесу

$$\delta Q = dU + \delta A \qquad dU = \nu\frac{i}{2}RdT.$$

має вигляд:

$$\delta A = -dU \; .$$

$$A_{1\to2} = -\int_{T_1}^{T_2} \nu \frac{i}{2} R dT = -\nu C_{\mu V} T \Big|_{T_1}^{T_2} = \nu C_{\mu V} (T_1 - T_2).$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \quad \Rightarrow \quad T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} .$$

$$A_{1\to2} = \nu \frac{i}{2} R T_1 \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right) =$$

$$= \nu \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right) = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right).$$

За адіабатичного процесу робота виконується газом за рахунок зменшення його внутрішньої енергії.

$$\boxed{A_{1\to2} = -\Delta U_{12} = \nu C_{\mu V} (T_1 - T_2) = \frac{\nu R T_1}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right) = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right)},$$

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{C_{\mu P}}{C_{\mu V}} = \frac{(i+2)R}{2} \frac{2}{iR} = \frac{i+2}{i} = 1 + \frac{2}{i}, \qquad \gamma - 1 = \frac{2}{i}, \qquad \frac{i}{2} = \frac{1}{\gamma - 1} .$$

Теплоємність речовини за адіабатичного процесу дорівнює нулю: $C_Q = 0$.

Адіабатичними можна вважати всі швидкоплинні процеси: поширення звуку в середовищі, стиснення й розширення паливних сумішей у циліндрах двигунів внутрішнього згоряння тощо.

2.14.5. *Політропні процеси*

- ***Політропним*** називається процес, під час перебігу якого теплоємність тіла залишається незмінною.

Рівняння політропного процесу для ідеального газу:

$$\boxed{PV^n = const}, \qquad (2.29)$$

$$n = \frac{C - C_P}{C - C_V}$$ - *показник політропи.*

За умови $C = 0$: $n = \gamma$, $PV^\gamma = const$ - процес адіабатичний;
$C = \infty$: $n = 1$, $PV = const$ - процес ізотермічний;
$C = C_P$: $n = 0$, $P = const$ - процес ізобарний;
$C = C_V$: $n = \infty$, $V = const$ - процес ізохорний.

Всі ізопроцеси в ідеальних газах є політропними.

Приклад розв'язування задачі 17

Знайти роботу A, **потрібну для стиснення** $m = 20$ г **кисню, що займає об'єм** $V = 10$ л, **до об'єму** $V = 5$ л **за температури** $t = 27\,^{\circ}$С. **Визначити, надходить при цьому до системи тепло чи виділяється і в якій кількості?**

Розв'язування

Робота за ізотермічного процесу визначається за формулою

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}; \qquad A = -1080 \text{ Дж}.$$

Знак «-» означає, що роботу над системою (газом) виконують зовнішні сили.

За I законом термодинаміки $Q = \Delta U + A$. Оскільки за ізотермічного процесу внутрішня енергія системи не змінюється ($\Delta U = 0$), то одержана (віддана) системою теплота дорівнює виконаній роботі, тобто

$$Q = A; \qquad Q = -1080 \text{ Дж}.$$

Отже, в розглянутому процесі система віддає 1080 Дж теплоти.

Приклад розв'язування задачі 18

Кисень знаходиться під тиском $P = 3 \cdot 10^5$ Па **за температури** $t = 10\,^{\circ}$С. **Маса кисню** $m = 10$ г. **Після нагрівання за сталого тиску газ зайняв об'єм** $V = 10$ л. **Визначити кількість теплоти** Q, **яку одержав газ, зміну внутрішньої енергії газу** ΔU **і роботу** A, **виконану газом під час розширення**.

Розв'язування

Робота розширення газу за сталого тиску $A = P(V_2 - V_1)$. Початковий об'єм газу знайдемо з рівняння Клапейрона-Менделєєва $V_1 = \frac{m}{\mu} R \frac{T_1}{P}$; $V_1 \approx 2{,}45 \cdot 10^{-3}$ м^3. Обчислимо $A \approx 2{,}26 \cdot 10^3$ Дж.

Кількість одержаної газом теплоти $Q = mc_P (T_2 - T_1)$,

де c_P - питома теплоємність газу за сталого об'єму (за довідником). Кінцеву температуру визначимо із закону Гей-Люссака $V_1 / T_1 = V_2 / T_2$: $T_2 = T_1 V_2 / V_1$; $T_2 \approx 1155$ К. Обчислимо $Q = 7{,}92 \cdot 10^3$ Дж.

Зміну внутрішньої енергії отримаємо, скориставшись I законом термодинаміки: $\Delta U = Q - A$; $\Delta U = 5{,}66 \cdot 10^3$ Дж.

Приклад розв'язування задачі 19

Визначити кількість теплоти, поглиненої $m = 0{,}2$ кг **водню під час його нагрівання від температури** $t_1 = 0\,^{\circ}$С **до температури** $t_2 = 100\,^{\circ}$С **за сталого тиску**. **Знайти зміну внутрішньої енергії газу і виконану ним роботу**.

Розв'язування

Кількість теплоти Q, що поглинається газом за ізобарного нагрівання, визначається за формулою $Q = mc_P\Delta T$, де m - маса газу; c_P - питома теплоємність за сталого тиску; ΔT - зміна температури газу. Зауважимо, що $c_P = \frac{(i+2)}{2}\frac{R}{\mu}$. Тоді $Q = m\frac{(i+2)}{2}\frac{R}{\mu}\Delta T$; $Q = 291$ кДж.

Зміна внутрішньої енергії $\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T$; $\Delta U = 208$ кДж.

Роботу розширення газу знайдемо, скориставшись I законом термодинаміки $Q = \Delta U + A$: $A = Q - \Delta U$; $A = 83$ кДж.

Приклад розв'язування задачі 20

В циліндрі під поршнем знаходиться $m = 0,02$ кг водню за температури $T_1 = 300$ К. Під час адіабатичного розширення об'єм водню збільшується в п'ять разів, а потім за ізотермічного стиснення - зменшується в п'ять разів. Знайти температуру T_2 наприкінці адіабатичного розширення і роботу A, виконану газом.

Розв'язування

Температури й об'єми газу за адіабатичного процесу пов'язані співвідношенням $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$, де γ - показник адіабати (для водню, як двохатомного газу, $\gamma = 1,4$). Звідки $T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$; $T_2 = 300\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{0,4}$ К.
Прологарифмуємо праву і ліву частини останнього рівняння: $\lg T_2 = \lg 300 + 0,4(\lg 1 - \lg 5) = 2,197$. За таблицею антилогарифмів знайдемо значення $T_2 = 157$ К.

Робота A_1 газу під час адіабатичного розширення:

$$A_1 = \frac{m}{\mu}C_{\mu_V}(T_1 - T_2) = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}R(T_1 - T_2); \qquad A_1 = 29,8 \text{ кДж}.$$

Робота A_2 газу за ізотермічного стиснення:

$$A_2 = RT_2\frac{m}{\mu}\ln\frac{V_2}{V_1}; \qquad A_2 = -21 \text{ кДж}.$$

Знак «–» указує на те, що під час стиснення газу робота виконується зовнішніми силами.

Повна робота, виконана газом: $A = A_1 + A_2$; $A = 8,8$ кДж.

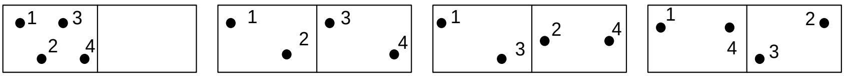
2.15. Ентропія

Поняття ентропії введене у фізику німецьким вченим Р. Клаузіусом для визначення міри необоротного розсіювання енергії.

2.15.1. Ентропія як статистична характеристика

Всякий макростан термодинамічної системи, який описується за допомогою характеризуючих усе тіло в цілому макропараметрів (тиску, об'єму, температури), здійснюється різними способами, кожному з яких відповідає деякий мікростан системи з певними характеристиками окремих частинок системи (сукупність координат, імпульсів).

Розглянемо газ у закритій посудині. Уявно розділимо посудину на дві рівні частини. Першому, менш імовірному макростану газу, коли всі молекули перебувають в одній половині посудини, відповідає тільки один мікростан; другому макростану рівномірного розподілу молекул газу по всьому об'єму відповідає кілька різних мікростанів:



- Число різних мікростанів, за допомогою яких здійснюється даний макростан, називається ***статистичною вагою*** Ω макростану.

Статистична вага зазвичай визначається величезними числами. Ця фізична величина не є адитивною ($\Omega_{1+2} = \Omega_1 \cdot \Omega_2$). Імовірність макростану пропорційна його статистичній вазі.

- Для характеристики ймовірності стану системи використовується фізична величина, називана **ентропією** системи:

$$\boxed{S = k \ln \Omega}, \qquad (2.30)$$

k - стала Больцмана.

Ентропія є адитивною величиною.

- ***Ентропія системи*** дорівнює сумі ентропій тіл, що входять до системи:

$$\boxed{S = \sum_{i=1}^{N} S_i}. \qquad (2.31)$$

Чим більше число мікростанів, що реалізують даний макростан системи, тим більше ентропія системи.

Із визначення ентропії як величини, що характеризує ймовірність стану термодинамічної системи, випливає:

• *За необоротних процесів ентропія ізольованої системи зростає*. Полишена сама на себе ізольована система переходить з менш імовірного в більш імовірний стан, що супроводжується збільшенням статистичної ваги, а отже, й ентропії системи.

• *Ентропія ізольованої системи, що перебуває в стані термодинамічної рівноваги*, тобто в найбільш імовірному стані, *є максимальною*.

Із умови максимальності ентропії в стані рівноваги витікає важливий наслідок: *температура всіх частин системи в стані рівноваги однакова*.

Ентропія може мати не один, а кілька максимумів. При цьому система буде мати кілька станів рівноваги. Найбільшому значенню ентропії відповідає так звана *абсолютно стійка рівновага*.

2.15.2. Ентропія як термодинамічна характеристика

Оскільки ентропія однозначно характеризує макростан термодинамічної системи, то очевидно, що ця величина є функцією стану й пов'язана з макропараметрами системи. З'ясуємо термодинамічний смисл цієї функції.

- Відношення кількості теплоти Q, отриманої тілом в ізотермічному процесі, до температури T цього процесу називається ***зведеною теплотою***

$$\boxed{Q^* = \frac{Q}{T}}. \tag{2.32}$$

- Зведена теплота, надана тілу за будь-якого оборотного колового процесу, дорівнює нулю:

$$\boxed{Q^*_{об.} = \oint \frac{\delta Q}{T} = 0}, \tag{2.32a}$$

δQ - зведена теплота, надана тілу на нескінченно малій ділянці довільного термодинамічного процесу.

Із останнього рівняння випливає, що підінтегральний вираз являє собою повний диференціал функції, що визначається тільки станом системи й не залежить від шляху, яким система перейшла в цей стан.

- Функція стану, диференціалом якої є $\frac{\delta Q}{T}$, називається **ентропією** S:

$$\boxed{dS = \frac{\delta Q}{T}}. \qquad (2.33)$$

Для ізольованої системи $\delta Q = 0$, отже $dS = 0$, $S = const$.

Тобто за оборотних процесів, що протікають в ізольованих системах, ентропія систем залишається незмінною:

$$\Delta S = 0.$$

Ентропія замкненої системи, що здійснює необоротний процес, зростає:

$$\Delta S > 0.$$

Ентропія незамкнених систем, тобто систем, що обмінюються теплотою із зовнішнім середовищем, може поводитися довільним чином.

За оборотного процесу в незамкненій системі її ентропія збільшується, якщо до системи підводиться тепло зовні ($Q > 0$):

$$dS = \frac{\delta Q}{T} > 0, \qquad \Delta S > 0;$$

і зменшується, якщо із системи відбирається тепло ($Q < 0$):

$$dS = \frac{\delta Q}{T} < 0, \qquad \Delta S < 0.$$

У випадку, коли до незамкненої системи підводиться зовні кількість теплоти δQ за необоротного процесу, ентропія крім збільшення $\frac{\delta Q}{T}$ отримує додатний приріст, обумовлений необоротністю процесу. В підсумку:

$$dS > \frac{\delta Q}{T} > 0.$$

За необоротного процесу в незамкненій системі, що віддає теплоту ($\delta Q < 0$), зміна ентропії, а саме зростання або зменшення, буде залежати від співвідношення між змінами ентропій, обумовленими відводом теплоти й необоротністю процесу.

! T - температура тіла, що віддає тепло даній системі. Температура системи за необоротних процесів може не мати певного значення, тому що стан системи не є при цьому рівноважним.

Ентропія системи може бути визначена лише з точністю до деякої сталої. Але практичне значення й фізичний смисл у більшості випадків має не ентропія S, а зміна ентропії ΔS.

2.15.3. Ентропія ідеального газу

Зміна ентропії термодинамічної системи, що перейшла із стану 1 в стан 2:

$$\Delta S_{1\to 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{dU + \delta A}{T}.$$

Для ідеального газу:

$$\Delta S_{1\to 2} = \int_1^2 \frac{C_V dT}{T} + \int_1^2 \frac{\nu RT}{VT} dV = \nu C_{\mu V} \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \nu R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} =$$
$$= \nu C_{\mu V} \ln \frac{T_2}{T_1} + \nu R \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu \left(C_{\mu V} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right).$$

$$\left| \begin{array}{l} dU = \frac{i}{2} \nu R dT = \\ \nu C_{\mu V} dT = C_V dT; \\ \delta A = P dV; \quad P = \frac{\nu RT}{V}. \end{array} \right|$$

Для 1 молю ідеального газу:

$$\boxed{\Delta S_{1\to 2\, i\partial} = C_{\mu V} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1}},$$

або в параметрах T і P:

$$\boxed{\Delta S_{1\to 2\, i\partial} = C_{\mu P} \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{P_1}{P_2}}.$$

В ізотермічному процесі $T_1 = T_2$ і $\Delta S_{1\to 2} = R \ln \frac{V_2}{V_1}$ або

$$\Delta S_{1\to 2} = R \ln \frac{P_1}{P_2};$$

в ізохорному процесі $V_1 = V_2$ і $\Delta S_{1\to 2} = C_{\mu V} \ln \frac{T_2}{T_1}$;

в ізобарному процесі $P_1 = P_2$ і $\Delta S_{1\to 2} = C_{\mu P} \ln \frac{T_2}{T_1}$;

в адіабатичному процесі $\Delta Q = 0$, тому $\Delta S_{1\to 2} = 0$.

Приклад розв'язування задачі 21

Знайти зміну ентропії у наступних процесах: а) нагріванні $m = 100$ г води від температури $t_1 = 0\,^{\circ}$C до температури $t_2 = 100\,^{\circ}$C і подальшому перетворенню води на пару тієї ж температури; б) ізотермічному розширенні $m = 10$ г кисню від об'єму $V_1 = 25$ л до об'єму $V_2 = 100$ л; в) ізобарному нагріванні $m = 10$ г кисню від температури $t_1 = 17\,^{\circ}$C до температури $t_2 = 100\,^{\circ}$C.

Розв'язування

А. Зміна ентропії визначається загальною формулою $\Delta S_{12} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$. Кількість теплоти, що передається тілу за нескінченно малої зміни температури $\delta Q = mcdT$, де c - питома теплоємність тіла масою m.

У процесі нагрівання води зміна ентропії:

$$\Delta S_н = \int_{T_1}^{T_2} \frac{mcdT}{T} = mc\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = mc\ln\frac{T_2}{T_1}; \qquad \Delta S_н = 131\text{ Дж/К}.$$

У процесі випаровування води за умовою задачі температура залишається сталою. Зміна ентропії при цьому $\Delta S_в = \frac{1}{T}\int_1^2 \delta Q = \frac{Q}{T}$, де $Q = \lambda m$ - кількість теплоти, що витрачається на випаровування маси m води, λ - питома теплота пароутворення. Тобто $\Delta S_в = \frac{\lambda m}{T}$; $\Delta S_в = 606$ Дж/К.

Загальна зміна ентропії $\Delta S = \Delta S_н + \Delta S_в$; $\Delta S = 737$ Дж/К.

Б. За ізотермічного процесу $\Delta S = \frac{1}{T}\int_1^2 \delta Q = \frac{Q}{T}$, а зміна внутрішньої енергії $\Delta U = 0$, і тому у відповідності до I закону термодинаміки $Q = A$.

Робота за ізотермічного процесу визначається за формулою $A = \frac{m}{\mu}RT\ln\frac{V_2}{V_1}$. З урахуванням цього: $\Delta S = \frac{m}{\mu}R\ln\frac{V_2}{V_1}$; $\Delta S = 3{,}61$ Дж/К.

В. Кількість теплоти, яку необхідно надати газу маси m, щоб змінити температуру на нескінченно малу величину dT за умови сталого тиску: $\delta Q = mc_P dT$, де c_P – питома теплоємність газу за сталого тиску. Тоді $\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{mc_P dT}{T} = mc_P\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = mc_P\ln\frac{T_2}{T_1}$. Врахуємо, що $c_P = \left(\frac{i+2}{2}\right)\frac{R}{\mu}$, $i = 5$ для кисню. Остаточно: $\Delta S = \left(\frac{i+2}{2}\right)\frac{R}{\mu}\ln\frac{T_2}{T_1}$; $\Delta S = 2{,}9$ Дж/К.

2.16. *Другий закон термодинаміки*

І закон термодинаміки, що являє собою закон збереження енергії, дозволяє визначити кількісні характеристики термодинамічних процесів, але не дозволяє встановити напрямок їх протікання. Можливість реалізації тих чи інших процесів у природі й напрямок їх протікання встановлюється ІІ законом термодинаміки.

ІІ закон термодинаміки може бути сформульований математично на основі поняття ентропії.

- **ІІ закон термодинаміки** (*основне формулювання*). **У процесах, що відбуваються в замкнених системах, ентропія не зменшується**:

$$\boxed{\Delta S \geq 0}, \tag{2.34}$$

$\Delta S = 0$ в оборотних процесах,
$\Delta S > 0$ у необоротних процесах.

- **ІІ закон термодинаміки** (*додаткове формулювання за Клаузіусом*). **Неможливий процес, єдиним результатом якого є передача теплоти від менш нагрітого тіла до більш нагрітого.**

Тобто теплота не може самочинно переходити від холодних тіл до гарячих.

- **ІІ закон термодинаміки** (*додаткове формулювання за Кельвіном*). **Неможливий процес, єдиним результатом якого є перетворення всієї теплоти, отриманої від нагрівача, на еквівалентну роботу.**

Тобто неможливий періодично діючий двигун (другого роду), що здійснює роботу за рахунок охолодження одного джерела.

Із ІІ закону термодинаміки випливає нерівноцінність роботи й теплоти як двох форм передачі енергії.

ІІ закон термодинаміки є статистичним. Він описує закономірності хаотичного руху великої кількості частинок, які становлять замкнену систему. Але в системах, що складаються з великого числа частинок, можуть спостерігатися *флуктуації* (*невпорядковані відхилення фізичної величини від середнього значення*), які є відхиленнями від ІІ закону.

ІІ закон термодинаміки, встановлений для замкнених систем, не може бути розповсюджений на нескінченний Всесвіт. Таке поширення призводить до помилкового з філософської й фізичної точок зору висновку про те, що температура всіх тіл у Всесвіті повинна вирівнятися - до так званої гіпотези «теплової смерті Всесвіту». В дійсності, у нескінченному Всесвіті неминучі флуктуації, які порушують теплову рівновагу. Тривалість і величина флуктуацій бувають достатньо значні. Доведено, що для нескінченного Всесвіту не може бути рівноважного стану.

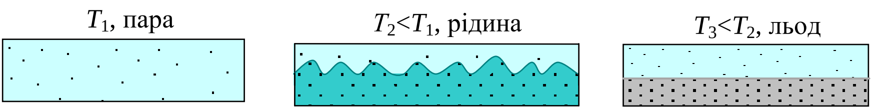
2.17. *Третій закон термодинаміки*

Експериментальне вивчення властивостей речовин за наднизьких температур призвело до встановлення III закону термодинаміки.

- **III закон термодинаміки** (*теорема Планка-Нернста*). **Ентропія всіх тіл у стані рівноваги наближається до нуля з наближенням температури до абсолютного нуля**:

$$\boxed{\lim_{T\to 0} S = 0}. \qquad (2.35)$$

Зі зниженням температури системи ступінь її невпорядкованості знижується: число мікростанів, за допомогою яких даний макростан може бути реалізований, зменшується, тобто зменшується ентропія системи.



Із III закону термодинаміки випливає **принцип недосяжності абсолютного нуля температур**:

- **Неможливий процес, у результаті якого тіло могло б охолодитися до температури абсолютного нуля.**

Із III закону термодинаміки так само випливає, що з наближенням температури системи до абсолютного нуля питомі теплоємності C_P, C_V, коефіцієнт теплового розширення, ізохорний коефіцієнт тиску наближаються до нуля.

III закон термодинаміки не дозволяє знайти абсолютне значення ентропії, але дозволяє вибрати сталу в якості початку відліку значень ентропії, тобто прийняти:

$$S_{T=0} = 0.$$

2.18. *Термодинамічні потенціали*

Рівноважні стани термодинамічних систем зазвичай характеризують так званими термодинамічними потенціалами. Термодинамічні потенціали є функціями стану і залежать від параметрів стану: температури T, тиску P, об'єму V, ентропії S, кількості частинок системи N, хімічного потенціалу μ тощо.

Хімічний потенціал μ застосовують для характеристики властивостей незамкнених систем (зі змінним числом частинок).

Не всі пераховані параметри стану T, P, V, S, N, μ є незалежними. Частину з них можна визначити з інших, скориставшись відомими співвідношеннями. Кожному термодинамічному потенціалу відповідає певний набір незалежних параметрів стану, але всі термодинамічні потенціали мають розмірність енергії.

Зміна параметрів стану в будь-якому процесі переходу системи з одного рівноважного стану в інший рівноважний стан визначається тільки початковим і кінцевим станами системи і не залежить від шляху, яким здійснюється перехід.

Рівноважному стану системи відповідає мінімальне значення термодинамічного потенціалу, що математично означає дорівнювання нулю повного диференціалу термодинамічного потенціалу за сталих незалежних параметрів.

2.18.1. Внутрішня енергія

Внутрішня енергія (*ізохорно-ізоентропійний потенціал*) $U(S,V,N)$ є термодинамічним потенціалом у випадку, коли стан системи характеризують ентропією S, об'ємом V і кількістю частинок системи N в якості незалежних параметрів.

Повний диференціал внутрішньої енергії дорівнює:

$$\boxed{dU = TdS - PdV + \mu dN}. \tag{2.36}$$

Внутрішню енергію як термодинамічний потенціал зручно застосовувати для однокомпонентних ізотропних газів і рідин, а також для адіабатично ізольованих систем.

2.18.2. Ентальпія

Ентальпія (*ізобарно-ізоентропійний потенціал*) H - термодинамічний потенціал у незалежних параметрах стану S, P, N:

$$\boxed{H(S,P,N) = U + PN}. \tag{2.37}$$

Повний диференціал ентальпії:

$$\boxed{dH = TdS + VdP + \mu dN}. \tag{2.37a}$$

Зміна ентальпії ΔH дорівнює кількості теплоти, що підводиться або відводиться від системи за сталого тиску, тому ΔH характеризує тепловий ефект хімічних реакцій, фазових перетворень (плавлення, кипіння тощо) та інших процесів за сталого тиску. В теплоізольованій системі за сталого тиску ентальпія не змінюється, тому її іноді називають *тепломісткістю*.

2.18.3. *Вільна енергія (енергія Гельмгольца)*

Вільна енергія (***ізохорно-ізотермічний потенціал***) $\varPhi$ є термодинамічним потенціалом у випадку, коли стан системи характеризують незалежними параметрами стану T, V, N:

$$\boxed{\varPhi(T,V,N) = U - TS}, \qquad (2.38)$$

$$\boxed{d\varPhi = -SdT - PdV + \mu dN}. \qquad (2.38a)$$

Вільну енергію як термодинамічний потенціал доцільно використовувати в процесах, що йдуть за сталого об'єму, зокрема для багатьох хімічних реакцій у випадках, коли зміною об'єму можна знехтувати.

2.18.4. *Енергія Гіббса*

Енергія Гіббса (***ізобарно-ізотермічний потенціал***) G є термодинамічним потенціалом у випадку, коли стан системи характеризують незалежними параметрами стану T, P, N:

$$\boxed{G(T,P,N) = U - TS + PV = H - TS = \varPhi + PV}, \qquad (2.39)$$

$$\boxed{dG = -SdT + VdP + \mu dN}. \qquad (2.39a)$$

Пропорційність енергії Гіббса числу частинок системи зумовлює зручність його застосування у теорії фазових перетворень.

2.18.5. *Великий термодинамічний потенціал*

Для незамкнених систем, де число частинок системи N змінюється, зручно обирати термодинамічний потенціал у змінних T, V, μ, який називають ***великим термодинамічним потенціалом*** Ω:

$$\boxed{\Omega(T,V,\mu) = G - PV - \mu N}, \qquad (2.40)$$

$$\boxed{d\Omega = -SdT - PdV - Nd\mu}. \qquad (2.40a)$$

Великий термодинамічний потенціал застосовують для характеристики хімічних реакцій, фазових перетворень.

Термодинамічні потенціали пов'язані між собою ***рівняннями Гіббса-Гельмгольца***:

$$\boxed{U = H - P\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_{S,N} = \varPhi - T\left(\frac{\partial \varPhi}{\partial T}\right)_{V,N}},$$
$$\boxed{G = \varPhi - V\left(\frac{\partial \varPhi}{\partial V}\right)_{T,N} = H - S\left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_{P,N}}. \qquad (2.41)$$

2.19. Другий закон термодинаміки і теплові машини

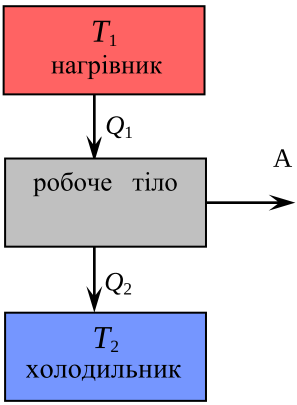
2.19.1. Теплові й холодильні машини

- ***Тепловою машиною (тепловим двигуном)*** називається пристрій, що перетворює тепло в механічну роботу.

Теплові двигуни розподіляються на два класи: парові двигуни (парові турбіни) і двигуни внутрішнього згоряння (двигуни автомобілів).

Принцип дії теплової машини полягає в наступному.

$T_1 > T_2\,, Q_1 > Q_2\,, A > 0$



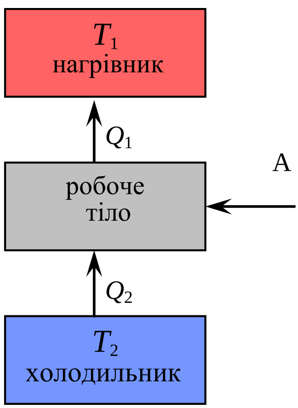
Від термостата (теплового резервуара) з більш високою температурою T_1, називаного нагрівником, відбирається деяка кількість теплоти Q_1, а термостату з більш низькою температурою T_2, називаному холодильником, передається менша у порівнянні з відібраною кількість теплоти Q_2. При цьому робочим тілом (парою або газом) виконується робота, чисельно рівна різниці отриманої й відданої теплоти:

$$\boxed{A = Q_1 - Q_2}.$$

Процес, зворотний тому, що відбувається в тепловому двигуні, використовується в холодильній машині.

Принцип дії холодильної машини.

$T_1 > T_2\,, Q_1 > Q_2\,, A < 0$



Від термостата з більш низькою температурою T_2 відбирається деяка кількість теплоти Q_2 й передається термостату з більш високою температурою T_1. При цьому над системою виконується робота з боку зовнішніх тіл. Кількість теплоти Q_2, відібраної від термостата з більш низькою температурою, менша кількості теплоти Q_1, переданої термостату з більш високою температурою, на величину роботи зовнішніх сил:

$$\boxed{A = Q_2 - Q_1}.$$

2.19.2. *Коефіцієнт корисної дії теплових машин*

Ефективність роботи теплових машин характеризується так званим коефіцієнтом корисної дії (к.к.д.).

- **Коефіцієнтом корисної дії** η теплової машини називається відношення корисної роботи, виконаної машиною, до отриманої від нагрівача кількості теплоти:

$$\boxed{\text{к.к.д.} = \eta = \frac{A}{Q} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}}, \qquad (2.42)$$

Q_1 - отримана від нагрівача кількість теплоти,

Q_2 - передана холодильнику кількість теплоти.

Із визначення коефіцієнта корисної дії випливає, що його максимальне теоретичне значення $\eta = 1$ може досягатися тільки за умови $Q_2 = 0$, тобто, коли тепловий двигун має тільки один термостат як джерело теплоти.

2.19.3. *Теорема Карно*

Французький фізик і інженер Н. Карно показав, що для роботи теплового двигуна необхідно не менше двох термостатів з різними температурами. Це узгоджується з II законом термодинаміки, який забороняє процес, у результаті якого вся отримана від деякого джерела теплота перетворюється в роботу.

Тобто, коефіцієнт корисної дії будь-якої теплової машини завжди менше одиниці:

$$\boxed{\eta < 1}. \qquad (2.43)$$

Теоретично проаналізувавши різні термодинамічні цикли, Карно встановив наступне:

- **Теорема Карно**. Серед періодично діючих теплових машин, що мають однакові температури нагрівачів (T_1) і холодильників (T_2), більший к.к.д. мають зворотні машини. При цьому к.к.д. зворотних машин, що працюють за однакових температур нагрівачів і холодильників, рівні один одному й не залежать від природи робочого тіла.

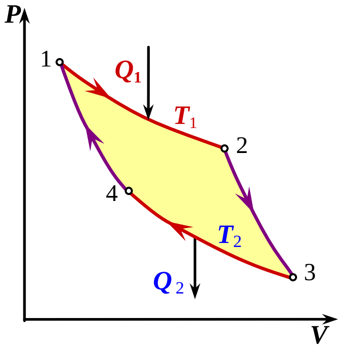
2.19.4. *Цикл Карно*

Карно встановив, що найбільш економічним є оборотний цикл, який складається із двох ізотерм і двох адіабат (цикл Карно).

Розглянемо прямий цикл Карно, у якому в якості робочого тіла використовується ідеальний газ, що знаходиться у посудині з рухливим поршнем.

Ділянки циклу Карно:

$1 \to 2$ - ізотермічне розширення ($T_1 = const$);
$2 \to 3$ - адіабатичне розширення ($\Delta Q = 0$);
$3 \to 4$ - ізотермічне стиснення ($T_2 = const$);
$4 \to 1$ - адіабатичне стиснення ($\Delta Q = 0$).



т. 1 ↓	$+Q_1$	$P_1,\ V_1,\ T_1$
т. 2 ↓	$Q = 0$	$P_2,\ V_2,\ T_1$
т. 3 ↓	$-Q_2$	$P_3, V_3, T_2 \quad (T_2 < T_1)$
т. 4 ↓	$Q = 0$	$P_4,\ V_4,\ T_2$
т. 1		$P_1,\ V_1,\ T_1$

За ізотермічного розширення (ділянка $1 \to 2$) кількість теплоти Q_1, отримана газом від нагрівача, повністю йде на виконання газом роботи, оскільки $\Delta U = 0$:

$$A_{1\to 2} = Q_1 = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

За адіабатичного розширення (ділянка $2 \to 3$) робота виконується за рахунок зменшення внутрішньої енергії газу, оскільки $\Delta Q = 0$:

$$A_{2\to 3} = -C_V\left(T_2 - T_1\right).$$

За ізотермічного стиснення (ділянка $3 \to 4$) робота стиску дорівнює кількості теплоти, що віддається газом холодильнику:

$$A_{1\to 2} = -Q_2 = \nu R T_2 \ln \frac{V_4}{V_3}.$$

Робота адіабатичного стиснення (ділянка $4 \to 1$):

$$A_{4\to 1} = -C_V\left(T_1 - T_2\right) = -A_{2\to 3}.$$

Повна робота, що виконується за колового процесу:

$$A = A_{1\to 2} + A_{2\to 3} + A_{3\to 4} + A_{4\to 1} = Q_1 + A_{2\to 3} - Q_2 - A_{2\to 3} = Q_1 - Q_2.$$

К.к.д. циклу Карно:

$$\eta=\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}=\frac{\nu RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}-\nu RT_2\ln\frac{V_3}{V_4}}{\nu RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}}=\frac{T_1-T_2}{T_1}.$$

Рівняння адіабат:

$$\left.\begin{array}{l}T_1V_2^{\gamma-1}=T_2V_3^{\gamma-1}\\ T_1V_1^{\gamma-1}=T_2V_4^{\gamma-1}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{V_2}{V_1}=\frac{V_3}{V_4}.$$

Таким чином, к.к.д. циклу Карно визначається тільки температурами нагрівника й холодильника:

$$\boxed{\eta=\frac{T_1-T_2}{T_1}}. \qquad (2.44)$$

Через тертя й неминучі теплові втрати к.к.д. будь-якого реального теплового двигуна менше к.к.д. циклу Карно.

Для підвищення к.к.д. теплових машин слід підвищувати температуру нагрівника T_1 і знижувати температуру холодильника T_2, а також усунути, наскільки це можливо, тертя і теплопровідність.

В сучасних турбінах великої потужності початкова температура пари перевищує 900 К, а температура холодильника становить близько 300 К. Теоретичний к.к.д. такої турбіни ~ 67%, реальний к.к.д. значно менший.

Приклад розв'язування задачі 22

Нагрівник теплової машини, яка працює за зворотним циклом Карно, має температуру $t_1=200\,^{\circ}\mathrm{C}$. **Знайти температуру холодильника** T_2, **якщо, отримуючи від нагрівника кількість теплоти** $Q_1=1$ Дж, **машина виконує роботу** $A=0,4$ Дж. **Втратами на тертя і теплообмін знехтувати.**

Розв'язування

Температуру холодильника знайдемо, скориставшись формулою, що визначає термічний к.к.д. машини $\eta=\dfrac{T_1-T_2}{T_1}$: $T_2=T_1(1-\eta)$.

З іншого боку: $\eta=A/Q_1$.

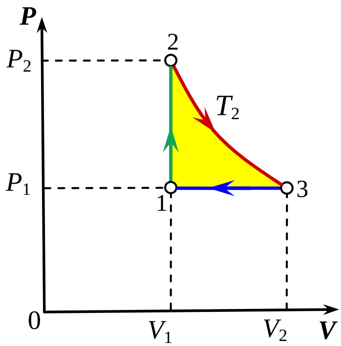
З урахуванням останнього: $T_2=T_1(1-A/Q_1)$; $T_2=284$ К.

Приклад розв'язування задачі 23

Ідеальний двохатомний газ, кількість якого становить $\nu=1$ моль, **знаходиться під тиском** $P_1=250$ кПа **і займає об'єм** $V_1=10$ л. **Спочатку газ ізохорно нагрівають до температури** $T_2=400$ К. **Потім за ізотермічного розширення зменшують тиск газу до початкового значення. Після цього ізобарним стисненням повертають газ у вихідний стан. Визначити термічний** к.к.д. **циклу** η.

Розв'язування

Зобразимо графік циклу, що складається з ізохори, ізотерми й ізобари, в координатах (P,V).



Термічний к.к.д. будь-якого циклу $\eta=(Q_1-Q_2)/Q_1$ або $\eta=1-Q_2/Q_1$, де Q_1 - кількість теплоти, отриманої газом за цикл від нагрівника, Q_2 - кількість теплоти, переданої газом за цикл холодильнику.

Різниця кількостей теплоти Q_1-Q_2 дорівнює роботі A, що виконується газом за цикл. Ця робота на графіку в координатах (P,V) відповідає площі, яка обмежується ділянками кривих $1\to2$, $2\to3$, $3\to1$.

Газ отримує теплоту на двох ділянках: $Q_{1\to2}$ - за ізохорного процесу і $Q_{2\to3}$ - за ізотермічного процесу. Тобто $Q_1=Q_{1\to2}+Q_{2\to3}$.

Кількість теплоти, отриманої газом за ізохорного процесу $Q_{1\to2}=C_{\mu V}\nu\left(T_2-T_1\right)$, де $C_{\mu V}$ - молярна теплоємність газу за сталого об'єму. Температуру T_1 початкового стану газу знайдемо з рівняння Клапейрона-Менделєєва: $T_1=\dfrac{p_1V_1}{\nu R}$; $T_1=300$ К.

Кількість теплоти, отриманої газом за ізотермічного процесу $Q_{2\to3}=\nu RT_2\ln\left(V_2/V_1\right)$, де V_2 - об'єм газу за температури T_2 й тиску P_1.

Кількість теплоти, що газ віддає на ділянці $3\to1$, дорівнює $Q_2=Q_{3\to1}=C_{\mu p}\nu\left(T_2-T_1\right)$, де $C_{\mu p}$ - молярна теплоємність газу за сталого тиску.

З урахуванням значень Q_1 і Q_2:

$$\eta=1-\frac{\nu C_{\mu p}\left(T_2-T_1\right)}{\nu C_{\mu V}\left(T_2-T_1\right)+\nu RT_2\ln\left(V_2/V_1\right)}.$$

Скористаємося законом Гей-Люссака і замінимо в останній формулі співвідношення об'ємів співвідношенням температур: $V_2/V_1=T_2/T_1$. Виразимо $C_{\mu V}$ і $C_{\mu p}$ через число ступенів вільності молекули: $C_{\mu V}=iR/2$, $C_{\mu p}=(i+2)R/2$. Після скорочень отримаємо:

$$\eta=1-\frac{(i+2)\left(T_2-T_1\right)}{i(T_2-T_1)+2T_2\ln\left(T_2/T_1\right)};\qquad \eta=0{,}041\ \ (4{,}1\%).$$

РЕАЛЬНІ ГАЗИ, РІДИНИ Й ТВЕРДІ ТІЛА

Відомо, що за одних й тих самих умов можуть існувати два або три стани речовини, які відрізняються властивостями, наприклад, взимку одночасно співіснують сніг, лід та пара.

- ***Фазою*** називають однорідну за фізичними й хімічними властивостями частину термодинамічної системи.

Компоненти газових сумішей можуть змішуватися у будь-яких співвідношеннях, тому газоподібні речовини зазвичай є однофазними. Число фаз у рідких і кристалічних системах, у загальному випадку, є необмеженим. Так, лід може перебувати у п’яти кристалічних модифікаціях - фазах.

У вузькому значенні фазами називають агрегатні стани речовини: газоподібний, рідкий, твердий.

За агрегатним станом всі речовини можна поділити на чотири великі класи: гази, рідини, тверді тіла й плазму.

І. РЕАЛЬНІ ГАЗИ

2.20. Рівняння стану реальних газів

Дослідним шляхом встановлено, що для реальних газів за високих тисків і низьких температур модель ідеального газу й отримані на її основі рівняння стану є неприйнятними. Підвищення тиску призводить до зменшення середньої відстані між молекулами, що робить необхідним урахування об'єму молекул і взаємодій між ними.

Реальні гази з певною мірою наближення описуються **рівнянням Ван-дер-Ваальса**:

$$\boxed{\left(P+\frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2}\right)\left(V-\frac{m}{\mu}b\right)=\frac{m}{\mu}RT} \quad \text{рівняння стану реальних газів,} \qquad (2.45)$$

для одного моля газу:

$$\boxed{\left(P+\frac{a}{V_\mu{}^2}\right)\left(V_\mu-b\right)=RT}, \qquad (2.45а)$$

a - поправка, що враховує сили міжмолекулярного притягання,
b - поправка, що враховує власний об'єм молекул газу.

Поправки a і b визначаються дослідним шляхом для кожного газу.

Газ	H_2	N_2	O_2	CO_2	H_2O
a, Па·м^6/моль^2	0,024	0,136	0,137	0,36	0,55
b, 10^{-5} м^3/моль	2,6	3,8	3,2	4,3	3,0

Дія сил міжмолекулярного притягання призводить до появи додаткового тиску, називаного ***внутрішнім тиском***:

$$\boxed{P_{вн} = \frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2}}. \qquad (2.46)$$

Урахування об'єму молекул позначається в тому, що вільний об'єм, в якому рухаються молекули реального газу, менший за об'єм, який газ займає, на величину об'єму самих молекул:

$$\boxed{V_{вільний} = V - \frac{m}{\mu}b}. \qquad (2.47)$$

За нормальних умов власний об'єм молекул газу становить близько однієї десятитисячної об'єму посудини, в якій знаходиться газ. За тиску $100 \cdot 10^5$ Па на власний об'єм молекул припадає одна сота частка, за тиску $1000 \cdot 10^5$ власний об'єм молекул дорівнює одній десятій всього об'єму газу.

Для більшості газів за умов, близьких до нормальних, $\frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V^2} \ll P$; $\frac{m}{\mu}b \ll V$ і рівняння Ван-дер-Ваальса збігається з рівнянням Клапейрона-Менделєєва.

Рівняння Ван-дер-Ваальса є наближеним через спрощення, використані при його укладанні. Крім рівняння Ван-дер-Ваальса є інші, більш складні (рівняння Дітерічі, рівняння Клаузіуса, рівняння Бертло тощо), які з більшою чи меншою точністю описують реальні гази.

Внутрішня енергія реального газу, крім кінетичних енергій молекул, включає потенціальну енергію їх взаємодії:

$$\boxed{U = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}RT - \frac{m^2}{\mu^2}\frac{a}{V}}. \qquad (2.48)$$

2.21. *Ізотерми реальних газів*

Графічні залежності тиску від об'єму за певних значень температури, визначені за рівнянням Ван-дер-Ваальса - ізотерми Ван-дер-Ваальса, мають характерні особливості. Вигляд ізотерм суттєво залежить від температури.

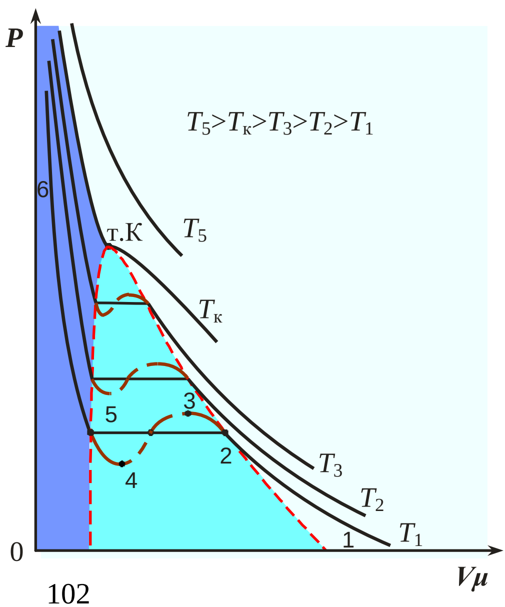
За високих температур ізотерма реального газу майже не відрізняється від ізотерми ідеального газу і являє собою монотонно спадаючу криву.

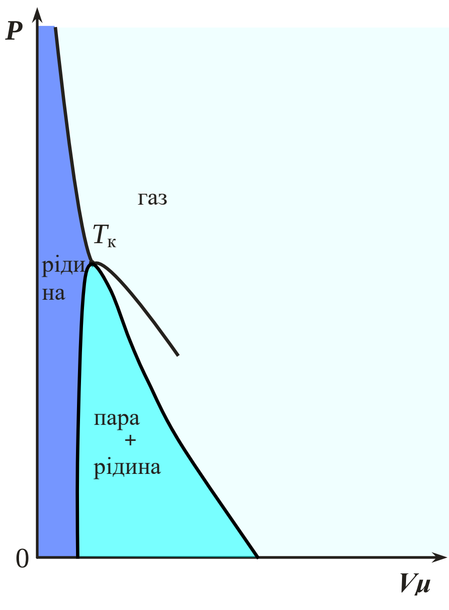
За певної температури, називаної ***критичною температурою*** $T_к$, на ізотермі є одна точка перегину - *критична точка* (т. К). Ізотерма з однією точкою перегину називається *критичною ізотермою*. Об'єм і тиск, що відповідають критичній точці називають відповідно ***критичним об'ємом*** $V_к$ і ***критичним тиском*** $P_к$. Стан газу з критичними параметрами $T_к, V_к, P_к$ є *критичним станом*.

За температур нижчих критичної ізотерми Ван-дер-Ваальса мають хвилеподібну ділянку 2-5. На ділянках 1-3 та 4-6 зі зменшенням об'єму тиск зростає. А ділянка 3-4 відповідає ситуації, коли стиснення газу призводить до зменшення тиску, що суперечить дослідним фактам.

Експериментальні дослідження реальних газів Д.І. Менделєєва, М.П. Авенаріуса, Т. Ендрюса та інших виявили, що ділянка ізотерми 2-5 є горизонтальною і відповідає двофазному стану речовини. Тобто ділянка ізотерми 1-2 характеризує газоподібний стан речовини, ділянка 5-6 - рідкий стан речовини, а ділянка 2-5 - послідовний перехід речовини з одного фазового стану в другий. За станів, що відповідають горизонтальній ділянці ізотерми, спостерігається рівновага газової і рідкої фаз речовини; при цьому співвідношення між фазами змінюється, але тиск залишається сталим. Точка 2 відповідає початку перетворення газу на рідину, точка 5 - закінченню цього процесу. Ділянка 5-6 - майже вертикальна, що узгоджується з низькою стисливістю рідини.

- Речовина в газоподібному стані за температури нижчої критичної називається ***парою***.
- Пара, що знаходиться у рівновазі зі своєю рідиною, називається ***насиченою парою***.





За ізотермічного розширення рідини точка 5 ізотерми відповідає кипінню рідини, точка 2 - сухій насиченій парі.

За певних умов можуть реалізовуватися стани, що відповідають ділянкам ізотерми Ван-дер-Ваальса 5-4 та 2-3. Ці стани не є стійкими, їх називають *метастабільними*. Ділянка 5-4 відповідає ***пересиченій парі***, ділянка 2-3 - ***перегрітій рідині***.

З'єднанням крайніх точок горизонтальних ділянок всіх ізотерм утворюється колоколоподібна крива, що обмежує область двофазних станів речовини. Ця крива і критична ізотерма розподіляють стани будь-якої речовини на три області: під колоколоподібною кривою знаходиться область двофазних станів (рідина і насичена пара), ліворуч від колоколоподібної кривої розташована область рідкого стану речовини, праворуч - область газоподібного стану.

У критичному стані речовини зникає різниця між рідиною і газом. А за температур вищих критичної газ не може бути переведений у рідину ніяким стисненням.

Критичні температури ряду газів дуже низькі, що утруднює їх скраплення:

Газ	He	H_2	N_2	O_2	CO_2
$T_к$,К	5,2	33,2	126,1	154,7	304,2

Критичні параметри можна визначити з рівняння Ван-дер-Ваальса для критичного стану. Для цього запишемо рівняння для одного моля газу у вигляді:

$$V_\mu^3 - \left(b + \frac{RT}{P}\right)V_\mu^2 + \frac{a}{P}V_\mu^2 - \frac{ab}{P} = 0\,.$$

Це кубічне рівняння відносно V_μ має або три дійсні корені, або один дійсний і два уявних. Фізичний смисл мають тільки дійсні додатні корені, тому для критичного стану:

$$V_\mu^3 - \left(b + \frac{RT_к}{P_к}\right)V_\mu^2 + \frac{a}{P_к}V_\mu - \frac{ab}{P_к} = \left(V_\mu - V_{\mu K}\right)^3,$$

$$V_\mu^3 - \left(b + \frac{RT_к}{P_к}\right)V_\mu^2 + \frac{a}{P_к}V_\mu - \frac{ab}{P_к} = V_\mu^3 - 3V_{\mu K}V_\mu^2 + 3V_{\mu K}^2 V_\mu - V_{\mu K}^3\,.$$

Прирівнюючи коефіцієнти при однакових ступенях V_μ у лівій і правій частинах рівняння, одержимо:

$$b + \frac{RT_k}{P_k} = 3V_{\mu k}\,; \qquad \frac{a}{P_k} = 3V_{\mu k}^2\,; \qquad \frac{ab}{P_k} = V_{\mu k}^3\,.$$

Спільне рішення системи трьох рівнянь призводить до визначення критичних параметрів стану реального газу $P_к$, $V_к$, $T_к$ через поправки (сталі) Ван-дер-Ваальса a і b:

$$\boxed{P_к = \frac{a}{27b^2}}, \qquad \boxed{V_к = 3b}, \qquad \boxed{T_к = \frac{8a}{27Rb}}. \qquad (2.49)$$

У станах, близьких до критичного, легко утворюються системи із безлічі дрібних крапель або бульбашок - емульсії, аерозолі, піни. Поблизу критичного стану різко зростає величина флуктуацій густини (у випадку чистих речовин) і концентрації компонентів (у випадку багатокомпонентних систем), що призводить до значних змін ряду фізичних властивостей речовин.

Вивчення критичних станів має важливе практичне значення. Велика кількість технологічних процесів, зокрема нафто- та газовидобувних, високотемпературних енергетичних, відбувається в умовах, близьких до критичних або в області закритичних параметрів. Для розробки і проектування таких процесів важливо знати загальну картину фазових рівноваг, включаючи всі критичні криві, а також особливості поведінки систем поблизу критичного стану й у закритичній області.

Рівняння Ван-дер-Ваальса описує не тільки газоподібний стан речовини; за його допомогою можна описати перехід речовини в рідкий стан і процес стиснення рідини.

Приклад розв'язування задачі 24

Вуглекислий газ, кількість якого становить $\nu = 1$ моль, **перебуває в критичному стані. За ізобарного нагрівання об'єм газу** $V_к$ **збільшується у два рази. Визначити зміну температури газу** ΔT. **Критична температура вуглекислого газу** $T_к = 304$ К.

Розв'язування

Позначимо $P/P_к = \alpha$, $V_\mu / V_{\mu_к} = \beta$, $T/T_к = \gamma$. Тоді $P = \alpha P_к$, $V_\mu = \beta V_{\mu_к}$, $T = \gamma T_ê$. Скористаємося співвідношеннями, що визначають $P_к, V_{\mu_к}, T_к$ через поправки рівняння Ван-дер-Ваальса a і b: $P = \dfrac{a}{27b^2}\alpha$; $V_{\mu_к} = 3b\beta$; $T = \dfrac{8a}{27bR}\gamma$. З урахуванням отриманих значень для P, V, T рівняння Ван-дер-Ваальса:

$$\left(\frac{a}{27b^2}\alpha + \frac{a}{(3b\beta)^2}\right)(3b\beta - d) = R\frac{8a}{27bR}\gamma,$$

і після скорочень:

$$\left(\alpha + 3/\beta^2\right)(3\beta - 1) = 8\gamma.$$

За умовами задачі тиск під час нагрівання є сталим, тобто $\alpha = 1$, а $V_\mu = 2V_{\mu_к}$, тобто $\beta = 2$. Виходячи з цього, можна визначити γ:

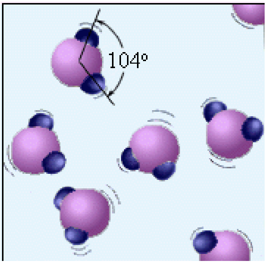
$$\gamma = 1/8\left(\alpha + 3/\beta^2\right)(3\beta - 1); \qquad \gamma = 35/32.$$

Зміна температури $\Delta T = T - T_к = \gamma T_к - T_к$; $\Delta T = 28{,}5$ К.

II. РІДИНИ

- ***Рідинами*** називають речовини, що знаходяться в конденсованому агрегатному стані, проміжному між газоподібним і твердим.

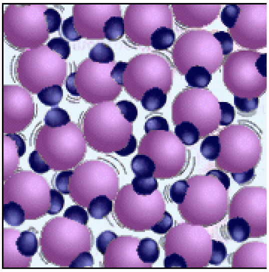
Рідини мають окремі властивості як газоподібних, так і твердих тіл. Подібно до газів рідини набувають форми посудини, в якій знаходяться, але майже не стискаються і чинять опір не тільки стисненню, а й розтягу, як і тверді тіла.



водяна пара

Молекули рідини розташовані щільно одна до одної. Густина рідини на декілька порядків вища за густину газів за умов нормального тиску і мало відрізняється від густини твердих тіл: так густина металів при плавленні змінюється в середньому на 3%.

Для рідин характерний так званий ближній порядок у розміщенні частинок, з яких вони складаються. Тобто, для будь-якої частинки спостерігається впорядкованість найближчого її оточення, але з віддаленням впорядкованість зменшується і зникає зовсім. Молекули рідини, подібно частинкам твердого тіла, здійснюють коливання навколо положень рівноваги, але ці положення рівноваги не є постійними. Періодично молекули стрибком переміщуються на відстані, що не перевищують їхні розміри ($\sim 10^{-10}$м) у нове положення рівноваги.



вода

Між молекулами рідини діють сили міжмолекулярного притягання (зчеплення). Потенціальна енергія частинок рідини, що зумовлена міжмолекулярною взаємодією, співмірна з кінетичною енергією їх руху.

Окремі властивості рідини описуються рівнянням Ван-дер-Ваальса.

2.22. Поверхневий натяг рідини

Однією з характерних особливостей рідини є наявність границі поділу між рідиною і парою, хоча молекули пари і рідини, перебуваючи в безперервному хаотичному русі, потрапляють із рідини в пару та з пари в рідину. Обмін молекулами не порушує динамічної (статистичної) рівноваги між фазами.

Поверхневий шар рідини відрізняється за своїми властивостями від внутрішніх шарів. Кожна молекула внутрішнього шару оточена іншими молекулами з усіх боків. Сили притягання з боку сусідніх молекул взаємно врівноважуються і не заважають молекулі переміщуватися. Молекули поверхні тільки з однієї сторони оточені молекулами рідини, і тому на кожну з них діє результуюча сила міжмолекулярного притягання, напрямлена всередину рідини. Молекули поверхневого шару мають більшу потенціальну енергію, ніж молекули внутрішнього об'єму рідини. Поверхневий шар у цілому має додаткову енергію, яка входить до складу внутрішньої енергії рідини. Саме тому рідини намагаються набути сферичної форми, що відповідає мінімальній площі поверхні і, відповідно, мінімальній потенціальній енергії (за умови мінімуму енергії будь-яка система набуває стану рівноваги). Для того, щоб збільшити площу поверхні даного об'єму рідини, необхідно виконати роботу з переміщення внутрішніх молекул на поверхню.

- ***Поверхневим натягом*** (***коефіцієнтом поверхневого натягу***) σ рідини називається фізична величина, що дорівнює роботі з утворення одиниці поверхні рідини за ізотермічних умов без зміни об'єму рідини ($[\sigma]$ =[Дж/м^2]= [Н/м]).

Поверхневий натяг рідини також може буди визначений як фізична величина, що дорівнює вільній поверхневій енергії одиниці площі її поверхні.

Поверхневий натяг води за температури 20 ^{o}C становить 0,073 Н/м. Поверхневий натяг летких рідин, таких як етери, спирти, на порядок менший, ніж рідких металів. Дуже малим поверхневим натягом відрізняються рідкий водень (0,002 Н/м) і, особливо, рідкий гелій (0,0001 Н/м).

Поверхневий натяг макроскопічної кількості рідини не залежить від площі її поверхні, а залежить тільки від хімічного складу і температури. З підвищенням температури сили міжмолекулярного притягання зменшуються, отже зменшується й поверхневий натяг.

Розчинні домішки до хімічно чистих рідин суттєво змінюють поверхневий натяг. Речовини, молекули яких після розчинення в рідині скупчуються в поверхневому шарі і спричинюють зменшення поверхневого натягу, називаються *поверхнево-активними*. Відносно води поверхнево-активними є жирні кислоти, ефіри, нафта тощо. Розчинені у воді цукор і кухонна сіль мають концентрацію молекул в поверхневому шарі меншу, ніж в об'ємі і збільшують поверхневий натяг.

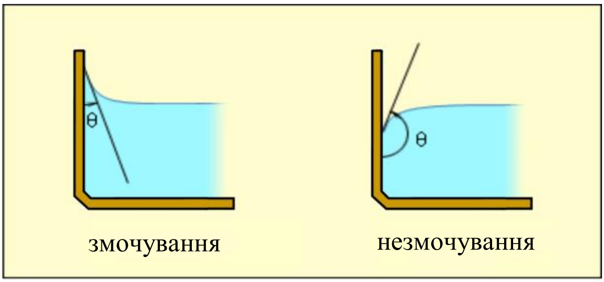
2.23. Змочування

- Явище, що спостерігається на межі стикання рідини з твердим тілом або з іншою незмішуючоюся рідиною, називається ***змочуванням***.

З досвіду відомо, що крапля води на скляній поверхні розтікається, а крапля ртуті збігається в кульку. У випадку розтікання рідини на поверхні говорять про *змочування*, у випадку відсутності або утруднення розтікання говорять про *незмочування*.

Змочування, як і незмочування, обумовлене взаємодією молекул на межі поділу фаз і пов'язане з поверхневим натягом. Поверхневий натяг рідини залежить від властивостей середовища, з яким вона межує. На молекули поверхневого шару рідини діють сили притягання з боку молекул суміжної речовини, що спрямовані протилежно силам зчеплення між молекулами рідини. Газоподібне середовище мало впливає на поверхневий натяг рідин, оскільки густина газу значно менша від густини рідини і взаємодія молекул рідини з молекулами газу дуже мала у порівнянні із взаємодією молекул рідини між собою. У разі межування рідини з іншою рідиною або твердим тілом її поверхневий натяг значно менший, ніж за умов межування з парою або газами. У випадку, коли сили притягання між молекулами рідини і молекулами конденсованого середовища (іншої рідини або твердого тіла) більші за сили притягання між молекулами самої рідини, має місце змочування. У протилежному випадку спостерігається незмочування.

Кількісною мірою змочування (незмочування) є кут між дотичними до поверхонь стикання рідини і середовища, так званий *крайовий кут* θ.



Одна й та сама рідина змочує одні поверхні і не змочує інші. Наприклад, вода змочує скло, але не змочує парафін; ртуть змочує свинець, але не змочує скло.

Крайовий кут залежить не тільки від хімічного складу стичних речовин, а й від їхньої температури, стану поверхні твердого тіла, а саме її шорсткості, наявності тріщин, пор, деформацій тощо.

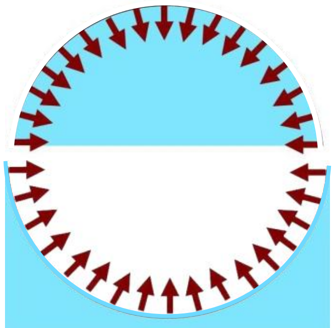
2.24. *Капілярні явища*

- ***Капілярні явища*** - це сукупність явищ, зумовлених дією міжфазного поверхневого натягу на межі поділу незмішуваних середовищ.

До капілярних відносяться явища в рідинах, зумовлені викривленням їхньої поверхні. За відсутності сили тяжіння поверхня рідини викривлена завжди. В умовах земної гравітації поверхня достатньо великих мас рідини з великою площею вільної поверхні є практично рівною. Але при зменшенні маси рідини вплив поверхневого натягу збільшується і за мікроскопічних об'ємів рідини стає суттєвішим за силу тяжіння.

- *Капілярами* називають тонкі трубки (вузькі трубчасті канали).

У природі часто зустрічаються тіла, об'єм яких пронизаний великою кількістю дрібних каналів - капілярів, називаних порами. До пористих речовин відносяться: папір, шкіра, деревина, ґрунт тощо.



Викривлену поверхню рідини поблизу її стикання з твердим тілом називають *меніском*. Якщо рідина змочує стінки посудини, зокрема капіляра, меніск має увігнуту форму, якщо не змочує - опуклу.

Опукла поверхнева плівка рідини стискає молекули внутрішнього шару, а увігнута - розтягує. Тому у випадку опуклого меніска тиск у рідині більший за тиск суміжного середовища; під вгнутим меніском тиск рідини зменшений.

- *Закон Лапласа.* Різниця тисків по обидва боки викривленої поверхні поділу двох рідин або рідини і газу (*капілярний тиск*) ΔÐ пропорційна поверхневому натягу рідини σ і обернено пропорційна радіусам кривизни поверхні:

$$\boxed{\Delta P = 2\sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}, \qquad (2.50)$$

R_1, R_2 - головні радіуси кривизни в даній точці поверхні.

Капілярний тиск спрямований від опуклого до вгнутого шарів межуючих середовищ.

Для сферично викривленої поверхні $R_1 = R_2 = R$ і

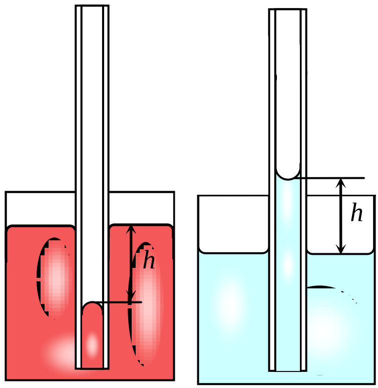
$$\boxed{\Delta P = \frac{2\sigma}{R}}. \qquad (2.50a)$$

Якщо занурити кінець скляного капіляра в рідину, спостерігатиметься різниця між рівнем вільної поверхні рідини й рівнем рідини у капілярі. У випадку змочування рідиною внутрішньої поверхні капіляра, рівень рідини в ньому буде вищий за рівень вільної поверхні, у випадку незмочування - нижчий. Рідина в капілярній трубці встановлюється на такій висоті відносно вільної поверхні, за якої капілярний тиск врівноважується тиском стовпа рідини.

Для циліндричного капіляра висота підйому або опускання рідини визначається за формулою:

$$\boxed{h = \frac{2\sigma\cos\theta}{\rho g r}}, \qquad (2.51)$$

θ - крайовий кут,
r - радіус капілярної трубки,
ρ - густина рідини.



Висота підйому (опускання) рідини в капілярі тим більша, чим більший поверхневий натяг і чим менші радіус капіляра і густина рідини.

Капілярні явища відіграють суттєву роль у процесах підіймання по стеблах і стовбурах рослин живильного розчину, переміщення й збереження вологи у ґрунті, фарбування , склеювання тіл, кипіння рідини тощо.

Приклад розв'язування задачі 25

Для того, щоб струсити стовпчик ртуті довжиною $h = 5$ см **у медичному термометрі, потрібно прискорення** $a \approx 10g$. **Оцінити діаметр** d **капіляра термометра, якщо коефіцієнт поверхневого натягу ртуті** $\sigma = 0,49$ Н/м, **а її густина** $\rho = 13,6$ г/см^3.

Розв'язування

Капілярний тиск визначається за формулою $P_{кап} = \dfrac{2\sigma}{R} = \dfrac{2\sigma\cos\theta}{r}$,

де R - радіус кривизни меніска, r - радіус капілярної трубки.

За умовами задачі капілярний тиск було скомпенсовано тиском, утвореним зовнішньою силою $P = \dfrac{F_{зов}}{S} = \dfrac{ma}{S} = \dfrac{\rho V a}{S} = \rho h a$, тобто $\dfrac{2\sigma\cos\theta}{r} = \rho h a$. Звідки $r = \dfrac{2\sigma\cos\theta}{\rho h a}$.

Врахуємо, що ртуть повністю змочує скло, тому крайовий кут змочування $\theta = 0$ ($\cos\theta = 1$), тоді

$$d = 2r \approx 2\frac{2\sigma}{10 g \rho h} \approx \frac{0,4\sigma}{\rho g h}; \qquad d \approx 3\cdot 10^{-5}\text{ м.}$$

III. ТВЕРДІ ТІЛА

- ***Тверді тіла*** - це тіла, що перебувають в агрегатному стані, за якого зберігається їх геометрична форма, а тепловий рух характеризується малими коливаннями атомів відносно положень рівноваги.

Усі речовини в природі (за винятком рідкого гелію) тверднуть за атмосферного тиску і температури $T > 0$ К.

2.25. Класифікація твердих тіл

2.25.1. Кристалічні й аморфні тверді тіла

За внутрішньою будовою і фізичними властивостями тверді тіла поділяють на кристалічні й аморфні.

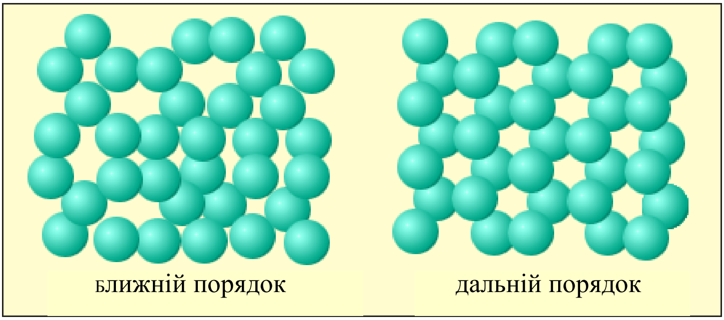
Кристалічним тілам притаманні просторова періодичність у розташуванні рівноважних положень атомів (молекул, іонів) на значних відстанях порівняно з міжатомними, так званий дальній порядок, і *анізотропія* - відмінність механічних, оптичних, електричних, теплових й інших властивостей однорідних тіл у різних напрямках. Кристалічний стан є стійким, тобто відповідає мінімуму внутрішньої енергії.

Серед кристалічних тіл вирізняють: *монокристали* (алмази, сніжинки тощо), характерною зовнішньою ознакою яких є правильна геометрична форма; *полікристалічні речовини* (всі метали, порошки солей тощо), які складаються з великої кількості окремих мікроскопічних кристаликів, називаних *кристалітами*, що зрослися між собою. Окремі кристаліти втримуються один біля одного молекулярними силами притягання. Через хаотичну орієнтацію окремих кристалітів полікристалічні речовини в цілому не виявляють анізотропії, хоча окремі утворюючі їх кристаліти є анізотропними.

Анізотропія пояснюється тим, що атоми (молекули, іони) у кристалі вздовж різних напрямків розміщуються з різною густиною, тобто на однакові відстані в різних напрямках припадає різна кількість частинок.

В ***аморфних тілах*** атоми (молекули, іони) здійснюють коливання навколо положень рівноваги, що розташовані хаотично. Для них, як і для рідин, характерним є ближній порядок у розміщенні структурних частинок. Аморфні тіла ізотропні: їхні властивості однакові в усіх напрямках. З термодинамічної точки зору аморфні тіла, до яких відносяться скло, смоли, бітум, полімери, перебувають у метастабільному стані і за певного часу мають закристалізуватися.

Властивості твердих тіл можна пояснити, засновуючись на їхній атомно-молекулярній будові й законах руху атомних (атоми, іони, молекули) і субатомних (електрони, атомні ядра) частинок. Структурними одиницями твердих тіл є атоми, молекули та іони. Кристалічна структура твердих тіл залежить від сил, що діють між атомними частинками. Одні й ті самі атомні частинки можуть утворювати різні структури, наприклад, у природі зустрічаються сіре й біле олово, графіт і алмаз тощо. Штучно змінюючи відстань між атомами за допомогою зовнішнього тиску, або зовнішніх магнітних полів, або зміни температури, можна істотно змінити кристалічну структуру й властивості твердих тіл.



Виявлено велику кількість різних кристалічних модифікацій речовин, що утворюються за високих тисків. Багато напівпровідників під зовнішнім тиском переходять у металевий стан, так сірка за тиску 120 000 атмосфер стає металом. У разі, коли під дією зовнішнього тиску об'єм, що доводиться на 1 атом, стає меншим за звичайний атомний розмір, атоми втрачають свою індивідуальність і речовина перетворюється у сильно стиснену електронно-ядерну плазму.

2.25.2. *Типи кристалічних твердих тіл*

За типом зв'язків між структурними одиницями тверді тіла поділяються на 5 класів, кожний з яких характеризується своєрідним просторовим розподілом атомних і субатомних частинок.

Іонні кристали

У вузлах кристалічної ґратки почергово розміщуються протилежні за знаком електричного заряду іони: позитивно заряджені іони металу і негативно заряджені іони металоїду. Різнойменно заряджені іони притягуються один до одного. Основними силами, що діють між іонами, є електростатичні. Такий тип зв'язку називають *іонним або гетерополярним.*

Кристали з іонним зв'язком мають значну міцність і високу температуру плавлення. До іонних відносяться кристали $NaCl$, KCl, $CsCl$.

Атомні кристали

У вузлах кристалічної ґратки розташовані атоми. Зовнішні (валентні) електрони сусідніх атомів є усуспільненими. Взаємодія атомів обумовлена обміном валентними електронами. Такий тип зв’язку називається *ковалентним або гомеополярним.*

Речовини з атомною кристалічною структурою мають значну міцність, велику твердість і тугоплавкість, малу електропровідність. До кристалів з атомним типом зв’язку відносяться: алмаз, графіт, Ge, Si, ZnSe тощо.

Молекулярні кристали

У вузлах кристалічної ґратки перебувають молекули, зв’язок між якими здійснюється так званими *ван-дер-ваальсівськими силами*, що мають електричну природу і зумовлені поляризацією молекул.

Внаслідок малої величини ван-дер-ваальсівських сил порівняно з іншими, що діють у твердих тілах, молекулярні кристали мають невелику твердість і відносно низькі температури плавлення. Молекулярний тип кристалів мають лід, йод, бром, аргон , метан, парафін тощо.

Металічні кристали

У вузлах кристалічної гратки розміщуються позитивно заряджені іони, що утворилися після відщеплення від атомів зовнішніх (валентних) електронів, а відщеплені електрони є узагальненими й утворюють *електронний газ вільних частинок*. Зв'язок у металах обумовлений колективною взаємодією рухливих електронів з іонним остовом. Електрони утримують позитивні іони, головним чином, електростатичними силами. Такий тип зв’язку називається *металічним*.

Металічний тип зв’язку притаманний усім металам. Механічна міцність металів достатньо висока. Високою також є їх пластичність. Наявність вільних електронів зумовлює високу електро- та теплопровідності металів.

Кристали з гідрогенним зв'язком

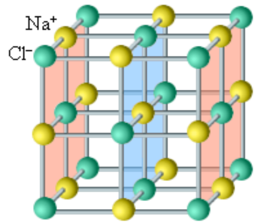
Кожний атом гідрогену зв'язаний силами притягання одночасно з двома іншими атомами. Гідрогенний зв'язок разом з електростатичним притяганням дипольних моментів молекул визначає властивості льоду й води.

У реальних кристалах наявні змішані типи зв’язків між структурними елементами кристалічної ґратки. Так, у перехідних металах, крім металічного, важливий також ковалентний тип зв'язку, здійснюваний електронами незаповнених внутрішніх оболонок атомів.

Хоча сили, що діють між атомними частинками у твердих тілах, достатньо різноманітні, всі вони спричинені електростатичним притяганням й відштовхуванням.

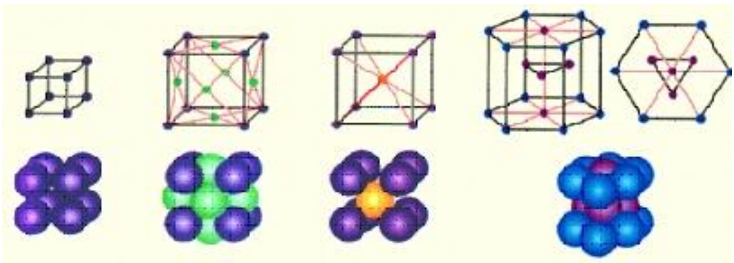
Утворення з атомів і молекул стійких твердих тіл показує, що сили притягання на відстані $\sim 10^{-10}$ м урівноважуються силами відштовхування. Знання сил взаємодії у твердому тілі дозволяє одержати рівняння його стану.

2.26. Кристалічні ґратки



Структурні елементи, з яких побудовано кристал, утворюють геометрично правильну періодичну просторову ***кристалічну ґратку***. Якщо не брати до уваги коливальний рух атомів (молекул, іонів), то можна вважати, що атоми закріплені у *вузлах кристалічної ґратки*.

Кристалічну ґратку можна поділити на ідентичні паралелепіпеди, які містять одне й те саме число атомів (молекул, іонів). Найменший за об'ємом паралелепіпед, трансляцією (паралельним переносом) якого можна скласти просторову кристалічну ґратку, називають ***елементарною коміркою***.



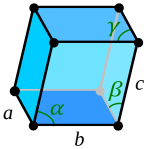
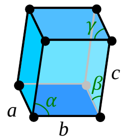
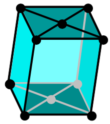
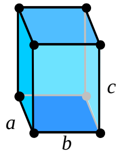
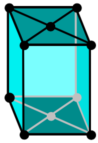
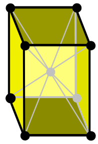
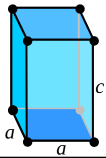
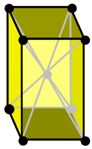
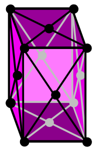
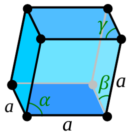
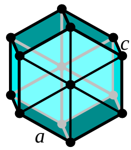
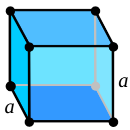
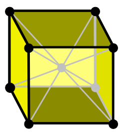
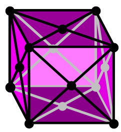
Охарактеризувати повністю елементарну комірку, а відповідно і кристалічну ґратку, можна за допомогою довжини ребер елементарного паралелепіпеда a, b і c, називаних *основними періодами ґратки* та кутами між ребрами α, β і γ.

Число різновидів елементарних комірок, з яких складаються кристалічні структури всіх речовин, є обмеженим. Їх кількість становить 14, і вони дістали назву ***ґраток Браве***. За геометричною формою елементарної комірки кристалічні ґратки поділяють на **7** *сингоній (кристалографічних систем): кубічну, гексагональну, тригональну (ромбоедричну), тетрагональну, ромбічну, моноклинну, триклинну*. За особливостями розміщення структурних одиниць в елементарній комірці розрізняють чотири типи ґраток Браве: *примітивні, гранецентровані, об'ємноцентровані й базоцентровані*.

Параметри ґратки і розташування атомів у елементарній комірці визначають методами рентгенівського структурного аналізу, електронографії, нейтронографії.

Існування у речовини декількох кристалічних фаз називається *поліморфізмом*. У той же час різні сполуки можуть бути *ізоморфними* (*ізоструктурними*), тобто мати однакову кристалічну структуру.

Елементарні комірки ґраток Браве

ТИП ГРАТКИ / СИНГОНІЯ	ПРИМІТИВНИЙ	БАЗО-ЦЕНТРОВАНИЙ	ОБ'ЄМНО-ЦЕНТРОВАНИЙ	БАЗО-ЦЕНТРОВАНИЙ
ТРИКЛИННА $a \neq b \neq c$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90°$				
МОНОКЛИННА $a \neq b \neq c$ $\alpha = \gamma = 90°$ $\beta \neq 90°$				
РОМБІЧНА $a \neq b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90°$				
ТЕТРАГОНАЛЬНА $a = b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90°$				
ТРИГОНАЛЬНА (РОМБОЕДРИЧНА) $a = b = c$ $\alpha = \beta = \gamma \neq 90°$				
ГЕКСАГОНАЛЬНА $a = b \neq c$ $\alpha = \beta = 90°$ $\gamma = 120°$				
КУБІЧНА $a = b = c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90°$				

2.27. Дефекти у кристалах

У реальних кристалах спостерігаються відхилення від строгої періодичності в будові кристалічних ґраток, називані ***дефектами***, які спричиняються тепловим рухом структурних елементів ґратки, домішками, механічними напруженнями і т.і.

Теплові коливання структурних елементів довкола вузлів кристалічної ґратки відбуваються завжди, при цьому окремі частинки залишають свої місця, утворюючи дефекти. Зі зростанням температури ступінь порушення періодичності ґратки зростає.

До основних видів дефектів відносяться: *вакансії* (пустоти, що утворюються за відсутності атомів у вузлах кристалічної ґратки), *дефекти вкорінення* (атоми у міжвузольному просторі), *дефекти заміщення* атомів атомами домішок, *дислокації* (недобудовані атомні площини) тощо.

IV. ПЛАЗМА

- ***Плазмою*** називають частково або повністю іонізований газ.

За сильного нагрівання будь-яка речовина випаровується і перетворюється на газ. Подальше нагрівання газу призводить до розпаду молекул на атоми, а атомів на іони й електрони.

Розрізняють *ізотермічну* і *газорозрядну* плазму. *Ізотермічна плазма* виникає за температур газу, достатніх для термічної іонізації, і може існувати як завгодно довго за умови теплової рівноваги з навколишнім середовищем.

Ізотермічна плазма виявлена в атмосфері гарячих зірок (за температур T ~35000К). Надра Сонця та інших зірок складаються з гідрогенної плазми.

Газорозрядна плазма виникає під час електричних розрядів у газах і не перебуває в термодинамічній рівновазі. Із припиненням дії зовнішнього прискорюючого електричного поля частинки газорозрядної плазми рекомбінують і плазма зникає протягом 10^{-5}-10^{-4} с.

За температурою плазму поділяють на низькотемпературну (<10^5 К) та високотемпературну (10^6-10^8 К).

Низькотемпературну плазму одержують опроміненням газу потоками заряджених частинок великої енергії, адіабатичним стисненням газу, за високочастотних газових розрядів тощо. В хімії низькотемпературну плазму використовують для проведення хімічних реакцій (*плазмохімія*). Високотемпературну плазму одержують за допомогою потужних електричних розрядів. Її утримують у просторі магнітним полем і використовують в дослідженнях з керованого термоядерного синтезу. Плазма добре проводить електричний струм; в ній можуть виникати електромагнітні коливання й хвилі в широкому діапазоні частот.

ФАЗОВІ ПЕРЕТВОРЕННЯ

2.28. *Фазові переходи I й II роду*

- ***Фазовим перетворенням (переходом)*** називають перехід речовини з однієї фази в іншу.

Розрізняють фазові переходи *I* й *II роду*.

За ***фазових переходів I роду*** фізичні характеристики термодинамічної системи змінюються безперервно і відбувається поглинання або виділення теплоти.

- Процеси, за яких теплота поглинається термодинамічною системою, називаються ***ендотермічними***.
- Процеси, за яких теплота виділяється термодинамічною системою, називаються ***екзотермічними***.

За ***фазових переходів II роду***, що відбуваються без поглинання або виділення теплоти, окремі властивості речовини змінюються стрибкоподібно.

До фазових переходів I роду належать, зокрема, явища випаровування, конденсації, плавлення; до фазових переходів II роду - перетворення феромагнетиків на парамагнетики, перехід провідників у стан надпровідності тощо.

Фазові переходи I роду задовільно описуються ***рівнянням Клапейрона–Клаузіуса***:

$$\boxed{\frac{dP}{dT}=\frac{L_{12}}{\left(V_2-V_1\right)T}}, \qquad (2.52)$$

P - тиск,
T - температура фазового переходу,
$\left(V_2-V_1\right)$ - зміна об'єму речовини за фазового переходу $1\rightarrow2$,
L_{12} - теплота фазового переходу $1\rightarrow2$.

2.29. *Міжфазні процеси*

2.29.1. *Випаровування*

Із досвіду відомо, що вся рідина з відкритої посудини через деякий час переходить у газоподібний стан, тобто випаровується.

- ***Випаровування або пароутворення*** - процес перетворення рідини на пару.

Випаровування рідини відбувається за будь-якої температури. З підвищенням температури швидкість випаровування зростає.

Явище переходу рідини в газоподібний стан пояснюється тим, що за будь-якої температури в кожній рідині є молекули, швидкість яких більша за середню. Тому окремі молекули мають достатню енергію, щоб, опинившись в поверхневому шарі, подолати притягання сусідніх молекул рідини і вилетіти з неї. Чим вища температура, тим більша кількість молекул з високою швидкістю і тим інтенсивніше відбувається процес перетворення рідини на пару.

Навколишнє газове середовище, наприклад повітря, не перешкоджає випаровуванню. Пара легко перемішується з газом і поширюється в ньому. Але швидкість випаровування рідини залежить від густини оточуючого середовища: випаровування тим повільніше, чим більша густина середовища.

Під час випаровування з рідини вилітають тільки ті молекули, енергія яких більша за середню. Середня енергія молекул, що залишаються, зменшується й рідина охолоджується. Випаровування рідини за сталої температури потребує підводу зовні теплоти, тобто є ендотермічним процесом.

- ***Питомою теплотою пароутворення*** λ називають кількість теплоти, що потрібна для перетворення одиниці маси рідини на пару за рівноважного ізобарно-ізотермічного процесу ([λ]=[Дж/кг]).

Питома теплота пароутворення залежить від роду речовини і температури.

Питома теплота пароутворення води за атмосферного тиску: $2{,}49\cdot10^{-6}$Дж/кг (0 °C); $2{,}45\cdot10^{-6}$Дж/кг (20 °C); $2{,}26\cdot10^{-6}$Дж/кг (100 °C).

У відкритій посудині ймовірність повернення молекул, що перейшли з рідини в пару, назад у рідину дуже мала. У закритій посудині молекули пари відбиваються від стінок і певна їх кількість знову потрапляє в рідину. В обмеженому просторі між рідиною і парою встановлюється динамічна рівновага, за якої число молекул, що поглинаються рідиною, дорівнює числу молекул, що випаровуються. Пара за умов рівноваги з рідиною є насиченою.

Насичена пара має найбільшу густину й найбільший тиск, який пара даної рідини може мати за даної температури.

Тиск насиченої пари рідини залежить від температури T:

$$\boxed{P = nkT}, \qquad (2.53)$$

n - концентрація молекул пари, k - стала Больцмана,

Збільшення об’єму закритого простору над рідиною, що перебуває в стані рівноваги зі своєю парою, за сталої температури спричиняє додаткове випаровування рідини, і через деякий час пара над рідиною знову стає насиченою. Тому тиск насиченої пари не залежить від об’єму закритої посудини і від кількості рідини, що міститься в посудині.

2.29.2. Кипіння

- ***Кипіння*** - процес інтенсивного випаровування рідини не лише з вільної поверхні, а й з її середини.

Кипіння відбувається за певних температур рідини. Для підтримання процесу кипіння до рідини потрібно підводити енергію зовні, тобто кипіння є ендотермічним процесом.

Кипіння можливе за наявності в рідині бульбашок розчиненого газу, що виконують роль резервуарів, в які випаровується рідина. За низьких температур тиск насиченої пари рідини у бульбашках газу незначний. З підвищенням температури тиск пари у бульбашках зростає, бульбашки збільшуються в об'ємі. Коли внутрішній тиск бульбашки перевищує зовнішній, що складається із гідростатичного тиску шару рідини над бульбашкою і атмосферного, бульбашка спливає на поверхню рідини, тим самим забезпечується вихід пари із середини рідини.

Температура кипіння залежить від зовнішнього тиску.

Температура кипіння води за нормального атмосферного тиску ($1{,}01\cdot10^5$ Па) становить 100 ^oC; у горах на висоті 6 км над рівнем моря тиск дорівнює $\sim 4{,}7\cdot10^5$ Па і вода кипить за температури 80 ^oC.

2.29.3. Сублімація

- ***Сублімація (випаровування твердої фази)*** - процес переходу речовини безпосередньо із твердого в газоподібний стан.

Для більшості твердих тіл процес сублімації за звичайних умов є незначним, і тиск пари над поверхнею твердих тіл малий. Інтенсивно сублімація відбувається у вакуумі. З підвищенням температури сублімація збільшується.

Суттєва сублімація відбувається з поверхні нафталіну, камфори.

2.29.4. Конденсація

- ***Конденсація*** - процес перетворення пари на рідину або тверде тіло.

Під час конденсації відстань між молекулами речовини зменшується. При цьому потенціальна енергія молекул перетворюється на кінетичну. Швидкість молекул у рідкому стані зростає, що призводить до нагрівання рідини, яка утворюється. Тобто конденсація протікає з виділенням теплоти і є екзотермічним процесом.

Конденсованими називають рідкий і твердий стани речовини.

Питома теплота конденсації дорівнює питомій теплоті пароутворення.

Конденсація відбувається за ізотермічного стиснення, адіабатичного розширення й охолодження пари або за одночасного зниженні тиску і температури пари.

2.29.5. *Кристалізація*

Під час охолодження рідини її температура знижується і за певного значення температури починається кристалізація.

- ***Кристалізація*** - процес утворення кристалічної фази із розплавів, розчинів або газової фази.

Перехід твердого тіла з одного кристалічного стану в інший називають *рекристалізацією* або *вторинною кристалізацією*.

Процес кристалізації триває доки вся рідка або газоподібна речовина не перетвориться на тверде тіло. Температура під час кристалізації залишається сталою. Після завершення кристалізації температура твердого тіла поступово зменшується до температури оточуючого середовища.

Необхідною умовою протікання процесу кристалізації є наявність центрів кристалізації. Такими центрами можуть бути: кристали речовини, домішки, частинки пилу, сажі тощо.

Кристалізація є екзотермічним процесом.

Температура кристалізації речовини дорівнює температурі плавлення, питома теплота кристалізації дорівнює питомій теплоті плавлення.

2.29.6. *Плавлення*

Під час нагрівання твердих тіл їх внутрішня енергія підвищується. Амплітуда коливань частинок твердого тіла у вузлах кристалічної ґратки зі зростанням температури збільшується до тих пір, поки не розпочнеться руйнування решітки, тобто плавлення.

- ***Плавлення*** - процес переходу речовини із твердого стану в рідкий.

У процесі плавлення температура системи тверде тіло - рідина залишається сталою. Теплота, що підводиться до системи, витрачається на розрив міжатомних зв'язків і руйнацію кристалічної ґратки. Після закінчення плавлення, якщо до системи продовжує підводитися теплота, відбувається підвищення внутрішньої енергії рідини - її температура зростає.

Плавлення є ендотермічним процесом.

- ***Питомою теплотою плавлення речовини*** q називають кількість теплоти, що необхідна для розплавлення одиниці маси речовини за рівноважного ізобарно-ізотермічного процесу ($[q]$=[Дж/кг]).

Температура плавлення твердих тіл залежить від зовнішнього тиску. Для більшості речовин з підвищенням тиску температура плавлення збільшується, але є й такі, зокрема лід, температура плавлення яких зі зростанням тиску зменшується. Температура плавлення залежить також від ступеня чистоти речовини. Наявність домішок у речовині завжди призводить до зниження температури її плавлення.

Найвищу температуру плавлення серед чистих металів має вольфрам (3410 ^{o}C), найнижчу - ртуть (-38,9 ^{o}C).

Процес плавлення аморфних тіл відрізняється від процесу плавлення кристалічних тіл. Аморфне тіло переходить із твердого стану в рідкий поступово розм'якшуючись з підвищенням температури. Температурний інтервал плавлення аморфних тіл може бути дуже великим, наприклад, розм'якшення скла починається за температури ~ 500 ^{o}C, і тільки за температури ~1000 ^{o}C скло повністю переходить у рідкий стан.

2.29.7. Розчинення

За умов стикання двох речовин молекули кожної з них можуть проникати в об'єм іншої.

- ***Розчином*** називається гомогенна суміш молекул (атомів, іонів) речовин.

Розчини можуть бути твердими, рідкими й газоподібними. Здатність речовини утворювати розчини характеризується її ***розчинністю***. Складові розчину називають *компонентами*. Якщо вміст одного з компонентів у розчині значно більший за вміст всіх інших компонентів, то цей компонент називають *розчинником,* а всі інші - *розчиненими речовинами*. Газоподібні речовини за умов не надто високих тисків мають необмежену розчинність одна в одній, тобто змішуються у будь-яких співвідношеннях. Речовини в рідкому і твердому станах можуть мати як необмежену, так і обмежену розчинність. Розчинення газу в рідині завжди обмежене.

Розчинювана речовина рівномірно розповсюджується в об'ємі розчинника і тільки у поверхневому шарі за умови адсорбції концентрація розчиненої речовини може бути інша, ніж в об'ємі. Явище розчинення є результатом дифузії. Розчини, концентрація розчинюваної речовини в яких має граничне значення, називають ***насиченими***. В більшості випадків розчинність твердих тіл у рідині з підвищенням температури збільшується. Розчинність газу в рідині з температурою знижується. Кількість газу, що може розчинитися в рідині, залежить також від тиску газу.

- ***Закон Генрі***. Маса розчиненого в рідині газу за умови насичення пропорційна парціальному тиску газу над рідиною.

Розчинність кисню у воді становить: 0,049 кг/м^3 (0 ^{o}C); 0,031 кг/м^3 (20 ^{o}C); 0,023 кг/м^3 (40 ^{o}C).

2.29.8. Сорбція

Тверде тіло, оточене газом, завжди вкрито шаром молекул газу, які протягом певного часу утримуються на поверхні силами молекулярного притягання. Тверді тіла можуть також *сорбувати* (уловлювати) різноманітні розчинені в рідині речовини.

Відокремлюють два види сорбції: *адсорбцію* і *абсорбцію*.

- ***Адсорбція*** - процес переважного концентрування молекул газу або розчиненої в рідині речовини на поверхні поділу фаз.
- ***Абсорбція*** - процес поглинання газу (пари) рідинами або твердими тілами.

За адсорбції поглинання речовини відбувається тільки поверхнею сорбуючого тіла (*сорбенту*), за абсорбції речовина поглинається сорбентом по всьому його об'єму.

Розрізняють фізичну і хімічну адсорбцію. *Фізична адсорбція* зумовлена молекулярними ван-дер-ваальсівськими силами притягання. *Хімічна адсорбція* супроводжується утворенням поверхневих хімічних сполук. Значну роль у процесах адсорбції відіграє геометрія поверхні поділу фаз.

Процес зворотний адсорбції називається *десорбцією*.

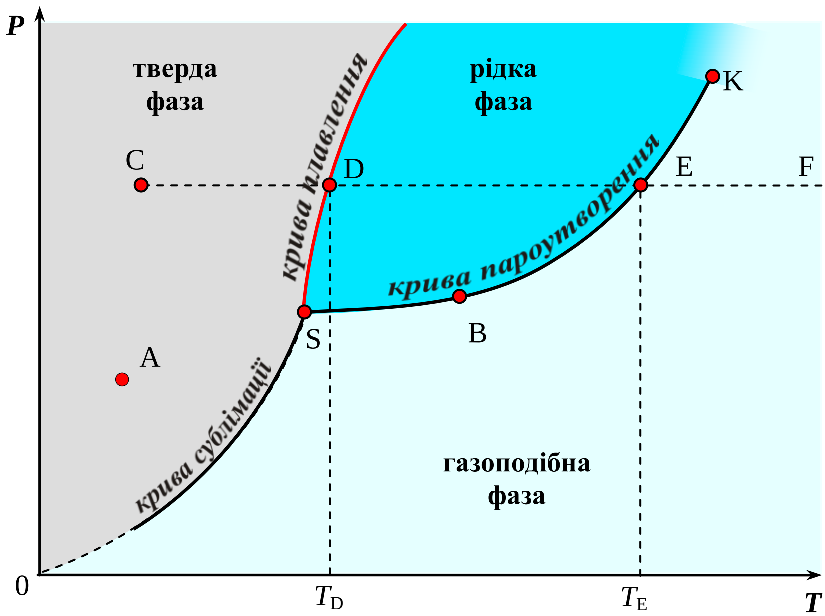
2.30. Діаграми стану

- ***Діаграмою стану або фазовою діаграмою*** називають графічне зображення стійких фазових станів речовини в прямокутних координатах термодинамічних параметрів $(T, P, V, H, ...)$.

Діаграму станів однокомпонентної речовини зазвичай зображують у площині в координатах $T-P$ або $T-V$, або $P-V$, або $T-H$.

Кожна точка фазової діаграми відповідає певним значенням термодинамічних параметрів і визначає фазовий стан речовини за цих параметрів. На діаграмі стану речовини наводяться криві пароутворення, сублімації і плавлення.

Ці криві, називані ***кривими фазової рівноваги***, поділяють площину діаграми на три ділянки, які відповідають умовам існування речовини у твердій, рідкій і газоподібній фазах. Точку діаграми, що визначає рівноважний стан одночасного співіснування трьох фаз (т. S), називають ***потрійною точкою***.



Користуючись діаграмою $T-P$ стану речовини, можна визначити її фазовий стан за певних значень температури T і тиску P, а також фазові переходи за певного процесу. Наприклад, за умов, що відповідають точці A діаграми, речовина перебуває у твердому стані, а за умов, що відповідають точці B, речовина одночасно існує в рідкому і газоподібному станах. Ізобарне нагрівання речовини, початковий стан якої визначається точкою C, відображається на діаграмі $T-P$ горизонтальною прямою C–D–E–F. Ділянка прямої C–D відповідає процесу нагрівання речовини, яка залишається у твердому стані. За температури T_D відбувається плавлення речовини - перехід твердої фази в рідку. Ділянка прямої D–E відображає процес нагрівання речовини в рідкому стані. За температури T_E розпочинається перетворення рідини на пару. За температур вищих T_E речовина перебуває в газоподібному стані. Ділянка E–F прямої відображає процес підвищення температури газоподібної фази речовини.

ЯВИЩА ПЕРЕНЕСЕННЯ

В будь-якому реальному термодинамічному процесі рівновага порушується і виникають неоднорідності температури, густини тощо. Для вирівнювання параметрів системи потрібен час, і чим він менший, тим точніше припущення про рівноважний стан системи. Вирівнювання нерівномірностей призводить до впорядкованого просторового перенесення енергії, маси, імпульсу, називаних відповідно *явищами теплопровідності*, *дифузії* і *внутрішнього тертя*. Важливу роль у явищах перенесення відіграють зіткнення молекул. Зіткнення молекул не слід уявляти як співудари твердих куль. Тільки в окремих випадках така спрощена модель є виправданою. Зіткнення молекул - це процес взаємодії, в результаті якого змінюються напрямок і модуль їхньої швидкості.

2.31. Довжина вільного пробігу молекул

Молекули газу, перебуваючи в стані хаотичного руху, постійно зазнають взаємних зіткнень, що змінюють напрямок руху і швидкість молекул. Тому траєкторія молекули являє собою ламану лінію.

- Відстань, на яку наближаються під час зіткнення центри молекул, називають ***ефективним діаметром*** $d_{еф}$ молекули.

Ефективний діаметр молекул залежить від їхньої швидкості, тобто від температури: зі зростанням температури $d_{еф}$ зменшується.

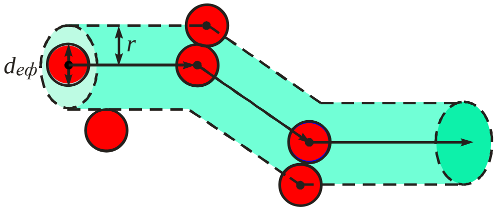
Між послідовними зіткненнями молекула рухається рівномірно прямолінійно і проходить відстань, яку називають ***довжиною вільного пробігу*** l молекули. У загальному випадку довжина шляху між послідовними зіткненнями є різною. Але для великої кількості молекул застосовують статистичну характеристику - ***середню довжину вільного пробігу*** $\langle l \rangle$.

- ***Середньою довжиною вільного пробігу*** $\langle l \rangle$ молекул називається фізична величина, яка чисельно дорівнює відношенню середньої арифметичної швидкості молекул $\langle \upsilon \rangle$ до середнього числа зіткнень молекул за одиницю часу $\langle z \rangle$:

$$\boxed{\langle l \rangle = \frac{\langle \upsilon \rangle}{\langle z \rangle}}. \qquad (2.54)$$

Визначимо середнє число зіткнень молекул газу за одну секунду. Припустимо, що всі молекули, крім однієї, є нерухомими. Нехай швидкість даної молекули υ. За одну секунду вона зіткнеться з усіма тими молекулами, центри яких знаходяться всередині ламаного циліндра загальною довжиною υ і радіусом $r = 2r_{еф} = d_{еф}$. Якщо число молекул в одиниці об'єму n, то число зіткнень молекул

$$z = nV_ц = n\pi d_{еф}^2 \upsilon .$$



Враховуючи, що всі інші молекули перебувають у русі, та усереднюючи по всій сукупності молекул, одержимо

$$\langle z \rangle = n\sqrt{2}\pi d_{еф}^2 \langle \upsilon \rangle .$$

І для середньої довжини вільного пробігу молекул матимемо:

$$\boxed{\langle l \rangle = \frac{1}{n\sqrt{2}\pi d_{еф}^2}}. \qquad (2.55)$$

За нормальних умов середнє число зіткнень між молекулами кисню $\langle z \rangle \approx 2 \cdot 10^9$ с$^{-1}$, а середня довжина їхнього вільного пробігу $\langle l \rangle \approx 2 \cdot 10^{-7}$ м.

Отже, середня довжина вільного пробігу молекул обернено пропорційна концентрації молекул n.

Оскільки тиск газу $P = nkT$, то за незмінної температури середня довжина вільного пробігу молекул газу обернено пропорційна тиску:

$$\frac{\langle l_1 \rangle}{\langle l_2 \rangle} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{P_2}{P_1} .$$

Довжина вільного пробігу з підвищенням температури газу слабко зростає через зменшення ефективного діаметра молекул:

$$\boxed{\langle l \rangle = \langle l \rangle_\infty \frac{T}{T + C}} \qquad \textit{формула Сезерленда}, \qquad (2.56)$$

$\langle l \rangle_\infty$ - середня довжина вільного пробігу молекул, обчислена за формулою (2.55),

C - стала Сезерленда, яка залежить від речовини.

Для кисню $C = 125$ К, для азоту $C = 102,7$ К.

2.32. *Теплопровідність*

- **Теплопровідністю** називається обумовлене тепловим рухом самочинне перенесення енергії у вигляді теплоти від більш нагрітих елементів системи до менш нагрітих.

Явище теплопровідності спостерігається за наявності різниці температур у системі. Якщо в одному місці середовища середня кінетична енергія молекул більша, ніж в іншому, то з часом завдяки постійним співударам молекул відбувається вирівнювання середніх кінетичних енергій, тобто йде процес вирівнювання температури. Молекули, що переміщуються із області з більш високою температурою в область із меншою температурою, під час зіткнень віддають частину своєї кінетичної енергії, а повільніші молекули із області з нижчою температурою, переміщуючись, збільшують свою кінетичну енергію.

У більшості реальних процесів теплопровідність супроводжується перенесенням речовини. Переважним є потік молекул із теплішої області в холоднішу. Перенесення теплоти без перенесення речовини відбувається за умови зміни тиску газу вздовж напрямку перенесення теплоти за законом $P=\sqrt{T}$.

- **Закон Фур'є**. Кількість теплоти Q, що переноситься у процесі теплопровідності за час t крізь площадку S, перпендикулярну напрямку перенесення теплоти, пропорційна градієнту температури dT/dx, площі S і часу t:

$$\boxed{Q=-k\frac{dT}{dx}St}, \qquad (2.57)$$

k - коефіцієнт теплопровідності (теплопровідність),
dT/dx - зміна температури на одиницю відстані в напрямку перенесення теплоти (градієнт температури).

Знак «-» у правій частині закону Фур'є вказує на те, що перенесення теплоти відбувається в напрямку зменшення температури.

Коефіцієнт теплопровідності k газів:

$$\boxed{k=\frac{1}{3}\langle\upsilon\rangle\langle l\rangle c_V\rho}, \quad [k]=[\text{Вт/(м·К)}], \qquad (2.58)$$

$\langle\upsilon\rangle$ - середня арифметична швидкість молекул,
$\langle l\rangle$ - середня довжина вільного пробігу молекул,
c_V - питома теплоємність газу за ізохорного процесу,
ρ - густина газу.

Теплопровідність газів залежить від температури, оскільки $\langle\upsilon\rangle \sim \sqrt{T}$, і не залежить від тиску, тому що $\langle\upsilon\rangle$ і c_V - не залежать від тиску, ρ - прямо пропорційна тиску, а $\langle l\rangle$ - обернено пропорційна тиску (добуток $\langle\upsilon\rangle\langle l\rangle c_V\rho$ - від тиску не залежить). Для різних газів теплопровідність значно різниться, наприклад, для водню вона у 7 разів більша, ніж для повітря.

2.33. Дифузія

- **Дифузією** називається зумовлене тепловим рухом самочинне взаємне проникнення і перемішування стичних речовин.

Явища дифузії спостерігаються в газоподібних, рідких і твердих середовищах. Прикладом дифузії в газах є розповсюдження запахів у повітрі за відсутності зовнішнього їх перемішування. Завдяки дифузії чітка спочатку границя між двома рідинами різної густини (наприклад, мідного купоросу й води) з часом розмивається. Між добре відполірованими пластинами золота й свинцю, які стиснені і знаходяться під важелем за кімнатної температури протягом декількох років, відбувається зчеплення, обумовлене взаємним проникненням атомів металів через поверхню поділу. Із часом глибина проникнення збільшується. Причому ця глибина суттєво залежить від температури.

У хімічно чистих газах дифузія за сталої температури виникає внаслідок неоднакової густини в різних частинах об'єму газу, а в газових сумішах - внаслідок відмінності у густинах окремих газів. Відбувається дифузія в напрямку зменшення концентрації речовини. За умов ізотермічності й відсутності зовнішніх полів дифузія призводить до рівномірного розподілення речовин по об'єму. Дифузія - незворотний процес, одне з джерел дисипації (розсіювання) енергії системи.

Найпростіший випадок дифузії - дифузія в однорідному газі з неоднорідностями густини вздовж одного напряму.

Явище дифузії для хімічно однорідного газу, яке називають ***самодифузією***, описує закон Фіка.

- **Закон Фіка.** Маса газу m, що переноситься у процесі дифузії за час t крізь площадку S, перпендикулярну напрямку дифузії (x), пропорційна градієнту густини $d\rho / dx$, площі S і часу t:

$$\boxed{m = -D \frac{d\rho}{dx} S t}, \qquad (2.59)$$

D - коефіцієнт дифузії,
$d\rho / dx$ - зміна густини на одиницю відстані в напрямку (x) перенесення речовини (градієнт густини).

Знак «-» у правій частині закону Фіка вказує на те, що перенесення маси відбувається в напрямку від більшої до меншої густини.

Коефіцієнт самодифузії D газів визначається за формулою, яку можна одержати із кінетичної теорії газів:

$$\boxed{D = \frac{1}{3}\langle \upsilon \rangle \langle l \rangle}, \qquad [D] = [м^2/с], \qquad (2.60)$$

$\langle \upsilon \rangle$ - середня арифметична швидкість молекул,
$\langle l \rangle$ - середня довжина вільного пробігу молекул.

Коефіцієнт дифузії D речовини змінюється за зміни температури і тиску, оскільки $\langle \upsilon \rangle$ залежить від температури, а $\langle l \rangle$ - від тиску. З підвищенням температури дифузія відбувається швидше, а з підвищенням тиску (збільшенням густини) - повільніше. Для газів D обернено пропорційний тиску й зростає з температурою $\sim \sqrt{T}\left(за\ умови\ V = const\right)$. Чим більша молекулярна маса газу, тим менший коефіцієнт дифузії.

2.34. *В'язкість*

- **В'язкістю (внутрішнім тертям)** називається виникнення сил тертя між шарами рідини або газу, які рухаються один відносно одного з різними швидкостями.

Сили внутрішнього тертя спрямовані уздовж дотичної до поверхні стикання шарів.

В'язкість обумовлена тепловим рухом молекул, що не припиняється за умов впорядкованого руху шарів газу або рідини. Саме завдяки хаотичному руху молекули із одного шару переміщуються в інший. Під час зіткнень з молекулами іншого шару відбувається передача імпульсу. В результаті, імпульс шару, що рухається швидше, зменшується, а імпульс шару, що рухається повільніше, збільшується. Тобто, шар, який рухається з більшою швидкістю, діє на повільніший шар з прискорюючою силою, а шар, який рухається з меншою швидкістю, сповільнює шар, що рухається швидше.

- **Закон Ньютона**. Сила внутрішнього тертя F, що діє на ділянку поверхні між шарами площею S, пропорційна градієнту швидкості руху газу або рідини du/dz в напрямку, перпендикулярному руху шарів, і площі S:

$$\boxed{F = -\eta \frac{du}{dz} S}, \qquad (2.61)$$

η - коефіцієнт динамічної в'язкості (в'язкість),
du/dz - зміна швидкості шарів на одиницю відстані в напрямку, перпендикулярному руху шарів (градієнт швидкості).

Знак «-» у правій частині закону Ньютона вказує на те, що перенесення імпульсу відбувається в напрямку зменшення швидкості руху шарів.

Коефіцієнт динамічної в’язкості η газів визначається за формулою:

$$\boxed{\eta=\frac{1}{3}\langle\upsilon\rangle\langle l\rangle\rho}, \qquad [\eta]=[\text{кг/(м·с)}], \qquad (2.62)$$

$\langle\upsilon\rangle$ - середня арифметична швидкість молекул,
$\langle l\rangle$ - середня довжина вільного пробігу молекул,
ρ - густина газу.

Крім динамічної в’язкості користуються ***кінематичною в’язкістю*** ν:

$$\boxed{\nu=\frac{\eta}{\rho}}, \qquad [\nu]=[\text{м}^2/\text{с}]. \qquad (2.63)$$

В’язкість газу зростає з температурою через те, що $\langle\upsilon\rangle \sim \sqrt{T}$. Від тиску в’язкість не залежить.

В’язкість низькомолекулярних рідин з підвищенням температури швидко зменшується. За постійного об’єму залежність в’язкості від температури слабкіша, ніж за постійного тиску. За незмінної температури в’язкість рідин зростає з підвищенням тиску (виняток - вода).

В’язкість води при 20 °С складає 1,00 мПа·с і приймається за еталонну. В’язкість низькомолекулярних рідин, розплавлених металів і солей у більшості випадків не перевищує декількох десятків мПа·с. В’язкість розчинів залежить від концентрації речовини у розчині, причому ця залежність може бути достатньо складною.

За умов, коли середня довжина вільного пробігу молекул газу співмірна з лінійними розмірами посудини, в якій він міститься, газ називають розрідженим. В’язкість розріджених газів зі зменшенням тиску знижується.

За наднизьких температур спостерігається явище *надплинності* речовини.

Розрізняють два режими течії газів та рідин - *ламінарне* і *турбулентне*.

- ***Ламінарною*** називають течію, за якої шари речовини рухаються один відносно одного, не перемішуючись.
- ***Турбулентною*** називають течію, за якої відбувається інтенсивне перемішування шарів речовини з утворенням вихорів.

Характер течії залежить від показника, називаного *числом Рейнольдса*

$$\boxed{Re=\frac{\rho\langle\upsilon\rangle d}{\eta}}, \qquad (2.64)$$

η - динамічна в’язкість газу (рідини), ρ - густина газу (рідини), $\langle\upsilon\rangle$ - середня швидкість течії, d - діаметр труби.

У випадках: $Re \le 1000$ - течія ламінарна,
$Re \ge 2300$ - течія турбулентна,
$1000 \le Re \le 2300$ - змішана течія.

Закономірності явищ дифузії, теплопровідності й в’язкості схожі між собою. В їх основі лежить перемішування молекул, зумовлене хаотичним рухом і взаємними зіткненнями.

Коефіцієнти перенесення - коефіцієнт дифузії D, *коефіцієнт теплопровідності* k *і коефіцієнт в’язкості* η *пов’язані між собою*:

$$\boxed{\eta = \rho D} \qquad (2.65) \qquad \text{і} \qquad \boxed{\frac{k}{\eta c_V} = 1}. \qquad (2.66)$$

Тобто, знаючи один із коефіцієнтів перенесення за відомих ρ і c_V, можна визначити два інших.

Приклад розв’язування задачі 26

Знайти середню довжину вільного пробігу атомів гелію $\langle l \rangle$ **за умов, що густина гелію дорівнює** $\rho = 2{,}1 \cdot 10^{-2}$ кг/м^3, **а ефективний діаметр атомів гелію складає** $d_{еф} = 1{,}9 \cdot 10^{-10}$ м.

Розв’язування

Середню довжину вільного пробігу атомів гелію $\langle l \rangle$ можна визначити за формулою $\langle l \rangle = \dfrac{1}{\pi\sqrt{2} n d_{еф}^2}$, де n - концентрація атомів газу за даних умов. Із рівняння Клапейрона-Менделєєва випливає, що $\rho = \dfrac{\mu P}{RT} = \dfrac{\mu P}{N_A kT} = \dfrac{\mu}{N_A} n$. Звідки $n = \dfrac{\rho N_A}{\mu}$. Тоді $\langle l \rangle = \dfrac{\mu}{\pi\sqrt{2} d_{еф}^2 \rho N}$; $\langle l \rangle = 1{,}8 \cdot 10^{-6}$ м.

Приклад розв’язування задачі 27

Коефіцієнт дифузії водню за нормальних умов D. **Визначити коефіцієнт теплопровідності** k **водню, вважаючи газ ідеальним.**

Розв’язування

Коефіцієнт теплопровідності газу $k = \dfrac{1}{3}\langle \upsilon \rangle \langle l \rangle c_V \rho$, а коефіцієнт дифузії газу $D = \dfrac{1}{3}\langle \upsilon \rangle \langle l \rangle$, де $\langle \upsilon \rangle$ - середня арифметична швидкість молекул газу, $\langle l \rangle$ – середня довжина вільного пробігу молекул газу, c_V - питома теплоємність газу за ізохорного процесу, ρ - густина газу. Врахуємо, що $c_V = \dfrac{i}{2}\dfrac{R}{\mu}$, де $i = 5$ для двохатомних газів, й отримаємо: $k = \dfrac{i}{2} D \rho \dfrac{R}{\mu} = \dfrac{5}{2} D \rho \dfrac{R}{\mu}$.

Розділ 3

ЕЛЕКТРИКА І МАГНЕТИЗМ

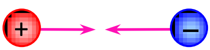
ЕЛЕКТРОСТАТИЧНЕ ПОЛЕ У ВАКУУМІ

Частина фізики, що вивчає електромагнітні явища, називається ***електродинамікою.*** Розділ електродинаміки, в якому розглядаються взаємодії та властивості електричних зарядів, нерухомих відносно обраної інерціальної системи відліку, має назву ***електростатика***.

3.1. Електричний заряд і його властивості

Всі тіла в природі здатні тією чи іншою мірою електризуватися, тобто набувати електричного заряду. Наявність електричного заряду проявляється в тому, що заряджене тіло взаємодіє з іншими зарядженими тілами.

- Сили взаємодії нерухомих тіл або частинок, обумовлені їхніми електричними зарядами, називаються ***електростатичними силами***.



Існує два види електричних зарядів - ***позитивні*** *й* ***негативні***.

Різнойменно заряджені тіла притягуються , а однойменно заряджені тіла відштовхуються одне від одного.

Електричний заряд є невід'ємною властивістю деяких елементарних частинок. Заряд усіх елементарних заряджених частинок однаковий за абсолютною величиною. Його називають *елементарним зарядом*. Позитивний елементарний заряд позначається буквою e. Чисельно він дорівнює $1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл. До елементарних частинок належать зокрема: електрон, заряд якого негативний ($-e$); протон, заряд якого позитивний ($+e$); нейтрон, заряд якого дорівнює нулю. Із цих частинок побудовані атоми й молекули будь-якої речовини, тому електричні заряди входять до складу всіх тіл. Найчастіше частинки, що несуть заряди різних знаків, присутні в тілі в рівних кількостях і розподілені з однаковою густиною. В цьому випадку алгебраїчна сума зарядів у будь-якому елементарному об'ємі тіла дорівнює нулю, і кожний такий об'єм і тіло в цілому є електрично нейтральними.

Оскільки кожний заряд утворюється сукупністю елементарних зарядів, всякий заряд є кратним величині елементарного заряду:

$$\boxed{q = \pm Ne}, \qquad [q] = [\text{Кл}], \qquad (3.1)$$

N - ціле число,

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл - *елементарний заряд*.

Якщо фізична величина може набувати тільки певних дискретних значень, говорять, що ця величина квантується. Тобто, *електричний заряд квантується*.

- **Закон збереження електричного заряду. Алгебраїчна сума електричних зарядів тіл (або частинок) ізольованої системи є величиною незмінною:**

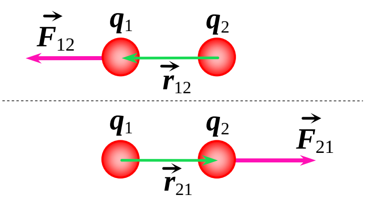
$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} q_i = const}. \qquad (3.2)$$

3.2. Закон Кулона

Закон взаємодії двох точкових зарядів установлений експериментально Ш. Кулоном у 1785 р.

- ***Точковим зарядом*** називається заряджене тіло, розмірами якого можна знехтувати порівняно з відстанями від цього тіла до інших тіл.
- **Закон Кулона. Сила взаємодії двох нерухомих точкових зарядів, що перебувають у вакуумі, пропорційна величині кожного із зарядів, обернено пропорційна квадратові відстані між зарядами й спрямована уздовж прямої, що їх з'єднує:**

$$\boxed{\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_r}. \qquad (3.3)$$



$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_{r_{12}},$$

$$\vec{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_{r\,21},$$

$$F_{12} = -F_{21},$$

$\vec{F}_{12}$ - сила, що діє на заряд q_1 з боку заряду q_2,

$\vec{F}_{21}$ - сила, що діє на заряд q_2 з боку заряду q_1,

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м - *електрична стала*.

3.3. Напруженість електричного поля

Розглянемо ізольований точковий предмет. Визначити, чи є він електрично зарядженим, можна тільки спостерігаючи за його дією на інші предмети. Проявом дії є притягання або відштовхування іншого зарядженого тіла. За відсутності іншого зарядженого тіла електростатичні сили не виявляються. Але немає підстав припускати, що властивості досліджуваного предмета змінюються залежно від наявності іншого тіла.

- Заряджене тіло, яке використовується як інструмент дослідження, називається ***пробним зарядом***.

Взаємодія зарядженого тіла з пробним зарядом виявляється у будь-якій точці простору, що оточує тіло. Обмеженням є великі відстані пробного заряду від досліджуваного зарядженого тіла, де сили взаємодії нехтовно малі.

- **Електричним полем** називають простір, в якому проявляються дії електричного заряду.
- **Напруженістю електричного поля** $\vec{E}$ в даній точці простору називається фізична величина, яка дорівнює відношенню сили, що діє на заряд, поміщений у цю точку, до величини заряду:

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{np}}}, \qquad [E] = [\text{В/м}]; \qquad (3.4)$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{e}_r\,. \qquad (3.4а)$$

Сукупність векторів $\vec{E}$ характеризує електричне поле заряду повністю й однозначно.

3.4. Принцип суперпозиції електричних полів

Сила, з якою система зарядів діє на будь-який заряд, що не входить до системи, дорівнює векторній сумі сил, з якими діє на даний заряд кожний із зарядів системи окремо. Звідси випливає твердження, називане *принципом суперпозиції* (накладання) електричних полів.

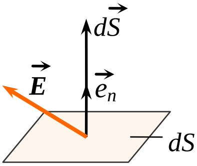
- **Принцип суперпозиції електричних полів**.

  Напруженість поля системи зарядів дорівнює векторній сумі напруженостей полів, створюваних кожним із зарядів системи окремо:

$$\boxed{\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i}. \qquad (3.5)$$

3.5. Теорема Остроградського-Гаусса для електростатичного поля у вакуумі

- ***Елементарним потоком вектора напруженості електричного поля*** $d\Phi_E$ крізь розташований у полі елемент поверхні площею dS називається фізична величина:



$$\boxed{d\Phi_E = (\vec{E}, d\vec{S})}, \qquad (3.6)$$

$$d\Phi_E = E\,dS\cos(\vec{E}\,\hat{,}\,d\vec{S}) = E\,dS\cos(\vec{E}\,\hat{,}\,\vec{e}_n), \qquad (3.6а)$$

$\vec{E}$ - вектор напруженості електричного поля в точках ділянки dS,

$\vec{e}_n$ - орт нормалі до ділянки dS.

Елемент dS вибирається так, щоб його можна було вважати плоским, а значення вектора $\vec{E}$ в його межах - однаковим.

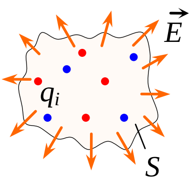
- ***Потік вектора напруженості електричного поля*** Φ_E крізь поверхню S дорівнює алгебраїчній сумі потоків крізь усі елементи цієї поверхні:

$$\boxed{\Phi_E = \int_S (\vec{E}, d\vec{S})}. \qquad (3.6б)$$

Обчислення інтеграла необхідно проводити за умови, що всі нормалі або зовнішні або внутрішні.

Для замкнених поверхонь справедлива теорема Остроградського-Гаусса.

- **<u>Теорема Остроградського-Гаусса</u>**. Потік вектора напруженості $\vec{E}$ електростатичного поля у вакуумі крізь довільну замкнену поверхню S пропорційний алгебраїчній сумі електричних зарядів, охоплених цією поверхнею:



$$\boxed{\Phi_E = \oint_S (\vec{E}, d\vec{S}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_i}{\varepsilon_0}}, \qquad (3.7)$$

ε_0 - *електрична стала*.

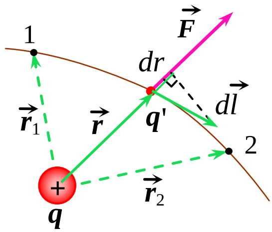
Теорему Остроградського-Гаусса поряд із принципом суперпозиції застосовують для розрахунку електричних полів.

3.6. Потенціальність електростатичного поля

Розглянемо поле, створюване нерухомим точковим зарядом q. На точковий заряд q' у цьому полі діє сила

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,q'}{r^2}\vec{e}_r\,. \qquad (3.8)$$

Робота сил поля з переміщення заряду q' з однієї точки простору в іншу не залежить від шляху, а визначається лише початковим і кінцевим положеннями заряду і дорівнює:



$$\delta A = (\vec{F}, d\vec{l}\,) = F\,dl\underbrace{\cos\left(\vec{F}\hat{,}d\vec{l}\,\right)}_{dr} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,q'}{r^2}dr\,, \qquad (3.9)$$

dl - елементарне переміщення заряду q'.

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}q\,q'\int_1^2\frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q\,q'}{r_1} - \frac{q\,q'}{r_2}\right). \qquad (3.9a)$$

З іншого боку робота сил консервативного поля дорівнює різниці потенціальної енергії:

$$A_{12} = E_{пот1} - E_{пот2}\,. \qquad (3.10)$$

Зіставлення формул (3.9а) і (3.10) призводить до наступного виразу для потенціальної енергії заряду q' в полі заряду q:

$$E_{пот} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\,q'}{r} + const\,. \qquad (3.11)$$

Абсолютне значення потенціальної енергії заряду q' в полі заряду q може бути знайдене з точністю до константи інтегрування. Значення константи зазвичай вибирається таким чином, щоб за віддалення заряду на нескінченність потенціальна енергія добігала нуля ($r \to \infty$, $E_{пот} \to 0$), тобто $const = 0$.

- **Потенціалом електростатичного поля** φ називається фізична величина, що дорівнює відношенню потенціальної енергії $E_{пот}$ взаємодії заряду з полем до величини цього заряду q:

$$\boxed{\varphi = \frac{E_{пот}}{q}}, \qquad [\varphi] = [\text{В}]\,. \qquad (3.12)$$

Робота, виконувана силами електростатичного поля над зарядом, дорівнює добутку величини заряду на різницю потенціалів у початковій і кінцевій точках переміщення:

$$\boxed{A_{12}=E_{nom1}-E_{nom2}=q'\left(\varphi_1-\varphi_2\right)=q'\Delta\varphi_{12}}. \qquad (3.13)$$

Різниця потенціалів між двома точками поля вважається додатною, якщо під час переміщення позитивного заряду з однієї точки в іншу робота виконується силами поля.

- **Різницею потенціалів** $\Delta\varphi$ між двома точками називається фізична величина, що дорівнює відношенню роботи, яку виконують електростатичні сили з переміщення заряду з однієї точки в іншу, до величини цього заряду:

$$\boxed{\Delta\varphi_{12}=\frac{A_{12}}{q'}}. \qquad (3.14)$$

- **Потенціал поля, створюваного системою зарядів**, дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів, створюваних кожним із зарядів системи окремо:

$$\boxed{\varphi=\sum_{i=1}^{n}\varphi_i}*. \qquad (3.15)$$

* Принцип суперпозиції електричних полів у термінах потенціалів.

Електростатичне поле може бути повністю й однозначно описане або за допомогою векторної величини - напруженості $\vec{E}$, або за допомогою скалярної величини - потенціалу φ. Ці величини пов'язані між собою:

$$\boxed{\vec{E}=-\mathbf{grad}\,\varphi}, \qquad (3.16)$$

$$\mathbf{grad}\,\varphi=\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{e}_x+\frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{e}_y+\frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{e}_z .$$

Знак «-» указує на те, що вектор напруженості $\vec{E}$ спрямований в напрямку зменшення потенціалу φ.

3.7. Циркуляція вектора напруженості електростатичного поля

- ***Циркуляцією вектора напруженості електричного поля*** $\vec{E}$ вздовж замкненого контуру l називається криволінійний інтеграл

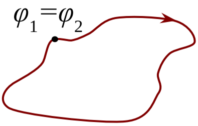
$$\boxed{\oint_l(\vec{E},d\vec{l})=\oint_l E\,dl\cos(\vec{E}\,\hat{,}\,d\vec{l})}, \qquad (3.17)$$

$\vec{E}$ - напруженість електричного поля в точках елемента контуру dl,
$d\vec{l}$ - вектор елемента контуру, напрямок якого співпадає з обраним

напрямком обходу контуру.

Для будь-якої точки замкненого контуру в електростатичному полі $\varphi_1 = \varphi_2$ і $\oint(\vec{E}, d\vec{l}) = 0$.

- **Циркуляція вектора напруженості електростатичного поля** $\vec{E}$ вздовж замкненого контуру дорівнює нулю:



$$\boxed{\oint_l(\vec{E}, d\vec{l}) = 0}. \qquad (3.18)$$

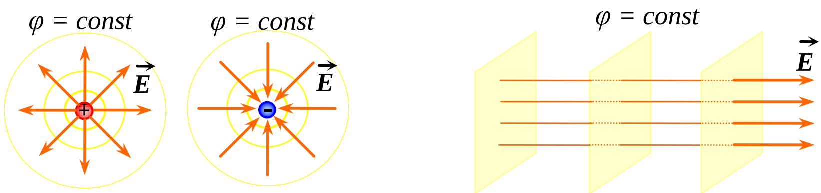
Співвідношення справедливе для електростатичного поля як у вакуумі, так і в речовині.

3.8. *Графічне зображення електростатичних полів*

Для графічного зображення електростатичних полів застосовують *метод силових ліній* або *метод еквіпотенціальних поверхонь*.

Силовими лініями (лініями напруженості) називаються лінії, дотичні до яких у кожній точці збігаються з напрямком вектора напруженості поля в даній точці. Силові лінії спрямовані так само, як і вектор напруженості. Густота ліній пропорційна чисельному значенню вектора напруженості.

Поверхня, всі точки якої мають однаковий потенціал, називається ***еквіпотенціальною поверхнею***. Напруженість поля в будь-якій точці еквіпотенціальної поверхні спрямована вздовж нормалі до поверхні. Густота поверхонь пропорційна чисельному значенню вектора напруженості.



Приклад розв'язування задачі 28

Якого заряду q набула б мідна кулька, радіус якої $r = 5$ см, якби вдалося видалити з неї всі електрони провідності? Вважати, що на кожний атом міді припадає один електрон провідності.

Розв'язування

Заряд, що утвориться після видалення електронів провідності:

$$q = (-e)N,$$

e- елементарний заряд, N - число атомів у кульці.

Відповідно до закону Авогадро:

$$N = \nu N_A = (m/\mu)N_A,$$

m - маса кульки, μ - молярна маса міді.

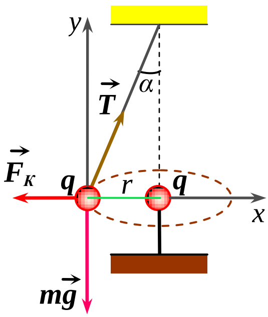
З урахуванням того, що маса кульки $m = 4\pi r^3 \rho / 3$, де ρ - густина міді:

$$q = (-e)\frac{4\pi r^3 \rho}{3\mu} N_A; \qquad q \approx -7 \cdot 10^6 \text{ Кл.}$$

Приклад розв'язування задачі 29

Навколо нерухомого точкового заряду q в одній площині з ним обертається підвішена на нитці довжиною $l = 1$м кулька масою $m = 2$г і зарядом q. Визначити величину заряду кульки, якщо період її обертання $T = 3{,}5$с, а кут відхилення нитки від вертикалі $\alpha = 30$°.

Розв'язування



На кульку діють: сила тяжіння $m\vec{g}$, сила натягу нитки $\vec{T}$ і кулонівська сила взаємодії зарядів $\vec{F}_K$. Під впливом цих сил кулька рухається по колу, набуваючи доцентрового прискорення $a = \upsilon^2 / r$

Запишемо II закон Ньютона для кульки:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_K .$$

Одну з осей координат спрямуємо вздовж радіуса до центра обертання, а другу - вертикально вгору. В проекціях на ці осі рівняння II закону Ньютона:

$$m\upsilon^2 / r = T\cos(90^0 - \alpha) - F_K , \qquad 0 = -mg + T\sin(90^0 - \alpha) .$$

Із другого рівняння виразимо T, і перше рівняння отримаємо у вигляді:

$$m\upsilon^2 / r = mg\, tg\alpha - F_K .$$

Врахуємо, що $F_{\hat{E}} = \left(1/ 4\pi\varepsilon_0\right)\left(q / r\right)^2$, $\upsilon = 2\pi r / T$, $r = l\sin\alpha$:

$$\frac{m(2\pi l\sin\alpha)^2}{T^2\, l\sin\alpha} = mg\, tg\alpha - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{l^2\sin^2\alpha};$$

звідки $\quad q = l\sin\alpha\sqrt{4\pi\varepsilon_0 m(g\, tg\alpha - 4\pi^2 l\sin\alpha / T^2)}$, $\quad q \approx 4{,}7 \cdot 10^{-7}$ Кл.

Приклад розв'язування задачі 30

Кулька масою $m = 40$ мг, що має заряд $q_1 = 1$нКл, переміщується з нескінченності зі швидкістю $\upsilon = 0{,}1$м/с. На яку мінімальну відстань r може наблизитися кулька до точкового заряду $q_2 = 2$нКл?

Розв'язування

Під час руху в електростатичному полі на кульку діє електрична сила з боку поля. При цьому виконується робота за рахунок зміни кінетичної енергії кульки

$$A = \Delta E_{\hat{e}\text{з}\acute{\imath}} = E_{\hat{e}\text{з}\acute{\imath}\, r} - E_{\hat{e}\text{з}\acute{\imath}\, \infty} = 0 - m\upsilon^2 / 2 .$$

Робота сил електростатичного поля з переміщення кульки із нескінченності в дану точку поля:

$$A = q_1(\varphi_\infty - \varphi_r), \quad \varphi_\infty = 0, \quad \varphi_r = q_2 / 4\pi\varepsilon_0 r.$$

Тоді $\dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} = \dfrac{m\upsilon^2}{2}$, звідки $r = \dfrac{q_1 q_2}{2\pi\varepsilon_0 m\upsilon^2}$, $r \approx 0{,}09$ м.

ЕЛЕКТРОСТАТИЧНЕ ПОЛЕ В РЕЧОВИНІ

Електричне поле може існувати не тільки у вакуумі, але й в речовині. За електричними властивостями всі речовини можна умовно розділити на *провідники* і *діелектрики*.

Провідниками називають речовини, які добре проводять електричний струм.

Провідниками є всі метали, водяні розчини солей, луг та кислот, розпечені гази. Помірну електропровідність має людське тіло.

Діелектриками (ізоляторами) називають речовини, які не проводять або погано проводять електричний струм.

Діелектриками є бурштин, порцеляна, скло, ебоніт, гума, шовк, усі неіонізовані гази, деякі рідини.

Переважна більшість тіл у природі за своїми електричними властивостями займає середнє положення між провідниками й діелектриками, тобто є ***напівпровідниками***.

ДІЕЛЕКТРИКИ

3.9. Молекули-диполі. Полярні й неполярні молекули

Діелектрики, як і всі інші речовини, складаються з атомів та молекул і в цілому є електрично нейтральними. Проте, молекули діелектриків мають електричні властивості. Замінимо позитивні елементарні заряди, що входять до складу ядра молекули, сумарним зарядом $+q$, розташованим у центрі мас позитивних зарядів, а заряд усіх електронів - сумарним негативним зарядом $-q$, розташованим у центрі мас негативних зарядів. Якщо центри не співпадають, то молекулу можна розглядати як електричний диполь з електричним дипольним моментом:

$$\vec{p}_{мол} = |q|\,\vec{l}, \tag{3.19}$$

$\vec{l}$ - вектор, проведений із центра мас електронів у центр мас позитивних зарядів молекули.

Молекула-диполь створює електричне поле.

- ***Неполярними*** називають молекули, дипольні моменти яких за відсутності зовнішнього електричного поля дорівнюють нулю:

$$\boxed{\vec{p}_{мол} = 0}.$$

- ***Полярними*** називають молекули, які за відсутності зовнішнього електричного поля мають відмінні від нуля дипольні моменти:

$$\boxed{\vec{p}_{мол} \neq 0}.$$

У зовнішньому електричному полі відбувається деформація електронних оболонок неполярних молекул. Центри мас позитивних і негативних зарядів зміщуються один щодо одного: позитивні - в напрямку поля, негативні - в протилежному напрямку. В результаті кожна молекула набуває *індукованого дипольного електричного* момента, величина якого пропорційна напруженості зовнішнього поля:

$$\vec{p}_{інд} = \varepsilon_0 \alpha \vec{E}_{зовн}, \qquad (3.20)$$

α - *поляризованість* молекули (залежить від об'єму молекули),
ε_0 - *електрична стала*.

Дія зовнішнього електричного поля на полярну молекулу зводиться, в основному, до намагання повернути молекулу таким чином, щоб її дипольний момент був зорієнтований за напрямком поля. На величину дипольного моменту полярної молекули зовнішнє поле майже не впливає.

3.10. Поляризація діелектриків

- ***Поляризацією*** діелектрика називається процес орієнтації диполів або виникнення орієнтованих за полем диполів під впливом зовнішнього електричного поля.

Кількісною мірою поляризації діелектриків є *вектор поляризації* $\vec{\mathcal{P}}$.

- **Вектором поляризації** $\vec{\mathcal{P}}$ називається електричний дипольний момент одиниці об'єму діелектрика:

$$\boxed{\vec{\mathcal{P}} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i}, \qquad [\mathcal{P}]=[Кл/м^2], \qquad (3.21)$$

$\vec{p}_i$ - електричний дипольний момент і-ї молекули,
N - число молекул в об'ємі ΔV.

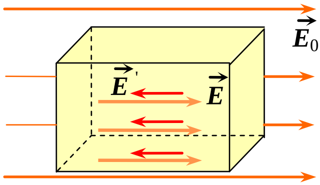
3.11. Електричне поле всередині діелектрика

Розглядаючи електричні поля в різних середовищах, розрізняють два типи електричних зарядів - *зв'язані* й *вільні*.

Зв'язаними називають заряди, які входять до складу атомів і молекул, а також заряди іонів у кристалічних діелектриках з іонною ґраткою. Під впливом електричного поля зв'язані заряди можуть лише зміщуватися зі своїх положень рівноваги; покинути межі молекули, до складу якої вони входять, зв'язані заряди не можуть.

Заряди, які знаходяться у межах діелектрика, але не входять до складу його молекул, а також заряди, що знаходяться за межами діелектрика, називають ***вільними***.

Електричне поле всередині діелектрика ($\vec{E}$) створюється як вільними ($\vec{E}_0$), так і зв'язаними зарядами ($\vec{E}'$):

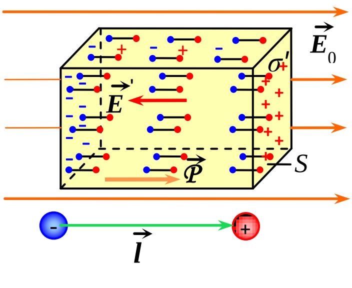


$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}', \qquad (3.22)$$
$$E = E_0 - E'.$$

Поле зв'язаних зарядів спрямоване проти зовнішнього поля вільних зарядів, тобто поле зв'язаних зарядів послаблює зовнішнє поле вільних зарядів. Тому *всередині діелектрика електричне поле завжди менше, ніж зовні*.

В результаті поляризації в тонких шарах поверхонь діелектрика виникають нескомпенсовані зв'язані заряди, називані *поверхневими поляризаційними зарядами*.

Поверхнева густина поляризаційних зарядів σ' дорівнює проекції вектора поляризації $\vec{\mathcal{P}}$ на зовнішню нормаль до поверхні діелектрика.



Всередині об'єму однорідного поляризованого діелектрика зв'язані заряди компенсують один одного.

У випадку неоднорідного діелектрика або неоднорідного електричного поля, всередині об'єму діелектричної речовини можуть виникати нескомпенсовані поляризаційні заряди, розподілені з об'ємною густиною ρ'.

3.12. Електричне зміщення. Теорема Остроградського-Гаусса для електростатичного поля в речовині

- **Електричним зміщенням (електричною індукцією)** $\vec{D}$ називається векторна величина, яка характеризує електричне поле й чисельно дорівнює:

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{\mathcal{P}}}, \qquad [D] = [\text{Кл/м}^2]. \qquad (3.23)$$

Вектор електричного зміщення є допоміжною характеристикою, яка описує електричне поле. Електричне зміщення характеризує поле вільних зарядів.

- **Теорема Остроградського-Гаусса** (*для вектора* $\vec{D}$). Потік вектора електричного зміщення $\vec{D}$ електростатичного поля крізь довільну замкнену поверхню S дорівнює алгебраїчній сумі вільних зарядів, охоплених цією поверхнею:

$$\boxed{\Phi_D = \oint_S (\vec{D}, d\vec{S}) = \sum_{i=1}^{n} q_{i\ \text{вільні}}}. \qquad (3.24)$$

Смисл уведення вектора електричного зміщення полягає в тому, що потік цього вектора через будь-яку замкнену поверхню визначається тільки сторонніми зарядами. Це дозволяє не розглядати зв'язані поляризаційні заряди.

Для ізотропних діелектриків:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{\mathcal{P}} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 æ \vec{E} = \varepsilon_0 \left(1 + æ\right) \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E},$$

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}}, \qquad (3.25)$$

ε - *діелектрична проникність речовини,*

ε_0 - *діелектрична проникність вакууму,*

æ - *діелектрична сприйнятливість речовини.*

Як правило, æ складає кілька одиниць, однак $æ_{\text{спирту}} \approx 25$, $æ_{\text{води}} \approx 80$.

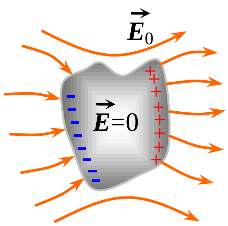
ПРОВІДНИКИ

3.13. Провідники в електростатичному полі

Поведінка провідників у електричному полі зумовлена їхньою кристалічною структурою. Кристалічна ґратка провідників складається з позитивно заряджених іонів, розташованих у вузлах ґратки й *електронів провідності*, які можуть вільно переміщуватися по всьому об'єму провідника. Тобто провідники, на відміну від діелектриків, мають електричні заряди, здатні вільно переміщуватися під впливом електричних сил у межах усього провідника.

За відсутності зовнішніх полів електричні поля позитивних іонів та електронів провідності металу взаємно компенсуються. Якщо ж металевий провідник внести у зовнішнє електростатичне поле, то під впливом цього поля електрони провідності перерозподіляються в провіднику таким чином, що утворюване ними й позитивними іонами поле всередині провідника повністю компенсує зовнішнє.

- Перерозподіл зарядів у провіднику під впливом зовнішнього електростатичного поля називається ***явищем електростатичної індукції***.



Заряди протилежного знака, що виникають на кінцях провідника під впливом зовнішнього електричного поля, називають *індукованими*. Чисельно позитивні й негативні індуковані заряди дорівнюють один одному. Поле індукованих зарядів спрямоване проти зовнішнього поля. Індуковані заряди зникають, як тільки провідник видаляється з електричного поля.

Для провідників з усталеним розподілом зарядів справедливе наступне:

- *електричне поле всередині провідника відсутнє*;
- *увесь об'єм провідника та його поверхня є еквіпотенціальними*;
- *силові лінії електростатичного поля поблизу провідника перпендикулярні до його поверхні*;
- *некомпенсовані електричні заряди в провіднику можуть знаходитися тільки на його поверхні.*

Поверхнева густина зарядів у провіднику довільної форми на різних ділянках поверхні різна: на опуклих - більша, на увігнутих - менша. Найбільшою є густина заряду на вістрях.

Відсутність електричного поля всередині порожнистого провідника використовується для електростатичного захисту. Прилад, який потребує захисту від впливу зовнішніх електричних полів, оточують провідним екраном. Зовнішнє поле компенсується всередині екрана виникаючим полем індукованих зарядів поверхні. Екран із густої металевої сітки діє так само, як і суцільний.

Земна куля в цілому є провідником, а поверхня Землі - еквіпотенціальною. Поблизу земної поверхні існує електричне поле, напруженість якого швидко зменшується з висотою: біля поверхні $E \approx$ 1,3 В/см, на висоті 1 км $E \approx 0{,}4$ В/см, а на висоті 10 км електричне поле практично відсутнє. Земля в цілому має негативний заряд, величина якого $\sim 5 \cdot 10^5$ Кл.

Поділ речовин на провідники й діелектрики є відносним. Ту саму речовину в одних випадках можна розглядати як діелектрик, а в інших - як провідник. Наприклад, скло відносять до діелектриків, крізь нього можуть проходити електричні заряди, але за високої температури скло повністю втрачає діелектричні властивості. Однак, за тих самих умов через тіла, називані діелектриками, за однаковий проміжок часу проходить незрівнянно менший електричний заряд, ніж через провідник тих самих розмірів і форми.

ЕЛЕКТРОДИНАМІКА

3.14. Електричний струм

- **Електричним струмом** називається впорядкований рух електрично заряджених частинок або тіл.

Розрізняють електричний ***струм провідності***, пов'язаний з рухом заряджених мікрочастинок усередині макроскопічних тіл, і ***конвекційний струм***, пов'язаний із рухом заряджених частинок або тіл у просторі.

Прикладом електричного струму провідності є рух електронів у металах, прикладом конвекційного струму - рух по орбіті Землі, яка має надлишковий (нескомпенсований) негативний заряд.

Необхідними умовами виникнення та існування електричного струму є наявність заряджених частинок, які можуть вільно переміщуватися в межах даного середовища або тіла - *носіїв струму*, та наявність сили, що створює і підтримує впорядкований рух заряджених частинок. У випадку струму провідності такою силою зазвичай є *сила з боку електричного поля* всередині провідника. Для підтримки електричного струму енергія електричного поля повинна безперервно поповнюватися, тобто необхідне *джерело електричної енергії* - пристрій, в якому здійснюється перетворення одного з видів енергії на енергію електричного поля.

Під час упорядкованого руху електрично заряджених частинок у провіднику рівноважний розподіл зарядів порушується, поверхня провідника не є еквіпотенціальною, а всередині провідника існує електричне поле.

Кількісно електричний струм характеризується *силою струму* I і *густиною струму* $\vec{i}$.

- **Силою струму** I називається скалярна величина, яка чисельно дорівнює відношенню заряду, що проходить крізь поперечний переріз провідника за малий проміжок часу, до величини цього проміжку часу:

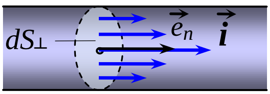
$$\boxed{I=\frac{dq}{dt}},\qquad [I]=[\text{A}]. \qquad (3.26)$$

За напрямок електричного струму прийнято напрямок руху позитивно заряджених частинок.

У дійсності в металевих провідниках струм виникає за впорядкованого руху електронів у напрямку, протилежному обраному формальним чином напрямку струму.

Електричний струм може бути розподілений нерівномірно по поверхні, крізь яку він тече. Детально струм можна охарактеризувати за допомогою вектора густини струму $\vec{i}$.

- **Густиною електричного струму** $\vec{i}$ називається векторна величина, яка за напрямком збігається з напрямком струму і чисельно дорівнює відношенню сили струму крізь розташований в даній точці перпендикулярно до напрямку руху зарядів елемент поверхні $dS_{\perp}$, до величини цього елемента поверхні:



$$\boxed{i=\frac{dI}{dS_{\perp}}}. \qquad (3.27)$$

Більш загальний зв'язок між густиною струму й силою струму:
$dI=(\vec{i},d\vec{S})=i\,dS\cos\left(\vec{i},\hat{\ }d\vec{S}\right)$; $d\vec{S}=dS\,\vec{e}_n$, $\vec{e}_n$ - орт нормалі до поверхні dS .

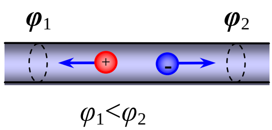
- ***Постійним електричним струмом*** називають струм, сила і напрямок якого не змінюються з часом.

Для постійного струму:

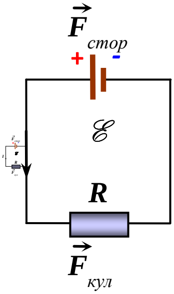
$$\boxed{I=\frac{q}{t}}, \qquad (3.28)$$

q - електричний заряд, що проходить крізь поперечний переріз провідника за час t .

3.15. Електрорушійна сила. Напруга



Електричний струм у провіднику існує тільки тоді, коли існує різниця потенціалів між окремими ділянками провідника.



Щоб струм в електричному колі протікав тривалий час, необхідно підтримувати різницю потенціалів, тобто необхідно створити кругообіг зарядів у колі. Для цього електрони на одній з ділянок кола потрібно переміщувати проти сил електростатичного поля за допомогою інших сил неелектростатичного походження, називаних *сторонніми*. Сторонні сили можуть мати хімічну, магнітну, механічну, електровихрову природу. На відміну від кулонівських, сторонні сили не з'єднують, а роз'єднують різнойменні заряди. Пристрої, в яких сторонні сили здійснюють перерозподіл електричних зарядів, називаються ***джерелами струму***. Це, зокрема: *генератори*, в яких використовуються сили вихрового (змінного) електричного поля, *гальванічні елементи* й *акумулятори*, в яких використовуються хімічні сили, тощо.

Сторонні сили можна охарактеризувати роботою, яку вони виконують над зарядами під час переміщення їх в електричному колі.

- **Електрорушійною силою** $\mathscr{E}$ (ЕРС), що діє в електричному колі або на ділянці кола, називається фізична величина, яка чисельно дорівнює роботі сторонніх сил $A_{стор}$ над одиничним позитивним зарядом:

$$\boxed{\mathscr{E} = \frac{A_{стор}}{q}}, \qquad [\mathscr{E}] = [В]. \qquad (3.29)$$

Робота виконується за рахунок енергії, яка витрачається у джерелі, тому ЕРС - це електрорушійна сила джерела електричної енергії.

- **Напругою (спадом напруги)** U на даній ділянці електричного кола називається фізична величина, яка чисельно дорівнює роботі електростатичних і сторонніх сил з переміщення одиничного позитивного заряду:

$$\boxed{U_{12} = \frac{A_{12}}{q}}. \qquad (3.30)$$

Напруга на ділянці електричного кола U_{12} *дорівнює сумі ЕРС, що діють на цій ділянці, та різниці потенціалів на кінцях ділянки* $(\varphi_1 - \varphi_2)$:

$$\boxed{U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathscr{E}_{12}}. \qquad (3.31)$$

Ділянка електричного кола, на якій не діють сторонні сили, називається ***однорідною***, а ділянка, на якій на носії вільних електричних зарядів діють сторонні сили, називається ***неоднорідною***.

Для однорідної ділянки електричного кола $\mathscr{E}_{12} = 0$, а напруга збігається з різницею потенціалів на її кінцях: $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$.

3.16. Закони постійного струму

3.16.1. Закон Ома

- **Закон Ома** (для однорідної ділянки електричного кола). ***Сила струму*** I ***в металевому провіднику за відсутності сторонніх сил пропорційна спаду напруги*** U ***на провіднику***:

$$\boxed{I = \frac{U}{R}}. \qquad (3.32)$$

Коефіцієнт пропорційності R називається ***електричним опором провідника***.

Для однорідного циліндричного провідника

$$\boxed{R = \rho \frac{l}{S}}, \qquad [R] = [\text{Ом}], \qquad (3.33)$$

l - довжина провідника,
S - площа поперечного перерізу провідника,
ρ - *питомий електричний опір речовини* .

Питомий електричний опір ρ більшості хімічно чистих металів змінюється з температурою лінійно:

$$\boxed{\rho = \rho_0 (1 + \alpha \Delta T)}, \quad [\rho] = [\text{Ом·м}], \quad (3.34)$$

ρ_0 - питомий опір за температури $T_0 = 273{,}15$ К,
α - температурний коефіцієнт (для металів $\alpha = 1/273$ К$^{-1}$),
$\Delta T = T - T_0$.

Фізична величина, зворотна питомому електричному опору, називається ***питомою електричною провідністю*** σ:

$$\boxed{\sigma = 1/\rho}, \qquad [\sigma] = [\text{См/м}]. \quad (3.35)$$

- **Закон Ома** (для неоднорідної ділянки електричного кола). ***Сила струму*** I ***в металевому провіднику про-***

порційна сумі різниці потенціалів на кінцях ділянки провідника $(\varphi_1 - \varphi_2)$ ***та діючих на цій ділянці ЕРС***:

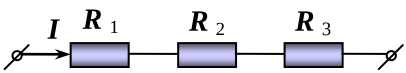
$$\boxed{I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \mathscr{E}_{12}}{R}}. \qquad (3.36)$$

Для замкненого контуру $\varphi_1 = \varphi_2$ і закон Ома має вигляд:

$$\boxed{I = \frac{\mathscr{E}}{R'}}, \qquad (3.36а)$$

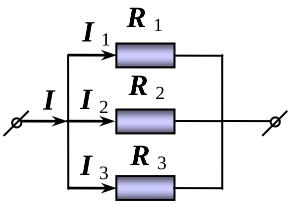
$\mathscr{E}$ - алгебраїчна сума всіх ЕРС, що діють у контурі,
R' - сумарний опір усього контуру: $R' = R + r$,
R - опір зовнішньої частини контуру (*зовнішній опір*),
r - опір джерела електричної енергії (*внутрішній опір*).

На ділянці кола з послідовно з'єднаними резисторами:



$$I = I_1 = I_2 = I_3,$$
$$U = U_1 + U_2 + U_3,$$
$$R = R_1 + R_2 + R_3.$$

На ділянці кола з паралельно з'єднаними резисторами:



$$I = I_1 + I_2 + I_3,$$
$$U = U_1 = U_2 = U_3,$$
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}.$$

3.16.2. Закон Джоуля - Ленца

Проходження електричного струму по провідниках супроводжується їхнім нагріванням.

- **Закон Джоуля - Ленца**. ***Кількість теплоти*** Q, ***що виділяється в провіднику за час*** t, ***прямо пропорційна квадрату сили струму*** I, ***електричному опору провідника*** R ***і часу проходження струму*** t:

$$\boxed{Q = I^2 R t = U I t = U^2 t / R}. \qquad (3.37)$$

Виділення теплоти в провідниках під час проходження електричного струму широко застосовується в техніці, а саме: в лампах розжарювання, електронагрівачах, електрозварювальних апаратах тощо.

3.17. Потужність електричного струму

На ділянці електричного кола з постійним струмом, до кінців якого прикладена напруга U, за час t крізь кожний перетин провідника проходить заряд $q = It$. Це тотожне тому, що заряд It переноситься за час t з одного кінця провідника в інший. При цьому сили електростатичного поля й сторонні сили, що діють на даній ділянці, виконують роботу:

$$A = qU = IUt.$$

- **Потужність** P, що розвивається електричним струмом на ділянці кола, дорівнює добутку сили струму на напругу:

$$\boxed{P = IU = I^2 R = U^2 / R}. \qquad (3.38)$$

Приклад розв'язування задачі 31

По мідному провіднику, площа поперечного перерізу якого $S = 0{,}17\ \text{мм}^2$, **протікає струм** $I = 0{,}15\ \text{А}$. **Визначити силу, що діє на окремі вільні електрони з боку електричного поля.**

Розв'язування

Сила, що діє на носії струму, якими в металах є вільні електрони, з боку електричного поля:

$$F = eE,$$

e - заряд електрона.

Напруженість електричного поля E в провіднику, по якому проходить електричний струм, визначимо із закону Ома в диференціальній формі:

$$i = \sigma E = \frac{1}{\rho} E,$$

i - густина струму,

σ - питома електропровідність міді, ρ - питомий опір міді.

З урахуванням того, що $i = I / S$:

$$\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} E, \qquad \text{звідки} \qquad E = \frac{I\rho}{S}.$$

Тоді $$F = e\frac{I\rho}{S}, \qquad F = 2{,}4 \cdot 10^{-21}\ \text{Н}.$$

Приклад розв'язування задачі 32

По мідному дроту діаметром $d = 3\ \text{мм}$ **протягом** $t = 2\ \text{с}$ **проходив струм** $I = 200\ \text{А}$. **Наскільки змінилась температура дроту, якщо його початкова температура була** $t_1 = 20\ ^0\text{С}$**? Втратами теплоти в навколишнє середовище знехтувати. Для міді: питома теплоємність** $c = 400\ \text{Дж/(кг·К)}$, **питомий опір** $\rho_0 = 17 \cdot 10^{-9}\ \text{Ом·м}$, **густина** $\rho = 8900\ \text{кг/м}^3$.

Розв'язування

За законом збереження енергії

$$Q = I^2 R t = c m \Delta T\ .$$

Опір дроту лінійно залежить від температури, його середнє значення:

$$R = \rho_0 \left[1 + \alpha\left((T_1 - T_0) + (T_2 - T_1)/2\right)\right] l / S\ ,$$

де $T_0 = 273{,}15$ К, $\alpha = 1/273$ К$^{-1}$.

Тоді $$I^2 \rho_0 \left[\left(1 + \alpha\left((T_1 - T_0) + \Delta T/2\right)\right)\right] l\, t / S = c\,\rho\, l S\, \Delta T\ ,$$

звідки $$\Delta T = \frac{\rho_0\left(1 + \alpha(T_1 - T_0)\right)}{\dfrac{c\rho S^2}{I^2 t} + \dfrac{\rho_0 \alpha}{2}} = \frac{1 + \alpha(T_1 - T_0)}{\dfrac{c\,\rho\,\pi^2 d^4}{\rho_0 I^2 t 16} + \dfrac{\alpha}{2}}\ , \qquad \Delta T \approx 8\ \text{К}.$$

МАГНІТНЕ ПОЛЕ У ВАКУУМІ

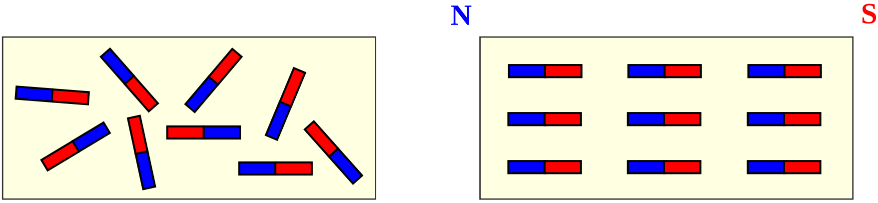
3.18. Магнітне поле і його прояви

У природі зустрічаються руди, називані магнітними залізняками, які мають здатність притягувати до себе дрібні залізні предмети (скріпки, цвяхи тощо). Якщо шматок магнітного залізняка підвісити на нитці, він установиться довшою із сторін у напрямку з півночі на південь. Шматки такої руди називають ***природними магнітами***.

Шматок заліза або сталі, що перебуває поблизу магніту, сам із часом намагнічується, тобто набуває здатності притягувати до себе інші залізні предмети - стає ***штучним магнітом***.

Магнітні властивості як природних, так і штучних магнітів у різних точках різні: на кінцях магнітів розташовані області найбільшого притягання - *північний і південний магнітні полюси*, посередині знаходиться нейтральна зона, яка не виявляє притягання (притягує дуже слабко).

Якщо розламати магніт, то на місці зламу утворяться два протилежні полюси, хоча до розламу це місце було нейтральним. Можна розділити кожну з половинок знову на дві частини й продовжити цей процес. Кожний маленький уламок магніту буде являти собою окремий магніт. Отже, кожна невелика частинка намагніченої речовини - його атом, молекула або невелика група атомів або молекул являє собою щось подібне маленькому магніту з двома полюсами. У ненамагніченому шматку заліза елементарні магніти розташовані хаотично і дії всіх магнітів взаємно врівноважені. У магнітному полі елементарні магніти повертаються й орієнтуються в напрямку поля. При цьому дії протилежних полюсів усередині магніту взаємно компенсуються, а на кінцях виникають північний (N) і південний (S) магнітні полюси.



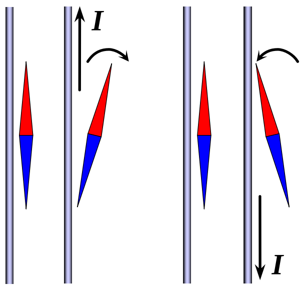
ненамагнічена речовина намагнічена речовина

Розділити полюси, тобто одержати тіло тільки з одним полюсом, неможливо.

Різнойменні полюси магнітів притягуються, а однойменні відштовхуються.

- **Магнітним полем** називають простір, в якому проявляється дія магнітних сил.

Дослідити магнітне поле можна за допомогою ***пробної магнітної стрілки*** - магніту у вигляді довгого тонкого стрижня.



Силовий вплив на пробну магнітну стрілку виявляють не тільки природні та штучні магніти, але й електричні струми. Провідник зі струмом відхиляє пробну магнітну стрілку і намагається встановити її перпендикулярно до напрямку струму.

Дослідним шляхом встановлено, що ***магнітне поле створюється***: 1) *частинками і тілами, які мають магнітні моменти* (*природні й штучні магніти*); 2) *провідниками зі струмом*; 3) *електрично зарядженими частинками і тілами під час їх руху*. З іншого боку, ***магнітне поле діє на***: 1) *частинки і тіла, які мають магнітні моменти*; 2) *провідники зі струмом*; 3) *електрично заряджені частинки і тіла під час їх руху*.

Природа джерел магнітного поля єдина: магнітне поле виникає в результаті руху заряджених мікрочастинок (електронів, протонів, іонів), а також завдяки наявності у мікрочастинок власного (*спінового*) магнітного момента.

3.19. Принцип суперпозиції магнітних полів

Силовою характеристикою магнітного поля є ***вектор магнітної індукції*** $\vec{B}$. Значення магнітної індукції визначає силу, яка діє в даній точці поля на електричний заряд, що рухається, або на тіло, що має магнітний момент.

Для магнітних полів, як і для електричних, справедливий *принцип суперпозиції*.

- **Принцип суперпозиції магнітних полів**. Магнітна індукція поля, створюваного системою джерел полів, дорівнює геометричній сумі магнітних індукцій полів, створюваних кожним із джерел окремо:

$$\boxed{\vec{B}=\sum_{i=1}^{n}\vec{B}_i}. \tag{3.39}$$

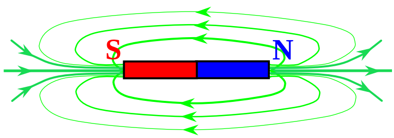
- Магнітне поле, індукція якого в усіх точках однакова за величиною й напрямком, називається ***однорідним***.

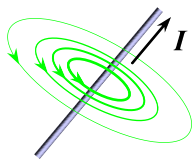
Для графічного зображення стаціонарних магнітних полів використовують ***силові лінії*** - лінії, дотичні до яких у кожній точці вказують напрямок поля в цій точці.

Силові лінії магнітного поля завжди замкнені, вони не мають ні початку, ні кінця.

Зв'язок між напрямком струму й напрямком магнітного поля, яке він створює, визначається *правилом правого гвинта*.

- ***Правило правого гвинта*** (*свердлика*). **I**. Якщо вгвинчувати свердлик за напрямком струму, то напрямок обертання його ручки вкаже напрямок поля (напрямок силових ліній поля). **II**. Якщо вгвинчувати свердлик за напрямком поля, то напрямок обертання його ручки вкаже напрямок струму.

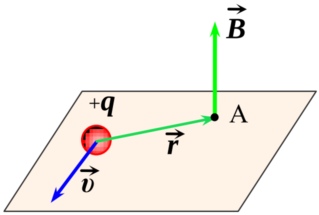




На рисунках вектори, перпендикулярні до площини креслення й спрямовані «від нас», позначаються хрестиком (×), а вектори, перпендикулярні до площини креслення й спрямовані «до нас» - крапкою (•).

3.20. Магнітне поле заряджених тіл

Експериментально встановлено, що магнітна індукція поля, створюваного в довільній точці простору (т. А) точковим зарядом q, який рухається з постійною швидкістю $\vec{\upsilon}$ ($\upsilon \ll c$):



$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{[\vec{\upsilon}, \vec{r}]}{r^3}}, \quad [B] = [\text{Тл}], \quad (3.40)$$

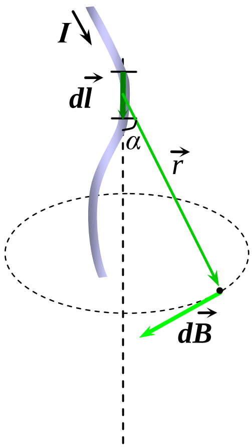
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} = 1{,}26 \cdot 10^{-6}$ Гн/м, - *магнітна стала*,
$\vec{r}$ - радіус-вектор, проведений у т. А з точки, в якій перебуває заряд q у момент часу t;

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{4\pi} q \frac{\upsilon r \sin(\vec{\upsilon} \hat{,} \vec{r})}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \upsilon \sin\alpha}{r^2}}. \quad (3.40a)$$

Вектор магнітної індукції $\vec{B}$ в кожній точці простору спрямований перпендикулярно до площини, яка проходить через напрямок вектора швидкості руху заряду $\vec{\upsilon}$ і дану точку простору, причому так, що обертання в напрямку $\vec{B}$ утворює з напрямком вектора $\vec{\upsilon}$ правогвинтову систему.

3.21. Магнітне поле провідника зі струмом. Закон Біо-Савара-Лапласа

- **Закон Біо-Савара-Лапласа**. Елемент провідника $d\vec{l}$, в якому тече струм I, створює в точці простору магнітне поле з індукцією:



$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \left[d\vec{l}, \vec{r} \right]}{r^3}}, \quad (3.41)$$

$$\boxed{dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl\, r \sin(d\vec{l} \hat{,} \vec{r})}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin\alpha}{r^2}}. \quad (3.41a)$$

Відрізку провідника $d\vec{l}$ приписується напрямок струму.

Вектор $d\vec{B}$ спрямований перпендикулярно до площини, яка проходить через $d\vec{l}$ і точку, в якій обчислюється поле, причому так, що обертання в напрямку $d\vec{B}$ утворює з напрямком вектора $d\vec{l}$ правогвинтову систему.

3.22. Циркуляція вектора магнітної індукції

- ***Циркуляцією вектора магнітної індукції*** $\vec{B}$ вздовж замкненого контуру l, проведеного у магнітному полі, називається криволінійний інтеграл

$$\boxed{\oint_l (\vec{B}, d\vec{l}) = \oint_l B\, dl \cos(\vec{B} \hat{,} d\vec{l})}, \quad (3.42)$$

$\vec{B}$ - індукція магнітного поля в точках елемента контуру dl,

$d\vec{l}$ - вектор елемента контуру, напрямок якого співпадає з обраним напрямком обходу контуру.

- **Циркуляція вектора магнітної індукції $\vec{B}$ поля у вакуумі** вздовж замкненого контуру l пропорційна алгебраїчній сумі струмів, охоплюваних контуром:

$$\boxed{\oint_l (\vec{B}, d\vec{l}) = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_{i\,ox}}. \qquad (3.43)$$

Струми, що охоплюються контуром, вважають додатними, якщо їхній напрямок пов'язаний з напрямком обходу контуру правилом правого гвинта; струм протилежного напрямку вважають від'ємними.

Закон Біо-Савара-Лапласа та циркуляцію вектора магнітної індукції застосовують для обчислення магнітних полів.

3.23. Дія магнітного поля на електричні заряди. Сила Лоренца

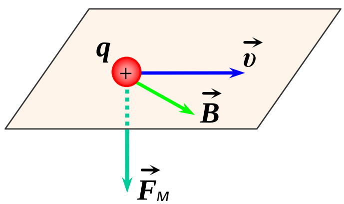
- Сила $\vec{F}$, яка діє на заряджену частинку, що рухається у магнітному полі, пропорційна величині заряду q, швидкості руху $\vec{\upsilon}$ частинки і магнітній індукції поля $\vec{B}$:

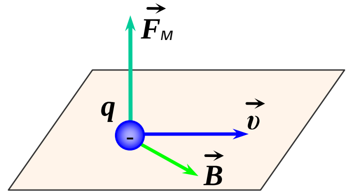
$$\boxed{\vec{F}_M = q\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right]} \qquad \text{магнітна сила,} \qquad (3.44)$$

$$\boxed{F_M = q\upsilon B \sin(\vec{\upsilon}\hat{,}\vec{B})}, \qquad (3.44а)$$

$\vec{B}$ - магнітна індукція поля в точці простору, де перебуває заряджена частинка в момент часу, що розглядається.

Спрямована магнітна сила перпендикулярно до площини, в якій лежать вектори $\vec{\upsilon}$ і $\vec{B}$. Якщо заряд q позитивний, то напрямок сили збігається з напрямок вектора $\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right]$. У випадку негативного заряду напрямки векторів $\vec{F}_M$ і $\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right]$ протилежні.





Оскільки магнітна сила завжди спрямована перпендикулярно до швидкості руху зарядженої частинки, її робота над частинкою дорівнює нулю:

$A = F\,l\cos(F,\hat{\ }l) = F\,l\cos 90^0 = 0$. Отже, змінити енергію зарядженої частинки дією постійного магнітного поля неможливо; магнітна сила лише викривляє траєкторію руху частинки.

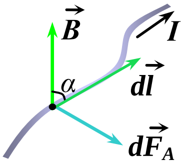
- Сила $\vec{F}$, що діє на заряджену частинку в електромагнітному полі, визначається величиною її заряду q, швидкістю руху частинки $\vec{\upsilon}$ та векторними характеристиками полів $\vec{E}$ і $\vec{B}$:

$$\boxed{\vec{F}_Л = q\vec{E} + q\left[\vec{\upsilon}, \vec{B}\right]}$$ ***сила Лоренца***. (3.45)

Перший член у правій частині формули (3.87) - сила, що діє на заряджену частинку в електричному полі, другий - у магнітному. Магнітна сила є окремим випадком сили Лоренца (за умови $\vec{E} = 0$).

3.24. *Дія магнітного поля на струми. Закон Ампера*

- Сила $d\vec{F}$, що діє на елемент провідника $d\vec{l}$ зі струмом у магнітному полі, пропорційна силі струму I, довжині провідника $d\vec{l}$ та магнітній індукції поля $\vec{B}$:



$$\boxed{d\vec{F}_A = I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right]}$$ ***сила Ампера***, (3.46)

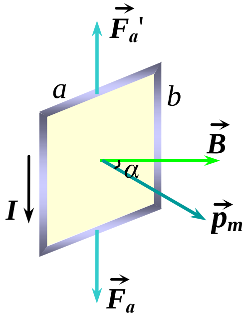
$$\boxed{dF_A = I\,B\,dl\sin(d\vec{l}\,\hat{,}\vec{B})}.$$ (3.46а)

Сила Ампера $d\vec{F}_A$ дорівнює геометричній сумі сил Лоренца, які діють на носії струму в провіднику.

Сила Ампера спрямована перпендикулярно до площини, в якій лежать вектори $d\vec{l}$ і $\vec{B}$; її напрямок визначається ***за правилом лівої руки***: якщо розташувати долоню лівої руки так, щоб вектор $\vec{B}$ входив у долоню, а чотири витягнуті пальці збігалися з напрямком електричного струму, то відставлений великий палець укаже напрямок сили Ампера.

3.25. *Контур зі струмом у магнітному полі*

Сили, що діють в однорідному магнітному полі на ребра a прямокутної рамки зі струмом, перпендикулярні до них і до вектора магнітної індукції $\vec{B}$ і намагаються розтягнути або стиснути рамку. Сили, що діють на ребра b, намагаються повернути контур так, щоб його площина стала перпендикулярною до вектора $\vec{B}$.



$$\vec{F}_a = \vec{F}_{розт.} = I\left[\vec{a}, \vec{B}\right],$$

$$\vec{F}_b = I\left[\vec{b}, \vec{B}\right],$$

$\vec{F}_a$ і $\vec{F}_a'$ врівноважуються пружними силами, що виникають під час деформації твердого контуру.

За умови $\alpha = (\vec{B}, \hat{\ } \vec{p}_m) < \pi / 2$ відбувається розтягування контуру, за умови $\alpha > \pi / 2$ - стиснення.

- ***Магнітним моментом контуру зі струмом*** $\vec{p}_m$ називається векторна величина, пропорційна площі контуру S і струму в ньому I:

$$\boxed{\vec{p}_m = I\, S\, \vec{e}_n}, \qquad (3.47)$$

$\vec{e}_n$ - орт нормалі до площини контуру S.

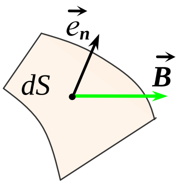
- ***Обертальний момент плоского контуру зі струмом*** $\vec{M}$ в однорідному магнітному полі дорівнює векторному добутку магнітного момента контуру $\vec{p}_m$ та вектора магнітної індукції поля $\vec{B}$:

$$\boxed{\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]}. \qquad (3.48)$$

Обертальний момент намагається перевести контур у положення стійкої рівноваги, за якого $\vec{p}_m \uparrow\uparrow \vec{B}$; $M_{\max} = p_m B$.

3.26. Магнітний потік. Теорема Остроградського-Гаусса для магнітного поля у вакуумі

- ***Магнітним потоком вектора магнітної індукції*** $\vec{B}$ крізь елемент поверхні dS називається фізична величина



$$\boxed{d\Phi_B = (\vec{B}, d\vec{S}) = B_n dS = B\, dS \cos\left(\vec{B}, \hat{\ } \vec{n}\right)}, \qquad (3.49)$$

$d\vec{S} = dS\, \vec{e}_n$,

$\vec{e}_n$ - орт нормалі до поверхні dS,

B_n - проекція вектора $\vec{B}$ на напрямок нормалі.

Елемент dS вибирається так, щоб його можна було вважати плоским, а значення вектора $\vec{B}$ в його межах - однаковим.

- ***Магнітний потік крізь довільну поверхню*** S:

$$\boxed{\varPhi_B = \int_S (\vec{B}, d\vec{S}) = \int_S B_n dS}, \quad [\varPhi_B]=[\text{Вб}]. \quad (3.49а)$$

Обчислення інтеграла необхідно проводити за умови, що всі нормалі є зовнішніми або внутрішніми.

Якщо магнітне поле однорідне, а поверхня S плоска, то

$$\varPhi_B = B_n S = BS\cos(\vec{B}\hat{,}\vec{n}).$$

- **Теорема Остроградського-Гаусса для магнітного поля у вакуумі**. Магнітний потік крізь довільну замкнену поверхню дорівнює нулю:

$$\boxed{\oint_S (\vec{B}, d\vec{S}) = \oint_S B_n dS = 0}. \quad (3.50)$$

Факт, який виражає теорема Остроградського-Гаусса для магнітного поля, можна трактувати як відсутність у природі магнітних зарядів - джерел магнітного поля, на яких би починалися або закінчувалися лінії магнітної індукції.

МАГНІТНЕ ПОЛЕ В РЕЧОВИНІ

3.27. Магнетики

Магнітне поле може існувати не тільки у вакуумі, але й у речовині. Всі тіла під впливом зовнішнього магнітного поля тією чи іншою мірою намагнічуються, тобто створюють власне магнітне поле, яке накладається на зовнішнє поле.

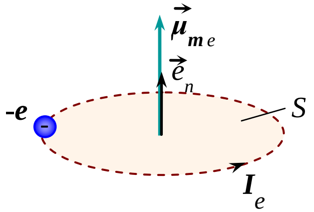
- ***Магнетиками*** називають середовища під час розгляду їхніх магнітних властивостей.

Магнітні властивості речовини визначаються магнітними властивостями її електронів та атомів.

Електрон, що рухається по орбіті в атомі, у певному наближенні еквівалентний замкненому контуру з орбітальним струмом I_e. Крізь поверхню, розташовану в довільному місці на шляху електрона, переноситься за одиницю часу заряд $|e\nu|$, де e - абсолютна величина заряду електрона, ν - частота обертання електрона по орбіті.

Отже електрон, що рухається по орбіті, створює круговий струм сили

$$I_e = e\nu.$$



Орбітальний магнітний момент утворюваного електроном струму:

$$\vec{\mu}_{m_e} = I_e S \vec{e}_n, \quad (3.51)$$

S - площа орбіти,

$\vec{e}_n$ - орт нормалі до площини орбіти S .

Кожний такий струм спричиняє в навколишньому просторі магнітне поле. За відсутності зовнішнього поля молекулярні струми, що складаються з орбітальних струмів електронів молекули, орієнтовані хаотично, і створюване ними результуюче магнітне поле дорівнює нулю. Орієнтація магнітних моментів окремих молекул також є хаотичною, тому і сумарний магнітний момент ненамагніченого тіла дорівнює нулю.

Під впливом зовнішнього поля магнітні моменти молекул набувають переважної орієнтації в напрямку поля, внаслідок чого магнетик намагнічується - його сумарний магнітний момент стає відмінним від нуля.

- ***Намагнічуванням*** називається процес набуття тілами магнітних моментів під впливом зовнішнього магнітного поля.

Кількісною характеристикою намагніченого стану речовини служить векторна величина - *намагніченість* J .

- ***Намагніченістю речовини*** J називається фізична величина чисельно рівна відношенню магнітного моменту малого об'єму речовини до величини цього об'єму:

$$\boxed{\vec{J} = \frac{1}{\Delta V}\sum_{i=1}^{N}\vec{\mu}_{m_i}}, \qquad [J]=[\text{А/м}], \qquad (3.52)$$

μ_{m_i} - магнітний момент i -ї молекули.

Об'єм ΔV вибирається настільки малим, щоб у його межах магнітне поле можна було вважати однорідним, але таким, щоб у ньому вміщувалося таке число атомів, до якого можна застосовувати статистичні методи ($N \gg 1$).

Розглядаючи магнітне поле в речовині, розрізняють два типи струмів - *макроструми* й *мікроструми*.

- ***Макрострумами*** називаються струми провідності й конвекційні струми.
- ***Мікрострумами (молекулярними струмами)*** називаються струми, зумовлені рухом електронів у атомах, молекулах та іонах.

Магнітне поле в речовині є суперпозицією (накладенням) двох полів: зовнішнього магнітного поля, створюваного макрострумами, і внутрішнього або власного магнітного поля, створюваного мікрострумами. Вектор магнітної індукції $\vec{B}$ характеризує результуюче магнітне поле в речовині. Він дорівнює геометричній сумі магнітних індукцій зовнішнього ($\vec{B}_0$) і внутрішнього ($\vec{B}'$) магнітних полів:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' . \qquad (3.53)$$

3.28. Напруженість магнітного поля

- **Напруженістю магнітного поля** $\vec{H}$ називається векторна величина, яка дорівнює:

$$\boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}}, \qquad [H]=[\text{А/м}]. \qquad (3.54)$$

- **Циркуляція вектора напруженості магнітного поля** $\vec{H}$ уздовж довільного замкненого контуру l дорівнює алгебраїчній сумі макрострумів крізь поверхню, обмежену цим контуром:

$$\boxed{\oint_l (\vec{H}, d\vec{l}\,) = \sum_i^n I_{i_{макро}}}. \qquad (3.55)$$

Для ізотропного середовища з напруженістю магнітного поля $\vec{H}$ справедливе співвідношення:

$$\vec{J} = \chi \vec{H} , \qquad (3.56)$$

χ - магнітна сприйнятливість речовини, яка характеризує магнітні властивості даного магнетика.

Безрозмірна величина $\mu = 1 + \chi$ називається *магнітною проникністю речовини*. *Магнітна проникність μ показує у скільки разів посилюється магнітне поле в магнетику*.

Магнітна сприйнятливість речовин χ буває як додатною, так і від'ємною. Тому магнітна проникність μ може бути як більшою, так і меншою одиниці.

3.29. Діа- та парамагнетики

За магнітними властивостями речовини поділяються на *діамагнетики* та *парамагнетики*.

Намагніченість речовини $\vec{J}$ може як збігатися за напрямком із зовнішнім полем, так і бути спрямованою протилежно полю. Тому всередині магнетиків зовнішнє поле або підсилюється (в парамагнетиках), або послаблюється (в діамагнетиках).

Діамагнетиками називають речовини, магнітні моменти структурних елементів яких (атомів, молекул, іонів) за відсутності зовнішнього магнітного поля дорівнюють нулю.

Магнітні моменти всіх електронів окремого атома, молекули чи іона діамагнетика взаємно скомпенсовані. Таку властивість мають атоми, молекули та іони з цілком заповненими електронними оболонками: інертні гази, водень, азот, $NaCl$, F^-, Cl^-, Na^+. Діамагнетиками також є Zn, Cu, Hg, Ag, Au, Be, Ca, Pb^{++}, майже всі органічні речовини.

У зовнішньому магнітному полі атоми і молекули діамагнітної речовини набувають індукованих магнітних моментів, спрямованих проти поля.

Магнітна сприйнятливість діамагнетиків від'ємна $\chi < 0$ ($\mu = 1 - \chi < 1$) й невелика за абсолютною величиною ($|\chi| \sim 10^{-6}$).

Парамагнетиками називають речовини, структурні елементи яких (атоми, молекули) за відсутності зовнішнього магнітного поля мають відмінний від нуля магнітний момент.

Парамагнетиками є лужні й лужноземельні метали, кисень, вільні радикали тощо.

За відсутності зовнішнього магнітного поля магнітні моменти атомів і молекул внаслідок теплового руху орієнтовані хаотично, і сумарний магнітний момент парамагнетика, що дорівнює векторній сумі моментів окремих атомів, є близьким до нуля.

Зовнішнє магнітне поле впливає на магнітні моменти атомів і молекул парамагнетика таким чином, що результуючий магнітний момент речовини виявляється зорієнтованим за напрямком поля. Тепловий рух атомів і молекул перешкоджає повній орієнтації. Тому має місце переважна орієнтація магнітних моментів, яка тим більша, чим сильніше магнітне поле, і тем менша, чим вище температура.

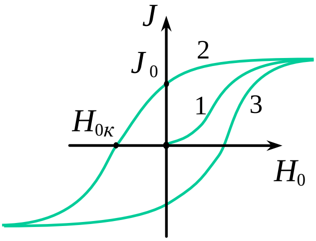
Магнітна сприйнятливість парамагнетиків додатна $\chi > 0$ ($\mu = 1 + \chi > 1$) й невелика за абсолютною величиною (для більшості парамагнітних речовин $\chi \sim 10^{-5} \div 10^{-3}$).

3.30. Феромагнетики

Феромагнетиками називають тверді речовини, які можуть мати спонтанну намагніченість за відсутності зовнішніх магнітних полів.

Намагніченість феромагнетиків на декілька порядків перевищує намагніченість діа- та парамагнетиків і значною мірою залежить від зовнішніх магнітних полів, деформацій та температури. Магнітна сприйнятливість феромагнетиків додатна $\chi > 0$ ($\mu = 1 + \chi \gg 1$) й досягає дуже великих значень ($\chi \sim 10^3 \div 10^5$).

Назву феромагнетики отримали за найпоширенішим представником - залізом. Феромагнетизм спостерігається у кристалів Fe, Co, Ni, їх сплавів, окремих сплавів хрому, срібла, платини та ін.



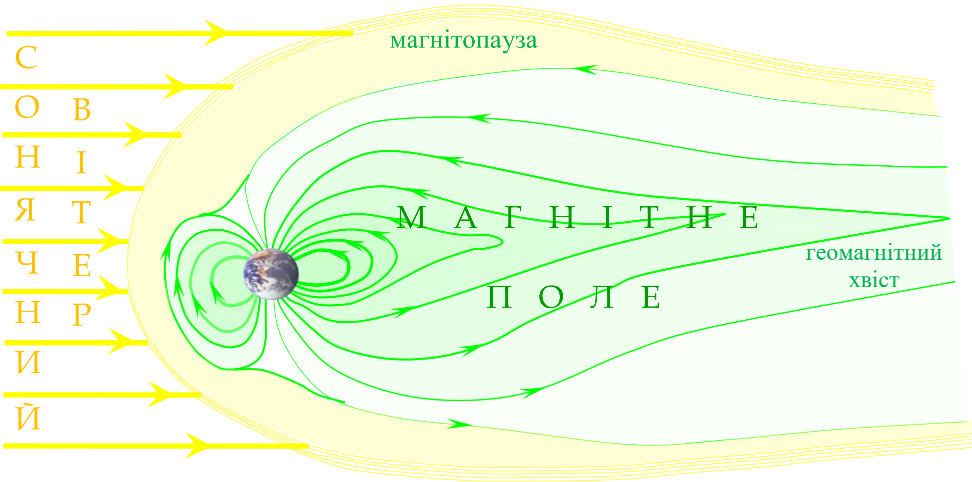
Для феромагнетиків характерним є *магнітний гістерезис* - специфічна залежність намагніченості $\vec{J}$ від напруженості зовнішнього магнітного поля $\vec{H}_0$. Ця залежність нелінійна й має вигляд петлі, називаної *петлею гістерезису*.

Якщо намагніченість феромагнетика довести до насичення шляхом збільшення зовнішнього магнітного поля (крива 1), а потім зменшувати напруженість поля, то намагніченість буде зменшуватися не відповідно до початкової кривої 1, а відповідно до кривої 2. Коли зовнішнє поле зменшується до нуля, намагніченість феромагнетика не зникає й характеризується величиною J_0, називаною *залишковою намагніченістю.* Намагніченість феромагнетика обертається в нуль лише під впливом поля H_{0_K}, напрямок якого протилежний напрямку поля, що спричинило намагніченість. Напруженість H_{0_K} називається *коерцитивною силою.* У разі періодичної зміни величини й напрямку зовнішнього магнітного поля намагніченість феромагнетика змінюється відповідно до кривих 2 та 3.

3.31. Магнітне поле Землі

Земна куля має власне магнітне поле, яке зменшується з віддаленням від планети. Тому потік частинок, що утворюють сонячний вітер, наближаючись до Землі, на відстані близько 10 земних радіусів зустрічає достатньо сильне магнітне поле й змінює напрямок. Траєкторії частинок сонячного вітру викривляються й обтікають поверхню, називану границею магнітосфери. Земне магнітне поле під впливом сонячного вітру набуває асиметричності: у бік віддалення від Сонця тягнеться хвіст магнітних силових ліній, що йдуть на нескінченність. Між границею магнітосфери й регулярним магнітним полем Землі знаходиться зона, називана магнітопаузою. У ній магнітне поле слабке, мінливе й хаотично спрямоване.

! Магнітні полюси Землі не збігаються з її географічними полюсами.



ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ

3.32. Явище електромагнітної індукції

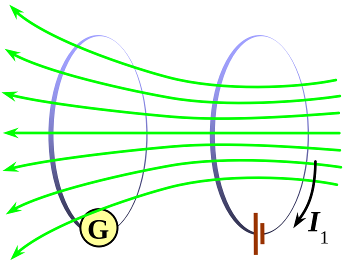
Електричні струми створюють навколо себе магнітні поля. Існує й зворотне явище: магнітне поле спричиняє виникнення електричних струмів.

- Явище виникнення електричних струмів у провідниках під впливом магнітних полів називається ***електромагнітною індукцією***.

У результаті численних дослідів М.Фарадей установив (1831 р.), що в замкненому провідному контурі електричний струм з'являється за умови зміни потоку магнітної індукції крізь поверхню, обмежену цим контуром.

В якості прикладу розглянемо два провідні контури. Контур 1 містить джерело електричної енергії, що утворює струм I_1, величина якого регулюється за допомогою реостата. Струм I_1 створює магнітне поле, що пронизує контур 2.

У контурі 2 виникає електричний струм, який фіксується за допомогою гальванометра в наступних випадках:



1) під час збільшення або зменшення струму I_1;

2) під час зближення або віддалення провідних контурів один відносно одного;

3) під час поворотів контурів (зміні кута між нормаллю до контуру й напрямком магнітного моля).

- Струм, що виникає в провіднику в результаті явища електромагнітної індукції, називається ***індукційним струмом***.

Напрямок індукційного струму визначається за *правилом Ленца*.

- **Правило Ленца.** Індукційний струм завжди спрямований так, щоб протидіяти причині, що зумовила його появу.

Явище електромагнітної індукції покладене в основу всієї сучасної електротехніки. Фарадей винайшов новий спосіб одержання електроенергії, а саме: перетворення механічної енергії на енергію електричного струму за допомогою магнітного поля. Фарадей не тільки відкрив явище, але й першим виготовив модель генератора електричного струму.

3.33. Електрорушійна сила індукції

Явище електромагнітної індукції свідчить про те, що під час змін магнітного потоку крізь контур у ньому виникає електрорушійна сила індукції $\mathscr{E}_i$.

Зв'язок між значенням електрорушійної сили індукції й швидкістю зміни магнітного потоку виражає *основний закон електромагнітної індукції* (*закон Фарадея-Максвелла*).

- **Основний закон електромагнітної індукції.** Електрорушійна сила електромагнітної індукції $\mathscr{E}_i$ в контурі чисельно дорівнює й протилежна за знаком швидкості зміни магнітного потоку крізь цей контур:

$$\boxed{\mathscr{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}}. \tag{3.57}$$

Для контуру, що складається з N витків:

$$\mathscr{E}_i = -\sum_{n=1}^{N}\frac{d\Phi_n}{dt} = -\frac{d}{dt}\sum_{n=1}^{N}\Phi_n = -\frac{d\Psi}{dt}, \tag{3.57a}$$

$\Psi = \sum_{n=1}^{N} \Phi_n$ - *потокозчеплення контуру*.

Якщо потік, що пронизує кожний із витків, однаковий, то $\Psi = N\Phi$.

Приклад розв'язування задачі 33

Провідна рамка розміщена в магнітному полі перпендикулярно до ліній магнітної індукції. Індукція магнітного поля змінюється за законом $B = B_0(1+e^{-kt})$, $B_0 = 0{,}5$ Тл, $k = 1$ с$^{-1}$. **Визначити** ЕРС, **що виникає в контурі в момент часу** $t = 2{,}3$ с. **Площа рамки** $S = 4\cdot 10^{-2}$ м^2.

Розв'язування

Згідно із законом електромагнітної індукції Фарадея, у разі зміни магнітного потоку крізь контур у ньому індукується електрорушійна сила, яка дорівнює швидкості зміни магнітного потоку:

$$\mathscr{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} .$$

Магнітний потік крізь контур

$$\Phi = BS = B_0(1+e^{-kt})S .$$

Тоді ЕРС :

$$\mathscr{E}_i = -\frac{d}{dt}\left[B_0(1+e^{-kt})S\right] = B_0 S k e^{-kt} ; \qquad \mathscr{E}_i = 2\cdot 10^{-3}\ \text{В}.$$

ОСНОВИ ТЕОРІЇ МАКСВЕЛЛА

- ***Теорією Максвелла*** називається послідовна теорія єдиного електрогмагнітного поля, створюваного довільною системою електричних зарядів і струмів.

У 60-х роках XIX ст. Дж.К.Максвелл узагальнив емпіричні закони електричних і магнітних явищ Ерстеда, Ампера, Фарадея, Біо-Савара-Лапласа, розвинув ідею Фарадея про те, що взаємодія між електрично зарядженими тілами здійснюється за допомогою електромагнітного поля й сформулював фундаментальні рівняння класичної макроскопічної електродинаміки, які описують електромагнітні явища в будь-якому середовищі.

Рівняння Максвелла пов'язують величини, що характеризують електромагнітне поле, з джерелами поля, тобто з розподілом у просторі електричних зарядів і струмів.

3.34. Перше рівняння Максвелла

Перше рівняння Максвелла є узагальненням закону електромагнітної індукції Фарадея

$$\oint_l (\vec{E}, d\vec{l}) = -\frac{d\Phi_B}{dt}. \qquad (3.58)$$

Згідно з теорією Максвелла цей закон справедливий не тільки для провідного контуру, але й для будь-якого замкненого контуру, умовно обраного у змінному магнітному полі. Тобто *змінне магнітне поле створює в будь-якій точці простору вихрове індуковане електричне поле*.

З урахуванням того, що $\hat{O}_B = \int_S (\vec{B}, d\vec{S})$, формула (3.58):

$$\oint_l (\vec{E}, d\vec{l}) = -\frac{d}{dt}\int_S (\vec{B}, d\vec{S}).$$

Контур і поверхня інтегрування нерухомі, тому порядок операцій диференціювання й інтегрування можна змінити:

$$\oint_l (\vec{E}, d\vec{l}) = -\int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S}\right).$$

Вектор $\vec{B}$ залежить як від часу, так і від координат, тому диференціал замінено частинною похідної за часом; інтеграл $\int (\vec{B}, d\vec{S})$ є функцією тільки часу.

- **Циркуляція вектора напруженості електричного поля** $\vec{E}$ вздовж замкненого контуру дорівнює швидкості зміни потоку вектора магнітної індукції $\vec{B}$ крізь поверхню, обмежену контуром:

$$\boxed{\oint_l (\vec{E}, d\vec{l}) = -\int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S}\right)}. \qquad (3.59)$$

3.35. Друге рівняння Максвелла

Друге рівняння Максвелла є узагальненням закону про циркуляцію вектора напруженості магнітного поля

$$\oint_l (\vec{H}, d\vec{l}) = \sum_i I_{i\,макро}.$$

Максвелл висловив гіпотезу про те, що *магнітне поле спричиняється не тільки струмами, що течуть у провіднику, але й змінними електричними полями*. Величина, пропорційна швидкості зміни електричного поля в часі, дістала від Максвелла назву *струму зміщення*. Максвелл додав до макрострумів струм зміщення.

- **Циркуляція вектора напруженості магнітного поля** $\vec{H}$ вздовж довільного замкненого контуру дорівнює алгебраїчній сумі макрострумів і струму зміщення крізь поверхню, обмежену цим контуром:

$$\boxed{\oint_l (\vec{H}, d\vec{l}) = \int_S \left(\left(\vec{i}_{макро} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right), d\vec{S} \right)}, \qquad (3.60)$$

$i_{\text{ì àêðî}}$ - густина макрострумів,

$\dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ - густина струму зміщення.

Термін *струм зміщення* є умовним, тому що під цим терміном мається на увазі змінне в часі електричне поле. Підставою для того, щоб назвати струмом цю фізичну величину, служить те, що за розмірністю вона збігається з густиною струму. З усіх фізичних властивостей, притаманних дійсному струму, струм зміщення має лише одну - здатність створювати магнітне поле.

3.36. Третє рівняння Максвелла (теорема Гаусса)

Максвелл узагальнив теорему Остроградського-Гаусса для електростатичного поля, припустивши, що вона справедлива для будь-якого електричного поля як стаціонарного, так і змінного.

- **Потік вектора електричної індукції** $\vec{D}$ крізь довільну замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, охоплюваних цією поверхнею:

$$\boxed{\oint_S (\vec{D}, d\vec{S}) = \int_V \rho dV}, \qquad (3.61)$$

ρ - об'ємна густина вільних зарядів.

3.37. Четверте рівняння Максвелла

Максвелл припустив, що теорема Остроградського-Гаусса справедлива для будь-якого магнітного поля як стаціонарного, так і змінного.

- **Потік вектора магнітної індукції** $\vec{B}$ крізь довільну замкнену поверхню дорівнює нулю.

$$\boxed{\oint_S (\vec{B}, d\vec{S}) = 0}. \qquad (3.62)$$

3.38. Система рівнянь Максвелла

Рівняння (3.59), (3.60), (3.61) і (3.62) являють собою систему основних рівнянь Максвелла:

$$
\begin{aligned}
&\oint_l (\vec{E}, d\vec{l}) = -\int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, d\vec{S} \right), \\
&\oint_l (\vec{H}, d\vec{l}) = \int_S \left(\left(\vec{i} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right), d\vec{S} \right), \\
&\oint_S (\vec{D}, d\vec{S}) = \int_V \rho dV , \\
&\oint_S (\vec{B}, d\vec{S}) = 0 .
\end{aligned}
\tag{3.63}
$$

Перше рівняння Максвелла вказує на те, що *джерелами електричного поля можуть бути або електричні заряди, або змінні у часі магнітні поля.* Друге рівняння показує, що *джерелами магнітного поля можуть бути або рухомі заряди, або змінні в часі електричні поля*. Третє рівняння стверджує *наявність у природі електричних зарядів*, а четверте - *відсутність магнітних зарядів*.

У теорії електромагнетизму рівняння Максвелла відіграють таку ж роль, як закони Ньютона в механіці. Вони лежать в основі електротехніки, радіоелектроніки, фізики плазми, магнітної гідродинаміки, нелінійної оптики, керованого термоядерного синтезу, конструювання прискорювачів заряджених частинок, астрофізики тощо.

Для розрахунку електромагнітних процесів у будь-якому середовищі систему основних рівнянь Максвелла необхідно доповнити співвідношеннями, називаними *матеріальними рівняннями*, що пов'язують вектори $\vec{E}, \vec{H}, \vec{D}, \vec{B}, \vec{i}$. Зв'язок між цими величинами визначається властивостями середовища.

Рівняння Максвелла не застосовні за великих частот електромагнітних хвиль, коли стають істотними квантові ефекти.

Таблиця порівняння

Електричне поле	**Магнітне поле**
у вакуумі	
Основна векторна характеристика поля	
$\vec{E}$ (напруженість електричного поля)	$\vec{B}$ (магнітна індукція)
Принцип суперпозиції	
$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$	$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i$
Кількісні характеристики поля	
$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{e}_r$	$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}$

	$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}q\frac{[\vec{\upsilon},\vec{r}\,]}{r^3}$
Циркуляція векторної характеристики поля	
$\oint_l(\vec{E},d\vec{l}\,)=0$	$\oint_l(\vec{B},d\vec{l}\,)=\mu_0\sum_i I_{i\ макро}$
Теорема Остроградського-Гаусса	
$\oint_S(\vec{E},d\vec{S})=\frac{\sum q_{i\ вільні}}{\varepsilon_0}$	$\oint_S(\vec{B},d\vec{S})=0$
Сили, що діють у полях	
$\vec{F}_{\text{Ê}}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1\cdot q_2}{r^2}\,\vec{e}_r=q\vec{E}$	$\vec{F}_Л=q[\vec{\upsilon},\vec{B}]$ $d\vec{F}_A=I[d\vec{l},\vec{B}]$
у речовині	
Векторна характеристика поля	
$\vec{D}$ (електрична індукція)	$\vec{H}$ (напруженість магнітного поля)
$\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{\mathscr{P}}$, $\vec{\mathscr{P}}$ - поляризація речовини, $\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon\vec{E}$	$\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{J}$, $\vec{J}$ - намагніченість речовини, $\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}$
Циркуляція векторної характеристики поля	
$\oint_l(\vec{D},d\vec{l}\,)=0$	$\oint_l(\vec{H},d\vec{l}\,)=\sum_i I_{i\ макро}$
Теорема Остроградського-Гаусса	
$\oint_S(\vec{D},d\vec{S})=\sum_i q_{i\ вільні}$	$\oint_S(\vec{H},d\vec{S})=0$

Розділ 4

КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ

ВІЛЬНІ КОЛИВАННЯ

4.1. Загальні відомості

- **Коливаннями** називаються процеси (рухи або зміни стану) тією чи іншою мірою повторювані в часі.

Залежно від фізичної природи коливального процесу розрізняють коливання:

механічні	(коливання маятників, струн, частин машин і механізмів, мостів, тиску повітря та ін.),
електромагнітні	(коливання змінного електричного поля в електричному колі, коливання векторів електричної напруженості $\vec{E}$ й магнітної індукції $\vec{B}$ змінного електромагнітного поля тощо).

- Система, яка здійснює коливання, називається ***коливальною***.

Залежно від характеру впливу, що чиниться на коливальну систему, розрізняють вільні й вимушені коливання.

- **Вільними** називаються коливання, які відбуваються за відсутності змінних зовнішніх впливів на коливальну систему й виникають внаслідок якого-небудь початкового відхилення цієї системи від стану рівноваги.
- **Вимушеними** називаються коливання, які виникають у системі під впливом змінної зовнішньої дії.
- **Періодичними** називаються коливання, за яких значення всіх фізичних величин, що характеризують коливальну систему й змінюються під час коливань, повторюються через рівні проміжки часу.
- **Періодом коливань** T називається найменший проміжок часу, через який коливальна система повертається в той самий стан, у якому вона перебувала в початковий момент часу.*

За період коливань T система здійснює одне повне коливання.

* Визначення справедливе для процесів, що точно повторюються у часі, але застосовується і для приблизно відтворюваних процесів.

- **Частотою** ν періодичних коливань називається величина, яка чисельно дорівнює числу коливань, здійснюваних коливальною системою за одиницю часу:

$$\boxed{\nu = \frac{1}{T}}, \qquad [\nu] = [\text{Гц}]. \qquad (4.1)$$

- **Циклічною (круговою) частотою** ω періодичних коливань називається фізична величина, яка дорівнює числу повних коливань, здійснюваних коливальною системою за 2π одиниць часу:

$$\boxed{\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}}. \qquad (4.2)$$

- **Гармонічними** називаються коливання, за яких коливна величина змінюється за законом косинуса або синуса:

$$\boxed{f(t) = A\cos(\omega t + \varphi_1)}, \quad \boxed{f(t) = A\sin(\omega t + \varphi_2)}^*, \quad (4.3)$$

$A = f_{max}$ - ***амплітуда коливань*** (максимальне значення коливної величини),

ω - циклічна частота коливань,

φ_1, φ_2 - початкові фази коливань ($\varphi_2 = \varphi_1 + \pi/2 = const$),

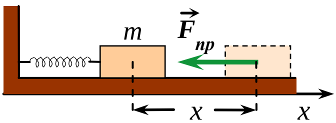
$(\omega t + \varphi_1)$ - ***фаза коливань***.

* Функцію косинуса завжди можна замінити на функцію синуса і навпаки, користуючись співвідношеннями: $\cos x = \sin(x + \pi/2)$, $\sin x = -\cos(x + \pi/2)$.

4.2. *Вільні механічні коливання*

4.2.1. *Гармонічні коливання*

Розглянемо механічну коливальну систему, що включає тіло маси m, з'єднане з пружиною жорсткості k, один кінець якої нерухомо закріплений.



Надамо тілу зміщення x і полишимо систему саму по собі. Під впливом сили пружності $F_{пр} = -kx$ тіло буде рухатися до положення рівноваги зі зростаючою швидкістю $\upsilon = \dfrac{dx}{dt}$.

При цьому потенціальна енергія системи, яка дорівнює потенціальній енергії деформованої пружини $E_{пот} = kx^2/2$, буде зменшуватися, а кінетична енергія системи $E_{кін} = m\upsilon^2/2$ - зростати. Діставши положення рівноваги, тіло продовжить рух за інерцією. Цей рух буде сповільненим і припиниться тоді, коли кінетична енергія повністю перетвориться на потенціальну, тобто коли зміщення тіла набуде значення $-x$. Надалі такий самий процес буде протікати під час руху тіла у зворотному напрямку.

За відсутності тертя енергія системи залишатиметься незмінною і тіло рухатиметься у межах від x до $-x$ нескінченно довго.

Рівняння II закону Ньютона для тіла, що коливається на пружині за відсутності сил тертя:

$$m\vec{a} = \vec{F};$$

у проекціях на вісь x: $$ma = F_{пр},$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-kx\,,$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0\,. \qquad (4.4)$$

Введемо позначення $\omega_0^2=k/m$, тоді

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2}+\omega_0^2x=0}\,. \qquad (4.4a)$$

Рівняння (4.4а) є лінійним однорідним диференціальним рівнянням другого порядку. Його загальний розв'язок:

$$\boxed{x=A\cos(\omega_0t+\varphi)}\,. \qquad (4.5)$$

Зміщення тіла x відносно положення рівноваги змінюється з часом за законом косинуса, тому рух системи під впливом сили виду $F=-kx$ (*квазіпружної сили*) являє собою гармонічне коливання.

Диференціюванням за часом рівняння (4.5) одержимо вираз для швидкості тіла:

$$\upsilon=\frac{dx}{dt}=-A\omega_0\sin(\omega_0t+\varphi)=A\omega_0\cos(\omega_0t+\varphi+\frac{\pi}{2})\,. \qquad (4.6)$$

Тобто швидкість також змінюється за гармонічним законом. Швидкість випереджає зміщення за фазою на $\pi/2$.

Диференціюванням за часом рівняння (4.6) одержимо вираз для прискорення:

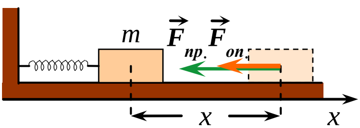
$$a=\frac{d^2x}{dt^2}=-A\omega_0^2\cos(\omega_0t+\varphi)=A\omega_0^2\cos(\omega_0t+\varphi-\pi)\,. \qquad (4.7)$$

Прискорення і зміщення перебувають у протифазі, тобто в момент часу, коли зміщення досягає найбільшого додатного значення, прискорення набуває найбільшого за величиною від'ємного значення і навпаки.

4.2.2. *Згасаючі коливання*

У будь-якій реальній механічній коливальній системі завжди є сили опору середовища, що спричинюють розсіювання енергії. Якщо зменшення енергії системи не компенсується зовні, коливання будуть згасати, тобто поступово послаблюватися з часом.

Розглянемо помірні коливання тіла маси m, з'єднаного з пружиною жорсткості k, один кінець якої нерухомо закріплений.



За умови дії на систему крім пружних сил ще й сил опору середовища рівняння II закону Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{F}_{пр} + \vec{F}_{оп},$$

у проекціях на вісь x: $\quad ma = F_{пр} + F_{оп}.$

Врахуємо, що $\quad F_{пр} = -kx, \quad F_{оп} = -r\upsilon,$

(υ - швидкість тіла, $\quad r$ - коефіцієнт опору середовища):

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - r\frac{dx}{dt}. \tag{4.8}$$

Введемо позначення $\quad 2\beta = r/m, \quad \omega_0^2 = k/m$, тоді

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0}, \tag{4.8a}$$

ω_0 - власна частота, з якою б відбувалися вільні коливання системи за відсутності опору середовища,

β - коефіцієнт згасання коливань.

За помірного згасання коливань розв'язок рівняння (4.8а):

$$\boxed{x = A_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi)}, \qquad \text{де } \boxed{\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \tag{4.9}$$

Згасаючі механічні коливання можна розглядати як гармонічні частоти ω з амплітудою, що змінюється за законом:

$$\boxed{A = A_0 e^{-\beta t}}, \tag{4.10}$$

A_0 - амплітуда в початковий момент часу.

Період згасаючих коливань:

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}}. \tag{4.11}$$

За незначного опору середовища ($\beta^2 \ll \omega_0^2$) період коливань практично дорівнює $T_0 = 2\pi/\omega_0$. Зі зростанням коефіцієнта згасання період коливань збільшується.

- **Декрементом згасання** коливань називається величина, яка дорівнює відношенню значень амплітуд коливань у моменти часу, що різняться на період:

$$\boxed{\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\beta T}}. \tag{4.12}$$

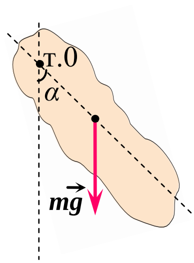
- **Логарифмічним декрементом згасання** δ називається величина, яка дорівнює натуральному логарифму декремента згасання коливань:

$$\boxed{\delta = \ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T}. \tag{4.13}$$

4.3. Фізичний маятник

- **Фізичним маятником** називається тверде тіло, здатне здійснювати коливання навколо нерухомої точки, що не збігається з його центром інерції.

За відхилення маятника від положення рівноваги на кут α виникає обертальний момент сили тяжіння, що намагається повернути маятник у положення рівноваги:



$$M = -mgl\sin\alpha,$$

m - маса маятника,
l - відстань між точкою підвісу й центром мас маятника.

Рівняння обертального руху фізичного маятника за відсутності сил тертя:

$$I\frac{d^2\alpha}{dt^2} = -mgl\sin\alpha,$$

$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \varepsilon$ - кутове прискорення, J - момент інерції маятника.

У випадку малих коливань ($\sin\alpha \approx \alpha$):

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0^2\alpha = 0, \qquad \omega_0^2 = mgl/J,$$

$$\boxed{T_\phi = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}}. \tag{4.14}$$

ХВИЛІ

- **Хвилею** називається процес поширення коливань у просторі.

Серед хвиль, що зустрічаються найчастіше, найбільш важливими є *пружні* та *електромагнітні*.

Основна властивість усіх хвиль, незалежно від їхньої природи, полягає в тому, що у хвилях здійснюється перенесення енергії без перенесення речовини (останнє може мати місце лише як побічне явище).

ХВИЛІ В ПРУЖНЬОМУ СЕРЕДОВИЩІ

4.4. Основні поняття механіки пружних хвиль

Кожному тілу тією чи іншою мірою властива пружність - здатність відновлювати свою форму після короткочасної дії сили. Ця здатність тіл є причиною того, що будь-який механічний вплив передається з кінцевою швидкістю.

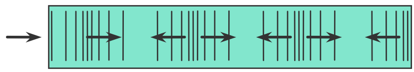
- **Пружними або механічними хвилями** називаються механічні збурення (деформації), що поширюються в пружньому середовищі.

У пружньому тілі деформація передається послідовно від однієї точки тіла до сусідньої. Частинки середовища, у якому поширюється хвиля, не залучаються хвилею до поступального руху, вони лише здійснюють коливання навколо своїх положень рівноваги.

Залежно від напрямку коливань частинок відносно напрямку поширення хвилі розрізняють *поздовжні* й *поперечні* хвилі.

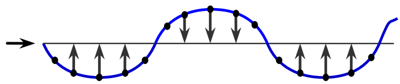
- Пружна хвиля називається **поздовжньою**, якщо частинки середовища здійснюють коливання в напрямку поширення хвилі.

Поздовжні хвилі можуть поширюватися в будь-якому середовищі: твердому, рідкому й газоподібному.



- Пружна хвиля називається **поперечною**, якщо частинки середовища здійснюють коливання в напрямках, перпендикулярних напрямку поширення хвилі.

Поперечні хвилі можуть утворюватися й поширюватися тільки у твердих тілах.



У загальному випадку будь-яку деформацію, що поширюється, можна розглядати як сукупність трьох рухів: одного поздовжнього й двох поперечних.

Поширюючись від джерела коливань, хвильовий процес охоплює все нові й нові області простору.

- Геометричне місце точок, до яких дійшли коливання на момент часу t, називається ***хвильовим фронтом***.

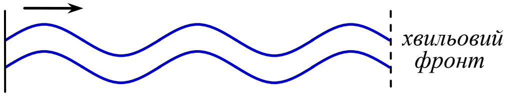
  Хвильовий фронт переміщується в просторі.

- Геометричне місце точок, що коливаються в однаковій фазі, називається ***хвильовою поверхнею***.

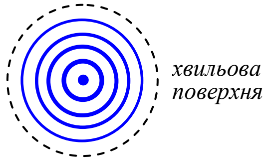
  Хвильові поверхні нерухомі, їх існує нескінченна безліч.

Хвильові поверхні можуть мати будь-яку форму. У найпростіших випадках це форма площини або сфери.

- Хвиля називається **плоскою**, якщо її хвильові поверхні є сукупністю паралельних одна одній площин.



- Хвиля називається **сферичною**, якщо її хвильові поверхні є сукупністю концентричних сфер.

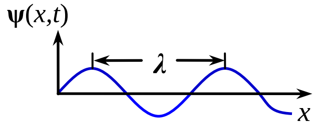


- **Довжиною хвилі** називається відстань, на яку поширюється хвиля за час, що дорівнює періоду коливань частинки середовища:

$$\boxed{\lambda = \upsilon \cdot T = \frac{\upsilon}{\nu}}, \qquad (4.15)$$

υ - швидкість хвилі,
T - період коливань,
ν - частота коливань.

Довжина хвилі - це відстань між найближчими точками середовища, що коливаються в одній фазі (з різницею фаз 2π).

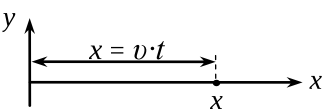


4.5. Рівняння плоскої хвилі

4.5.1. Рівняння плоскої хвилі, що поширюється в непоглинаючому енергію середовищі

Розглянемо частинку середовища, що перебуває у початку координат і здійснює гармонічні коливання згідно з рівнянням:

$$y = A\cos\omega_0 t, \qquad (4.16)$$



A - амплітуда коливань,
$\omega_0 = 2\pi / T$ - циклічна частота,
T - період коливань.

Знайдемо рівняння коливання частинки, розташованої вздовж лінії поширення деформації на відстані x від початку координат. Ця частинка почала коливатися із запізненням на час $\tau = x/\upsilon$ (υ - швидкість поширення хвилі). Тому коливання першої і другої частинки різняться за фазою. Рівняння коливань частинки, що знаходиться на відстані x від початку координат:

$$y = A\cos\left(\omega_0 (t - \frac{x}{\upsilon})\right), \qquad (4.17)$$

$\omega_0 x/\upsilon$ - зміщення фази.

Рівняння (4.17) описує коливання всіх частинок середовища, розташованих на будь-яких відстанях x від початку координат. Більше того, під час хвильової передачі деформації в середовищі за гармонічним законом змінюється цілий ряд фізичних величин: зміщення частинок від положення рівноваги, швидкість коливального руху частинок, тиск, густина. Тому під величиною y можна розуміти кожну з перерахованих фізичних величин.

Хвилі тиску, швидкості, зміщення можуть різнитися за фазою. Наприклад, хвиля швидкостей коливального руху частнки відстає по фазі на $\pi/2$ від хвилі зміщення - швидкість частинки максимальна, коли вона проходить положення рівноваги.

У загальному вигляді рівняння плоскої хвилі (і поздовжньої, і поперечної), що поширюється в не-поглинаючому енергію середовищі в напрямку x:

$$\boxed{\xi(x,t) = A\cos\left(\omega_0(t - \frac{x}{\upsilon}) + \varphi\right)}. \tag{4.18}$$

Рівняння аналогічної хвилі, що поширюється в напрямку, протилежному напрямку осі x:

$$\boxed{\xi(x,t) = A\cos\left(\omega_0(t + \frac{x}{\upsilon}) + \varphi\right)}. \tag{4.18a}$$

Швидкість поширення хвилі υ є також і швидкістю переміщення фази, тому її називають *фазовою швидкістю* $\upsilon_ф$.

Поряд з довжиною хвилі λ для характеристики хвильового процесу використовується ***хвильове число*** k:

$$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\upsilon_ф T} = \frac{\omega}{\upsilon_ф}}. \tag{4.19}$$

З урахуванням цієї величини рівняння плоскої гармонічної хвилі (4.18) і (4.18a):

$$\xi(x,t) = A\cos(\omega_0 t - kx + \varphi), \tag{4.20}$$

$$\xi(x,t) = A\cos(\omega_0 t + kx + \varphi). \tag{4.20a}$$

4.5.2. Рівняння плоскої хвилі, що поширюється в поглинаючому енергію середовищі

Під час поширення гармонічної хвилі в поглинаючому енергію середовищі інтенсивність хвилі з віддаленням від джерела коливань поступово зменшується - спостерігається згасання хвилі. Дослід свідчить, що в однорідному середовищі згасання відбувається за експоненціальним законом:

$$A = A_0 e^{-\beta x}, \tag{4.21}$$

A_0 - початкова амплітуда,
β - коефіцієнт згасання.

Рівняння плоскої хвилі, що поширюється в поглинаючому енергію середовищі:

$$\boxed{\begin{aligned}\xi(x,t) &= A_0 e^{-\beta x}\cos(\omega_0 t - kx + \varphi), \\ \xi(x,t) &= A_0 e^{-\beta x}\cos(\omega_0 t + kx + \varphi).\end{aligned}} \qquad \begin{aligned}(4.22)\\(4.22a)\end{aligned}$$

4.6. *Хвильове рівняння*

Функції, що описують хвилі, являють собою розв'язки основного рівняння руху хвиль - *хвильового рівняння*.

- **Хвильовим рівнянням** називається лінійне однорідне диференціальне рівняння в частинних похідних, що описує поширення хвиль в однорідному ізотропному середовищі, виду:

$$\boxed{\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\xi}{\partial z^2} = \frac{1}{\upsilon_\phi^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}} \quad \text{або} \qquad (4.23)$$

$$\boxed{\Delta\xi = \frac{1}{\upsilon_\phi^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}}. \qquad (4.23a)$$

ξ - фізична величина, яка характеризує збурення, що поширюється в середовищі зі швидкістю $\upsilon_{\hat{o}}$,

$\upsilon_{\hat{o}} = \omega / k$ - фазова швидкість хвилі ,

$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ - оператор Лапласа.

Будь-яка функція, що задовольняє рівняння (4.23), описує певну хвилю. Зокрема, цьому рівнянню задовольняють плоска й сферична хвилі.

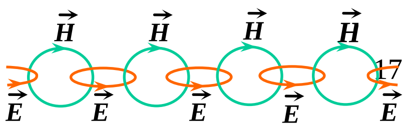
Звук являє собою пружні хвилі з частотою коливань 16-20000 Гц, які поширюються в повітрі і, діставши людського вуха, викликають відчуття звуку. Пружні хвилі з частотами < 16 Гц називаються *інфразвуком*, а пружні хвилі з частотами > 20000 Гц називаються *ультразвуком*.

Швидкість поширення звуку: в повітрі 340 м/с, у воді 1380 м/с.

ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ХВИЛІ

- **Електромагнітними хвилями** називаються збурення електромагнітного поля, що поширюються в просторі.

Твердження про існування електромагнітних хвиль є безпосереднім наслідком рівнянь Максвелла. Згідно з основним положенням теорії Максвелла мінливе електричне поле викликає появу змінного



магнітного поля, а мінливе магнітне поле викликає появу змінного електричного поля. Таким чином, якщо створити за допомогою коливання електричних зарядів змінне електромагнітне поле, то в навколишньому просторі виникне послідовність взаємних перетворень електричного й магнітного полів, що поширюватиметься від точки до точки. Цей процес є пері-одичним у часі й у просторі й, отже, являє собою хвилю.

4.7. Основні властивості електромагнітних хвиль

- ***Поперечність електромагнітних хвиль***

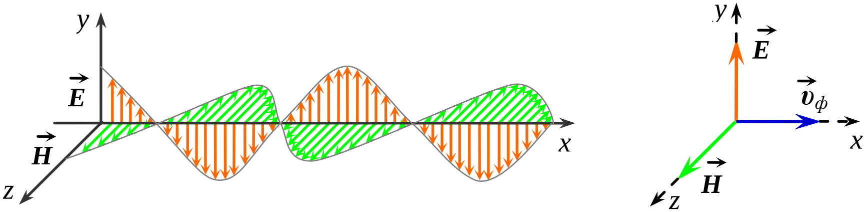
Вектори напруженостей $\vec{E}$ та $\vec{H}$ поля електромагнітної хвилі лежать у площині, перпендикулярній до напрямку поширення хвилі (до вектора $\vec{\upsilon}_ф$).

- ***Перпендикулярність векторів $\vec{E}$ та $\vec{H}$ поля електромагнітної хвилі один одному***

Вектори $\vec{E}$ та $\vec{H}$ поля електромагнітної хвилі взаємно перпендикулярні, причому так, що $\vec{\upsilon}_ф$, $\vec{E}$ та $\vec{H}$ утворюють правогвинтову систему.

- ***Синфазність коливань векторів $\vec{E}$ та $\vec{H}$ поля електромагнітної хвилі***

Взаємно перпендикулярні вектори $\vec{E}$ й $\vec{H}$ коливаються в одній фазі: вони одночасно обертаються в нуль і одночасно досягають максимальних значень.



У фіксованій точці простору вектори $\vec{E}$ й $\vec{H}$ змінюються з часом за гармонічним законом. Вони одночасно збільшуються від нуля і одночасно обертаються в нуль.

4.8. Шкала електромагнітних хвиль

Залежно від довжини хвилі (частоти), а також способу випромінювання й реєстрації розрізняють наступні види електромагнітних хвиль:

Назва електромагнітних хвиль	**Діапазон довжин хвиль, м**
1. Радіохвилі	$5\cdot10^{-5} < \lambda < 10^{10}$

2. Оптичне випромінювання *інфрачервоне* (ІЧ) *видиме світло* *ультрафіолетове* (УФ)	 $7,7 \cdot 10^{-7} < \lambda < 10^{-3}$ $3,8 \cdot 10^{-7} < \lambda < 7,7 \cdot 10^{-7}$ $10^{-8} < \lambda < 3,8 \cdot 10^{-7}$
3. Рентгенівське випромінювання	$10^{-14} < \lambda < 10^{-7}$
4. Гамма-випромінювання	$\lambda < 10^{-10}$

До оптичного випромінювання відносять інфрачервоне, видиме й ультрафіолетове.

Інфрачервоним називається електромагнітне випромінювання, що випускається нагрітими тілами. ІЧ промені застосовують для сушіння й нагрівання матеріалів, у приладах нічного бачення, що дозволяють вести спостереження в повній темряві.

Видимим випромінюванням (*світлом*) називається електромагнітне випромінювання, яке здатне безпосередньо викликати зорові відчуття в людському оці.

Джерело ультрафіолетового випромінювання - високотемпературна плазма, Сонце, зірки, туманності й інші космічні об'єкти. УФ промені поглинаються верхніми шарами тканин рослин, шкіри людини або тварин. При цьому відбуваються хімічні перетворення молекул біополімерів. Дія малих доз УФ на організми сприяє утворенню вітамінів групи D, поліпшує імунобіологічні властивості. Великі дози можуть викликати ушкодження очей і опік шкіри.

Рентгенівським називається електромагнітне випромінювання, що виникає під час взаємодії заряджених частинок і фотонів з атомами речовини. Природними джерелами рентгенівського випромінювання є Сонце й інші космічні об'єкти. Найбільш широке застосування рентгенівське випромінювання знайшло в медицині для рентгенодіагностики й рентгенотерапії, у дефектоскопії, рентгенівській топографії, структурному аналізі, мікроскопії, спектроскопії.

Гамма-випромінювання - електромагнітне випромінювання, що виникає під час радіоактивних перетворень, ядерних реакцій, за розпаду частинок, анигіляції пар «частинка - античастинка» та інших процесів. Гамма-проміння має велику проникну здатність.

4.9. Загальні властивості всіх хвиль

Для хвиль будь-якої природи характерні наступні явища.

- ***Інтерференція*** - посилення або послаблення хвиль у різних точках простору за їх просторового накладання.
- ***Дифракція*** - обгинання хвилями перешкод (у вузькому розумінні) або будь-яке відхилення під час поширення хвиль від законів геометричної оптики (у широкому розумінні).

Завдяки дифракції звук може бути почутий за рогом будинку, а радіохвиля може проникнути за обрій без відбивання від іоносфери.

- ***Поляризація*** - порушення симетрії розподілу збурень (зсувів і швидкостей у пружних хвилях, напруженостей електричних і магнітних полів в електромагнітних хвилях тощо) відносно напрямку поширення поперечної хвилі.

У поздовжній хвилі, в якій збурення завжди спрямовані вздовж напрямку поширення хвилі, явища поляризації виникнути не можуть.

- ***Відбивання*** - перевипромінювання хвиль перешкодами зі зміною напрямку їх поширення.
- ***Заломлення*** - зміна напрямку поширення хвиль у неоднорідному середовищі, зумовлена залежністю фазової швидкості хвилі від координати.

Заломленням пояснюються такі явища природи як міражі, наддалекий радіозв'язок.

- ***Дисперсія хвиль*** - залежність фазової швидкості хвиль від їхньої частоти.

Усі різновиди веселок пояснюються дисперсією (спектральним розщепленням світла) й дифракцією сонячних променів у дощових краплях.

- ***Ефект Доплера*** - зміна частоти коливання (довжини хвилі), що сприймається спостерігачем, під час руху джерела коливань і спостерігача відносно один одного.

В астрофізиці ефект Доплера використовується для визначення швидкості руху зірок, а також швидкості обертання небесних тіл.

Вимір доплеровского зсуву ліній у спектрах випромінювання віддалених галактик призвели до висновку про розширення Всесвіту.

Приклад розв'язування задачі 34

Матеріальна точка здійснює гармонічні коливання. Період коливань $T = 1$ с, **амплітуда** $A = 0,04$ м, **початкова фаза** $\varphi_0 = 0$. **Знайти швидкість і прискорення точки в момент часу, коли зміщення від положення рівноваги становить** $x = 0,02$ м.

Розв'язування

Рівняння гармонічних коливань має вигляд:

$$x = A\cos\omega t .$$

Циклічну частоту визначимо як

$$\omega = 2\pi / T ,$$

тоді $$x = A\cos(2\pi t / T) = 0,04\cos 2\pi t .$$

Користуючись останнім рівнянням, визначимо момент часу, за якого зміщення точки $x = 0,02$ м:

$$0,02 = 0,04\cos 2\pi t ,$$

звідки $\cos 2\pi t = 1/2$, а $2\pi t = \pi / 3$,

отже $t = 1/6$ с.

Рівняння для швидкості коливального руху точки отримаємо диференціюванням за часом рівняння для зміщення:

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -0,08\pi \sin 2\pi t .$$

Для моменту часу $t = 1/6$ с:

$$\upsilon = -0,08\pi \sin(2\pi / 6) , \qquad \upsilon = -0,22 \text{ м/с.}$$

Рівняння для прискорення точки отримаємо диференціюванням за часом рівняння для швидкості:

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = -0,16\pi^2 \cos 2\pi t .$$

Для моменту часу $t = 1/6$ с:

$$a = -0,16\pi^2 \cos(\pi / 3) , \qquad a = -0,8 \text{ м/с}^2.$$

Приклад розв'язування задачі 35

Матеріальна точка здійснює гармонічні коливання. В момент часу t **зміщення точки** $x = 10$ см, **швидкість** $\upsilon = 20$ см/с, **прискорення** $a = 40$ см^2/с. **Визначити амплітуду, циклічну частоту, період коливань та фазу коливань у цей момент часу**.

Розв'язування

Запишемо рівняння гармонічних коливань для зміщення у вигляді:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0) .$$

Рівняння для швидкості та прискорення отримаємо диференціюванням рівнянь для зміщення та швидкості відповідно:

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0) ,$$

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) .$$

Користуючись отриманими рівняннями, дістанемо:

$$\frac{a}{x} = \frac{-A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)}{A\sin(\omega t + \varphi_0)} = -\omega^2 ,$$

тобто: $\omega = \sqrt{|a/x|}$, $\omega = 2$ с$^{-1}$.

Період коливань визначимо за формулою:

$$T = 2\pi / \omega , \quad T = 2\pi / 2 = \pi , \quad T = 3{,}14 \text{ с}.$$

Фазу коливань визначимо наступним чином:

$$\frac{x}{\upsilon} = \frac{A\sin(\omega t + \varphi_0)}{A\omega\cos(\omega t + \varphi_0)} = \frac{\text{tg}(\omega t + \varphi_0)}{\omega} ,$$

звідки $\text{tg}(\omega t + \varphi_0) = \dfrac{x\omega}{\upsilon}$, $\text{tg}(\omega t + \varphi_0) = 1$,

або $\omega t + \varphi_0 = \varphi = \text{arctg}1$, $\varphi = \pi / 4$.

Тоді амплітуда $A = \dfrac{x}{\sin(\omega t + \varphi_0)}$, $A = 0{,}1 / \sin(\pi / 4)$, $A = 0{,}14$ м.

Приклад розв'язування задачі 36

Визначити швидкість поширення хвиль у пружному середовищі, якщо коливання точок, відстань між якими $\Delta x = 20$ см, **відбувається з різницею фаз** $\Delta\varphi = \pi / 3$. **Частота коливань** $\nu = 20$ Гц.

Розв'язування

Рівняння хвилі, що поширюється в пружньому середовищі:

$$\xi(x,t) = A\cos\left(\omega(t - \frac{x}{\upsilon}) + \varphi_0\right),$$

де $(\omega(t - x / \upsilon) + \varphi_0)$ - фаза коливань.

Різниця фаз коливань двох точок x_1 та x_2 :

$$\Delta\varphi = \omega(t - x_1 / \upsilon) + \varphi_0 - \omega(t - x_2 / \upsilon) - \varphi_0 = (x_2 - x_1)\omega / \upsilon = \omega\Delta x / \upsilon ,$$

звідки

$$\upsilon = \omega\Delta x / \Delta\varphi = 2\pi\nu\Delta x / \Delta\varphi , \quad \upsilon = 24 \text{ м/с}.$$

Розділ 5

ОПТИКА

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Оптика - розділ фізики, в якому розглядаються оптичне випромінювання (світло), процеси його поширення та явища, що спостерігаються під час взаємодії світла з речовиною.

Оптику поділяють на *геометричну*, *фізичну* й *фізіологічну*.

Геометрична оптика, не розглядаючи питань природи світла, вивчає умови формування оптичних зображень об'єктів і явища, пов'язані з проходженням оптичного випромінювання в середовищах.

У першому наближенні поширення видимого світла можна розглядати як рух уздовж прямих ліній (променів) і закони його поширення сформулювати мовою геометрії.

Основу геометричної оптики утворюють чотири закони:

- *закон прямолінійного поширення світла*: в однорідному середовищі світло поширюється прямолінійно;
- *закон незалежності світлових променів*: промені, що перетинаються, не збурюють один одного;
- *закон відбивання світла* (див. далі);
- *закон заломлення світла* (див. далі).

Фізична оптика розглядає проблеми, пов'язані з природою світла й світлових явищ.

Світло являє собою складний фізичний об'єкт: в одних випадках воно поводиться як електромагнітна хвиля, в інших - як потік особливих частинок (фотонів). У відповідності з цим фізична оптика поділяється на *хвильову* й *квантову*.

Хвильова оптика вивчає сукупність явищ, в яких проявляється хвильова природа світла.

Квантова оптика вивчає явища, в яких під час взаємодії світла й речовини проявляються їхні квантові властивості.

Фізіологічна оптика досліджує закономірності сприйняття світла людським оком і механізми зору.

Хвильову оптику поділяють на класичну (лінійну) й нелінійну (оптику лазерів).

ХВИЛЬОВА ОПТИКА

Хвильова оптика пояснює всі емпіричні закони геометричної оптики й описує процеси поширення світла за будь-якого співвідношення між довжиною хвилі λ і розмірами систем, що формують або розсіюють світлові пучки. Математичною основою хвильової оптики є рівняння класичної електродинаміки - рівняння Максвелла.

5.1. Основні поняття хвильової оптики

Швидкість поширення світлових хвиль у вакуумі є сталою величиною $c = 3\cdot 10^8$ м/с, інваріантною відносно переходів від однієї системи відліку до інших і являє собою граничну швидкість поширення будь-яких фізичних впливів. Швидкість світла в будь-якому середовищі менша від його швидкості у вакуумі.

- ***Світловим променем*** називається геометрична лінія, проведена перпендикулярно до хвильового фронту, яка показує напрямок поширення хвилі.
- ***Абсолютним показником заломлення середовища*** n називається величина, що дорівнює відношенню швидкості світлової хвилі у вакуумі c до її фазової швидкості в середовищі $\upsilon_ф$:

$$\boxed{n = c / \upsilon_ф}. \tag{5.1}$$

- ***Відносним показником заломлення двох середовищ*** n_{12} називається величина, що дорівнює відношенню показників заломлення цих середовищ:

$$\boxed{n_{12} = n_2 / n_1}. \tag{5.2}$$

- ***Оптична густина середовища*** - це міра непрозорості речовини для світлових променів.

Середовище з більшим показником заломлення n є *оптично густішим*.

Довжина хвилі електромагнітних коливань частоти ν у вакуумі:

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu}\ ; \tag{5.3}$$

у середовищі швидкість поширення цієї хвил $\upsilon_ф = c / n$ і

$$\boxed{\lambda = \frac{\upsilon_ф}{\nu} = \frac{c}{\nu n} = \frac{\lambda_0}{n}}. \tag{5.4}$$

Довжини хвиль видимого світла знаходяться в межах 0,4 - 0,76 мкм. Ці значення відповідають хвилям у вакуумі. У речовині довжини хвиль дещо інші.

- ***Оптична довжина шляху*** L між двома точками прозорого середовища - це відстань, на яку світло поширилося б у вакуумі за той же час, за який воно проходить відстань між цими точками в середовищі.

В однорідному середовищі оптична довжина шляху дорівнює добутку геометричної довжини шляху s на показник заломлення середовища n:

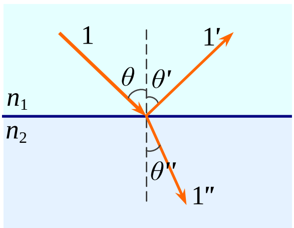
$$\boxed{L = ns}. \tag{5.5}$$

- ***Монохроматичною*** називається електромагнітна хвиля однієї певної частоти.
- ***Когерентними*** називаються хвилі, різниця фаз яких не змінюється з часом.

Монохроматичні хвилі однакової частоти когерентні завжди. Хвилі різних частот когерентні тільки протягом певного часу (часу когерентності).

5.2. Відбивання й заломлення хвиль

5.2.1. Закони відбивання й заломлення



Електромагнітна хвиля, яка падає на межу поділу двох середовищ, частково відбивається від поверхні поділу, а частково проникає в друге середовище, зазнаючи заломлення.

1 - падаючий промінь, θ - кут падіння.

$1'$ - відбитий промінь, θ' - кут відбивання,

$1''$ - заломлений промінь; θ'' - кут заломлення.

- ***Площиною падіння*** називається площина, що проходить через падаючий промінь і перпендикуляр до поверхні поділу середовищ у точці падіння.

За падіння на гладку плоску поверхню поділу середовищ плоскої монохроматичної хвилі виконуються наступні закони.

- Відбита й заломлена хвилі є монохроматичними хвилями тієї ж частоти, що й падаюча.
- **Закон відбивання**. Відбитий промінь лежить у площині падіння, кут відбивання θ' дорівнює куту падіння θ:

$$\boxed{\theta = \theta'}. \tag{5.6}$$

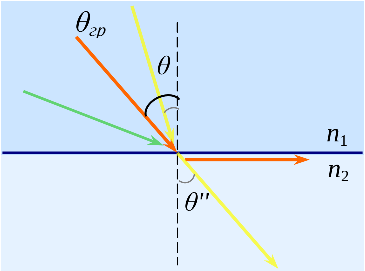
- **Закон заломлення**. Заломлений промінь лежить у площині падіння, кут заломлення θ'' пов'язаний з кутом падіння θ співвідношенням:

$$\boxed{\frac{\sin\theta}{\sin\theta''} = \frac{n_2}{n_1}} \quad \textit{закон Снелліуса.} \tag{5.7}$$

5.2.2. Наслідки законів відбивання й заломлення

Явище повного внутрішнього відбивання ($n_1 > n_2$)

З формули (5.7) випливає, що за переходу світла із середовища з більшою оптичною густиною (n_1) в середовище з меншою оптичною густиною (n_2) промінь віддаляється від нормалі до поверхні поділу середовищ.



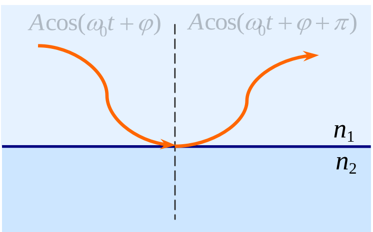
Збільшення кута падіння θ супроводжується більш швидким зростанням кута заломлення θ''. За певного значення кута падіння, називаного *граничним* $\theta_{гр}$, кут заломлення набуває значення $\pi / 2$:

$$\boxed{\theta_{гр} = \arcsin\frac{n_2}{n_1}}. \qquad (5.8)$$

За умов, коли кут падіння більший за $\theta_{гр}$, спостерігається явище повного внутрішнього відбивання: світлова хвиля проникає в друге середовище на відстань порядку довжини хвилі λ, потім вертається і рухається вздовж поверхні поділу середовищ; заломленого променя в цьому випадку не існує.

Явище повного внутрішнього відбивання світла використовується в гнучких світловодах для передачі зображень, у перископах, польових біноклях тощо. Повне відбивання світла від оптично менш густих шарів нагрітого повітря поблизу розпеченої поверхні Землі спричинює міражі.

Зміна фази коливань світлової хвилі ($n_1 < n_2$)



За умов відбивання світлової хвилі від межі поділу оптично рідшого середовища з оптично густішим середовищем, фаза коливань хвилі змінюється стрибком на величину π. Тобто коливання в падаючій і відбитій хвилях відбуваються в протифазі.

За відбивання світлової хвилі від межі поділу оптично густішого середовища з оптично рідшим середовищем фаза коливань не змінюється.

5.2.3. Розподіл енергії хвилі за відбивання й заломлення

Енергія, яку несе із собою падаючий промінь, розподіляється між відбитим і заломленим променями. Енергія заломленого променя частково поглинається в середовищі (головним чином витрачається на нагрівання речовини).

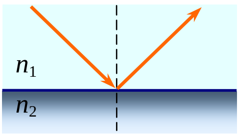
Співвідношення між енергіями відбитого й заломленого променів залежить від оптичних властивостей межуючих середовищ і від кута падіння променя. За збільшення кута падіння інтенсивність відбитого променя зростає, а інтенсивність заломленого - зменшується.

У випадку, коли світло падає перпендикулярно на плоску скляну пластинку, ~5% світла відбивається, а ~95% - проникає крізь межу поділу повітря-скло. У випадку, коли кут падіння світла становить 89°, відбивається ~90%, а проникає ~10% світла.

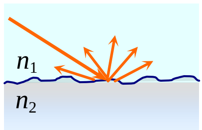
5.2.4. Дзеркальне й дифузне відбивання й заломлення

Розрізняють *дзеркальне* (*спрямоване*) й *дифузне* (*розсіяне*) відбивання та заломлення.

Якщо нерівності межі поділу двох середовищ малі порівняно з довжиною хвилі падаючого проміння, мають місце спрямовані відбивання й заломлення. Коли розміри нерівностей співставні з довжиною хвилі або перевищують її (шорсткуваті, матові поверхні) й розташування нерівностей невпорядковане, мають місце дифузні відбивання й заломлення (розсіювання світла по всіх можливих напрямках).



дзеркальне відбивання



дифузне відбивання

Ми бачимо предмети тому, що вони різним чином відбивають, заломлюють і поглинають падаюче світло. Якщо предмет відбиває світло сильніше, ніж навколишні тіла, то він видається світлим на темному тлі. Якщо ж предмет відбиває менше світла, ніж навколишні тіла, то він видається темним.

Прозорі тіла ми бачимо частково у відбитому світлі, а частково у світлі, що пройшло крізь них. Якщо цілком прозоре тіло занурити в рідину з тим же показником заломлення, що в даного тіла, то воно стане невидимим, тому що світлові промені пройдуть крізь нього без зміни напрямку й інтенсивності.

Саме завдяки дифузному відбиванню падаюче на тіло світло розсіюється в різні боки, і ми маємо можливість бачити тіло з будь-якого місця.

Приклад розв'язування задачі 37

На поверхню води падає промінь зеленого світла з довжиною хвилі в повітрі $\lambda_1 = 0,555$ мкм. Якою буде довжина хвилі λ_2 заломленого світла у воді? Якого кольору буде це світло для людини, що зануриться у воду? Показник заломлення води $n_2 = 1,33$.

Розв'язування

Показник заломлення повітря майже не відрізняється від показника заломлення вакууму ($n_1 \approx n_0 \approx 1$), тому довжину хвилі світла у воді можна визначити за формулою:

$$\lambda_2 = \lambda_0 / n_2, \qquad \lambda_2 = 0,417 \text{ мкм}.$$

Людина, занурена у воду, бачитиме зелене світло, оскільки колір світла, що сприймається оком, залежить не від довжини хвилі, а від її частоти.

5.3. Інтерференція світла

5.3.1. *Явище інтерференції*

- **Інтерференцією хвиль** називається явище перерозподілу енергії хвиль у просторі за їх накладання.

Розглянемо дві хвилі однакової частоти, які збуджують у деякій точці простору коливання однакового напрямку:

$$A_1\cos(\omega_0 t+\varphi_1), \qquad A_2\cos(\omega_0 t+\varphi_2). \tag{5.9}$$

Амплітуда результуючого коливання в даній точці визначається виразом:

$$A^2=A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi. \tag{5.10}$$

$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1$ - різниця фаз коливань.

5.3.2. *Накладання некогерентних хвиль*

У випадку накладання некогерентних хвиль різниця їхніх фаз $\Delta\varphi$ безперервно змінюється, набуваючи з рівною ймовірністю всіх значень, внаслідок чого середнє за часом значення $\cos\Delta\varphi$ дорівнює нулю. Тому

$$\langle A^2\rangle=\langle A_1^2\rangle+\langle A_2^2\rangle. \tag{5.11}$$

Тобто *інтенсивність світла за накладання некогерентних хвиль дорівнює сумі інтенсивностей кожної з хвиль*:

$$\boxed{I=I_1+I_2}, \qquad I \sim A^2. \tag{5.12}$$

5.3.3. *Накладання когерентних хвиль*

У випадку накладання когерентних хвиль різниця їхніх фаз $\Delta\varphi$, а отже, й $\cos\Delta\varphi$ має постійне за часом (але своє для кожної точки простору) значення, тому:

$$\boxed{I=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\cos\Delta\varphi}. \tag{5.13}$$

У тих точках простору, де $\cos\Delta\varphi>0$: $I>I_1+I_2$.

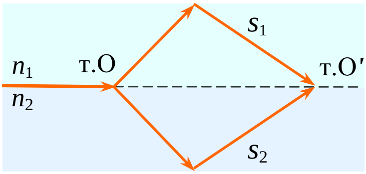
У тих точках простору, де $\cos\Delta\varphi<0$: $I<I_1+I_2$.

Таким чином, *за накладання когерентних світлових хвиль відбувається перерозподіл світлового потоку в просторі, у результаті в одних місцях виникають максимуми, а в інших - мінімуми інтенсивності* - спостерігається явище інтерференції.

Особливо чітко проявляється інтерференція у випадку, коли інтенсивності обох інтерферуючих хвиль однакові: $I_1=I_2$. Тоді в максимумах $I=4I_1$, а в мінімумах $I=0$.

5.3.4. *Умови інтерференційних максимумів і мінімумів*

Розглянемо дві когерентні хвилі, отримані розділенням однієї в точці О. До точки О′ перша хвиля проходить у середовищі з показником заломлення n_1 шлях s_1, друга хвиля проходить у середовищі з показником заломлення n_2 шлях s_2.



Початкові фази коливань першої й другої хвиль однакові; покладемо їх рівними нулю.

Перша хвиля збудить у точці О′ коливання

$$A_1 \cos\omega_0 (t - s_1/\upsilon_1), \qquad (5.14)$$

друга хвиля у точці О′ збудить коливання

$$A_2 \cos\omega_0 (t - s_2/\upsilon_2), \qquad (5.15)$$

$\upsilon_1 = c/n_1$, $\upsilon_2 = c/n_2$ - фазові швидкості хвиль.

Отже, різниця фаз двох коливань у точці О′:

$$\Delta\varphi = \omega_0 \left(s_2/\upsilon_2 - s_1/\upsilon_1 \right) = \omega_0 (n_2 s_2 - n_1 s_1)/c. \qquad (5.16)$$

З урахуванням того, що $\omega = 2\pi\nu$, а $\lambda_0 = c/\nu$:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\nu}{c}\left(n_2 s_2 - n_1 s_1\right) = \frac{2\pi c}{c\lambda_0}\left(n_2 s_2 - n_1 s_1\right) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta. \qquad (5.16a)$$

$\Delta = n_2 s_2 - n_1 s_1 = L_2 - L_1$ - оптична різниця ходу хвиль.

- **Оптична різниця ходу** Δ - це фізична величина, що дорівнює різниці оптичних довжин шляхів хвиль:

$$\boxed{\Delta = L_2 - L_1}. \qquad (5.17)$$

- **Умова інтерференційних максимумів**. Хвилі, що накладаються, підсилюють одна одну за умови дорівнювання оптичної різниці ходу Δ між ними цілому числу довжин хвиль у вакуумі (λ_0):

$$\boxed{\Delta = \pm m\lambda_0}, \qquad m = 0, 1, 2, \ldots \qquad (5.18)$$

За виконання умови (5.18) коливання, збуджувані хвилями в точці простору, відбуваються в однаковій фазі.

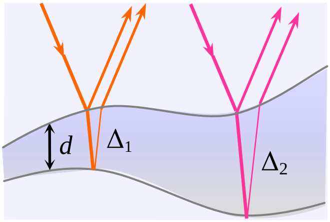
- **Умова інтерференційних мінімумів**. Хвилі, що накладаються, гасять одна одну за умови дорівнювання оптичної різниці ходу Δ між ними півцілому числу довжин хвиль у вакуумі (λ_0):

$$\boxed{\Delta = \pm(m + 1/2)\lambda_0}, \qquad m = 0, 1, 2, \ldots \qquad (5.19)$$

За виконання умови (5.19) коливання, збуджувані хвилями в точці простору, відбуваються в протифазі.

5.3.5. Спостереження явища інтерференції

Прикладом інтерференції світла, що спостерігається у природних умовах, є райдужне забарвлення тонких плівок пального на поверхні води, мильних бульбашок тощо.



Утворення частково когерентних хвиль, які, накладаючись, інтерферують, відбувається внаслідок відбивання падаючого на плівку світла від верхньої та нижньої її поверхонь. Результат інтерференції залежить від оптичної різниці ходу інтерферуючих хвиль.

Проникаючи в плівку й виходячи з неї, промені зазнають заломлення.

Оптична різниця ходу Δ інтерферуючих хвиль змінюється за переходу від одніє точки на поверхні плівки до іншої відповідно до зміни товщини плівки d. У місцях, де різниця ходу дорівнює цілому числу довжин хвиль, утворюються максимуми - хвилі посилюють одна одну. У місцях, де різниця ходу дорівнює напівцілому числу довжин хвиль, утворюються мінімуми - хвилі послаблюють одна одну.

Якщо падаюче світло монохроматичне (хвилі однієї довжини), то на поверхні плівки спостерігається малюнок темних і світлих місць. Якщо світло сонячне (складається з хвиль різної довжини), то утворюється різнобарвний малюнок: в одних місцях товщина плівки відповідає утворенню максимуму для хвиль однієї довжини (що відповідає певному кольору), а в іншому місці - для хвиль іншої довжини (іншого кольору).

За змін кута спостереження або товщини плівки в часі положення мінімумів і максимумів змінюються - спостерігається гра світла.

5.4. *Дифракція світла*

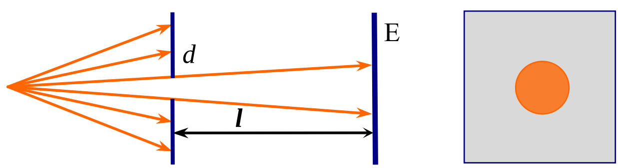
5.4.1. *Явище дифракції*

- **Дифракція світла** (*у широкому розумінні*) - сукупність явищ, які зумовлені хвильовою природою світла й спостерігаються під час поширення світла в оптично неоднорідному середовищі.
- **Дифракція світла** (*у вузькому розумінні*) - явище обгинання хвилями перешкод.

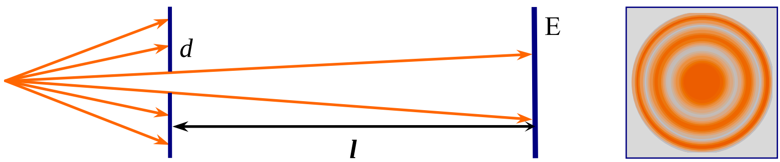
Між інтерференцією й дифракцією немає істотної фізичної відмінності. Обидва явища полягають у перерозподілі світлового потоку в результаті накладання хвиль. *Інтерференцією* прийнято називати перерозподіл інтенсивності, що виникає в результаті накладання хвиль, збуджуваних кінцевим числом дискретних когерентних джерел. *Дифракцією* прийнято називати перерозподіл інтенсивності, що виникає внаслідок накладання хвиль, збуджуваних когерентними джерелами, розташованими безперервно.

У природних умовах дифракція світла спостерігається у вигляді нечітких, розмитих країв тіні предмета, освітлюваного віддаленим джерелом. Найбільш контрастною є дифракція світла в просторових областях, де густина потоку променів зазнає різкої зміни. Дослідити структуру світла в цих областях можна в лабораторних умовах. Вона виявляється у вигляді світлих і темних (або кольорових) смуг, що чергуються.

Так, світло, що йде від невеликого яскравого джерела через круглий отвір діаметром *d*, за правилами геометричної оптики повинно утворити на екрані (Е) світлий круг.



d~*l*



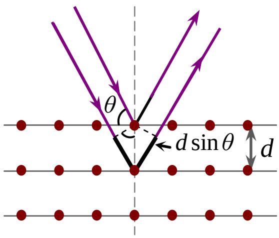
d<<*l*

Така картина спостерігається за звичайних умов досліду. Але якщо відстань l між отвором та екраном у кілька тисяч разів перевищує розміри отвору, то на екрані спостерігається сукупність світлих і темних концентричних кілець.

5.4.2. *Дифракція на просторовій ґратці (дифракція рентгенівського випромінювання)*

- ***Просторовою дифракційною ґраткою*** називається оптичне середовище з неоднорідностями, які періодично повторюються в трьох взаємо перпендикулярних напрямках.

Кристалічна ґратка твердого тіла являє собою природну просторову дифракційну ґратку для рентгенівського випромінювання. Дифракцію рентгенівських променів на кристалах можна розглядати як результат інтерференції хвиль, що дзеркально відбиваються від систем паралельних площин, які проходять через вузли кристалічної ґратки і називаються *атомними площинами*.



Різниця ходу променів, відбитих від двох сусідніх атомних площин, що розташовані на відстані d одна від одної:

$$\Delta = 2d\sin\theta \; . \qquad (5.20)$$

Відбивання спостерігаються лише в тих напрямках, які задовольняють умову дифракційних максимумів:

$$\boxed{2d\sin\theta = m\lambda} \qquad \text{умова Вульфа-Брегга}, \qquad (5.21)$$

$$m = 1, 2, 3, \ldots \; .$$

Рентгенівські промені не заломлюються в кристалах, тому що показники заломлення всіх кристалів для випромінювання такої високої частоти практично дорівнюють одиниці.

Дифракція рентгенівського випромінювання застосовується для досліджень атомної будови речовин. Кожна речовина, що має кристалічну структуру, утворює характерну тільки для неї дифракційну картину відбитих рентгенівських променів. За набором дифракційних максимумів (місцем їх розташування в спектрі та інтенсивністю) ідентифікують фазовий склад речовин - хімічні сполуки й співвідношення між ними; за шириною дифракційних максимумів розраховують розміри кристалітів сполук. Саме методом *рентгеноструктурного аналізу* визначають параметри кристалічних ґраток речовин.

5.5. Поляризація світла

- **Поляризацією світла** називається явище виділення лінійно поляризованого світла з природного або частково поляризованого.

Поляризацією називається також фізична характеристика оптичного випромінювання, що описує поперечну анізотропію світлових хвиль.

5.5.1. Поляризоване й природне світло

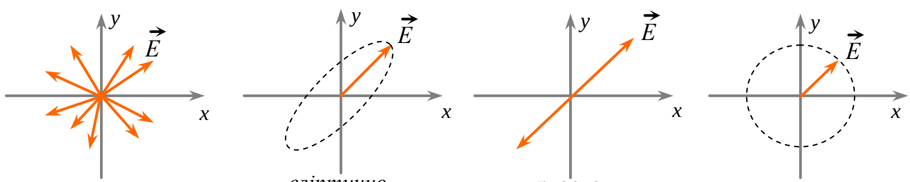
Вектори напруженостей $\vec{E}$ і $\vec{H}$ поля електромагнітної хвилі перпендикулярні один одному, тому для повного опису стану поляризації світлового пучка достатньо знати поведінку лише одного з них. Зазвичай обирають вектор $\vec{E}$. Його називають *світловим вектором*.

Світло, що випромінюється будь-яким окремим елементарним випромінювачем (атомом, молекулою), завжди поляризоване. Але макроскопічні джерела світла складаються з величезного числа таких частинок-випромінювачів. Просторова орієнтація векторів $\vec{E}$ і моменти випромінювання світла окремими частинками в більшості випадків є хаотичними. Тому результуюча напруженість $\vec{E}$ у кожній точці області коливань швидко й хаотично змінюється з часом.

- ***Неполяризованим або природним світлом*** називається випромінювання, орієнтації векторів напруженостей $\vec{E}$ якого розподілені хаотично.

- ***Поляризованим*** називається світло, в якому мається переважний напрямок коливань вектора $\vec{E}$.

Світло, проекція траєкторії кінця вектора $\vec{E}$ якого на площину, перпендикулярну світловому променю, має вигляд еліпса, називається *еліптично поляризованим*. *Лінійно або плоско- поляризованим* називається світло, коливання вектора $\vec{E}$ якого відбуваються тільки в одній площині. *Циркулярно поляризованим* (*поляризованим по колу*) називається світло, проекція траєкторії кінця вектора $\vec{E}$ якого на площину, перпендикулярну світловому променю, має вигляд кола.



неполяризоване світло — *еліптично-* — *плоско-поляризоване світло* — *циркулярно-*

Природне світло може поляризуватися під час проходження крізь анізотропне середовище, за відбивання й заломлення на межі поділу середовищ, внаслідок подвійного променезаломлення, під час розсіювання, у сильних магнітних та електричних полях тощо.

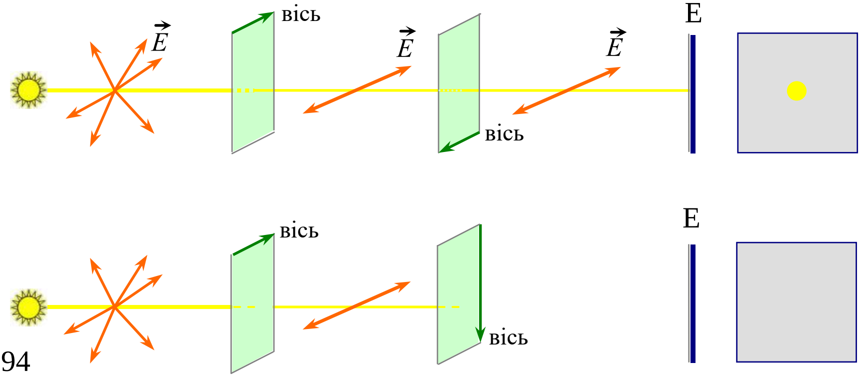
5.5.2. Поляризація світла під час проходження крізь анізотропне середовище

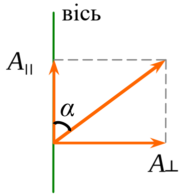
Лінійно поляризоване світло можна одержати, пропустивши природне світло крізь пластину турмаліну.

Візьмемо дві однакові прямокутні пластини турмаліну, вирізані таким чином, що одна із сторін прямокутника збігається з певним напрямком усередині кристала - *оптичною віссю*. Розташуємо пластини одну за одною так, щоб їхні оптичні осі були паралельні. Пропустимо крізь ці пластини вузький пучок сонячного світла або світла лампи. На екрані (Е) за пластинами спостерігатиметься світна точка.

При повороті однієї з пластин навколо світлового пучка інтенсивність (яскравість) світної точки на екрані зменшуватиметься. За кута повороту 90^o світна точка зникає зовсім. Подальше обертання пластини призводить до поступового зростання інтенсивності, і за кута повороту пластини 180^o (за паралельного розташування оптичних осей обох пластин) світна точка має початкову інтенсивність. Під час подальшого обертання пластини інтенсивність світної точки знову зменшується, проходить через мінімум за перпендикулярого розташування оптичних осей пластин і набуває початкового значення за первісного їх положення.

Явище протікає однаково при поворотах кожної з пластин як за годинниковою стрілкою, так і в протилежному напрямку, як за умов розташування пластин на деякій відстані одна від одної , так і за іхнього розташування впритул.





Пояснення явища полягає в наступному. Природне світло однаково проходить крізь одну пластинку турмаліну за будь-якого її розташування внаслідок того, що в природному світлі завжди виявляється однакова частка коливань, напрямок яких збігається з напрямком оптичної осі турмаліну. Світло, що пройшло крізь турмалін, змінює свої властивості і являє собою сукупність поперечних коливань одного напрямку, співпадаючого з оптичною віссю турмаліну, тобто є плоскополяризованим. Поляризований світловий пучок може пройти через другу пластину турмаліну повністю тільки у випадку, коли напрямок його поляризації збігається з оптичною віссю другої пластини турмаліну. Коли напрямок коливань вектора $\vec{E}$ у поляризованому світлі є перпендикулярним до оптичної осі другої пластини турмаліну, світло повністю затримується.

Обчислимо інтенсивність світла, що пройшло крізь поляризаційну пластину.

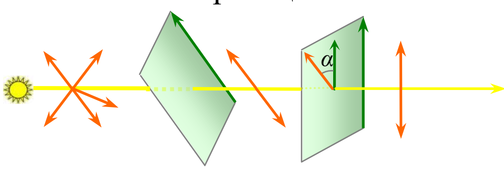
Розкладемо амплітуду коливань A на дві складові:

$$A_{\parallel} = A\cos\alpha, \qquad A_{\perp} = A\sin\alpha,$$

Складова $A_{\parallel}$ проходить крізь пластину, складова $A_{\perp}$ - затримується.

Інтенсивність хвилі, що проходить крізь поляризаційну пластину $I \sim A_{\parallel}^2$.

- **Закон Малюса**. Інтенсивність світла, що проходить крізь поляризаційну пластину, пропорційна квадрату косинуса кута α між напрямком коливань вектора $\vec{E}$ світлового пучка і напрямком пропускання поляризаційної пластини:



$$\boxed{I = I_0 \cos^2\alpha}, \qquad (5.22)$$

I_0 - інтенсивність падаючого світла ($I_0 \sim A^2$).

У природному світлі всі значення кута α рівноймовірні. Тому частка світла, що проходить крізь поляризаційну пластину, дорівнює середньому значенню $\langle\cos^2\alpha\rangle = 1/2$, тобто

$$I = \frac{1}{2} I_{0\,природ} . \qquad (5.23)$$

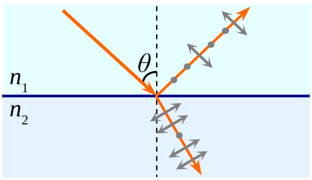
Кристал турмаліну не єдиний, який поляризує світло. Таку саму властивість мають штучні колоїдні плівки тощо.

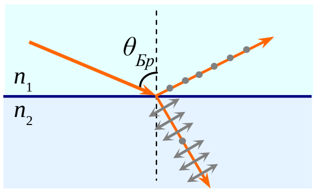
Будь-який поляризаційний прилад може використовуватися як аналізатор.

5.5.3. Поляризація світла за відбивання й заломлення

За будь-яких кутів падіння, крім $\theta = 0$, на межу поділу двох діелектричних середовищ відбивання й заломлення світла супроводжується зміною його поляризації: відбитий і заломлений промені набувають часткової або максимальної поляризації. У відбитому промені переважають коливання, перпендикулярні до площини падіння (ці коливання позначені точками), у заломленому промені переважають коливання, паралельні площині падіння (зображені двосторонніми стрілками). Ступінь поляризації променів залежить від кута падіння.

За певного кута падіння природного неполяризованого світла, відбите світло є повністю поляризованим.





- **Закон Брюстера**. Відбите світло повністю лінійно поляризоване за кута падіння $\theta_{Бр}$, що задовольняє умову

$$\boxed{\operatorname{tg}\theta_{Бр} = \frac{n_2}{n_1}}, \qquad (5.24)$$

n_1, n_2 - показники заломлення середовищ.

За повної поляризації відбитого променя, кут між відбитим і заломленим променями становить 90°, заломлений промінь при цьому є максимально поляризованим.

Приклад розв'язування задачі 38

Промінь сонячного світла падає на поверхню скляної пластини, яка занурена в рідину. Кут між падаючим і відбитим від пластини променями становить $\varphi = 97^0$. Визначити показник заломлення рідини, якщо відбите світло повністю поляризоване. Показник заломлення скла $n_2 = 1{,}5$.

Розв'язування

Відбите світло є повністю поляризованим за умови:

$$\operatorname{tg}\theta = n_2 / n_1 .$$

Оскільки кут відбивання дорівнює куту падіння, то $\theta = \varphi / 2$ і

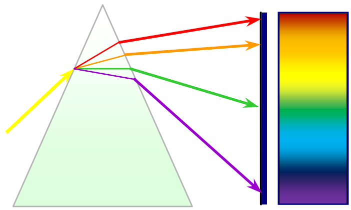
$$n_1 = n_2 / \mathrm{tg}(\varphi / 2), \qquad n_1 = 1{,}33.$$

5.6. *Дисперсія світла*

- **Дисперсією світла** називається явище, зумовлене залежністю показника заломлення n речовини від частоти (або довжини хвилі) світла:

$$\boxed{n = n(\nu)}. \qquad (5.25)$$

При проходженні пучка білого світла крізь призму, виготовлену з прозорого матеріалу, на установленому за призмою екрані спостерігається райдужна смуга з переходами кольорів від червоного до фіолетового, називана *спектром*.



У випадку, коли крізь призму проходить монохроматичне світло, замість спектральної смуги на екрані утворюється зображення смуги одного певного кольору, що розташовується на відповідному саме даному кольору місці спектра.
Таким чином, розкладання світла в спектр експериментально доводить, що *білий колір (сонячне світло, світло ламп розжарювання тощо) є сукупністю випромінювань різної частоти (різних кольорів)*.

Поділ спектра сонячного світла на 7 основних кольорів є достатньо умовним. Скоріше спектр можна поділити на три основні частини: червону, жовто-зелену та синьо-фіолетову. Інші колоьори займають порівняно вузькі області між цими основними. Взагалі людське око може розрізнити в спектрі сонячного світла майже 160 відтінків. Однак людське око є недосконалим для аналізу світла, бо випромінювання різного спектрального складу можуть іноді викликати майже однакове кольорове сприйняття.

Аналізуючи спектральний склад світла Сонця, лампи розжарювання, дугового ліхтаря та інших джерел, можна переконатися, що за однакового загального характеру спостерігаються відмінності в яскравості окремих ділянок спектрів: світло свічки жовтіше за світло лампи розжарювання, а світло лампи розжарювання жовтіше за сонячне світло.

Залежність показника заломлення середовища n від частоти світла ν, у загальному випадку, нелінійна й немонотонна. Розрізняють нормальну й аномальну дисперсії світла.

- Дисперсія світла називається ***нормальною***, якщо зі збільшенням частоти коливань ν світлових хвиль показник заломлення середовища n зростає:

$$\boxed{\frac{dn}{d\nu} > 0}. \qquad (5.26)$$

- Дисперсія світла називається ***аномальною***, якщо зі збільшенням частоти коливань ν світлових хвиль показник заломлення середовища n зменшується:

$$\boxed{\frac{dn}{d\nu} < 0}. \qquad (5.27)$$

Аномальна дисперсія спостерігається в областях частот, що відповідають інтенсивному поглинанню світла в даному середовищі.

Для звичайного скла в області частот видимого світла спостерігається нормальна дисперсія, в області інфрачервоних і ультрафіолетових частот - аномальна.

Оскільки показник заломлення визначається як $n = c/\upsilon_{\phi}$, то очевидно, що фазова швидкість червоного світла, яке заломлюється найменше, буде найбільшою, а фіолетового світла, яке заломлюється найбільше, - найменшою. У вакуумі швидкість світла будь-якого кольору однакова.

5.7. Поглинання світла

- **Поглинанням світла** називається явище зменшення енергії світлової хвилі під час її поширення в речовині.

За поглинання світла відбувається перетворення енергії хвилі у внутрішню енергію середовища. Поглинання світла може викликати нагрівання речовини, іонізацію атомів і молекул, фотохімічні реакції та інші процеси в речовині.

Основним законом, що описує процес поглинання світла, є *закон Бугера*.

- **Закон Бугера**. Інтенсивність плоскої хвилі монохроматичного світла, що поширюється в поглинаючому середовищі, зменшується за експоненціальним законом:

$$\boxed{I = I_0\, e^{-k_\nu l}}, \qquad (5.28)$$

I_0 - інтенсивність падаючого світла,

I - інтенсивність світла, що пройшло шар поглинаючого середовища товщини l,

k_ν - показник поглинання середовища (залежить від хімічної природи й стану середовища, а також від частоти (довжини) хвилі).

У світлових пучках великої потужності k_ν залежить від інтенсивності світла, тому для них закон Бугера незастосовний.

Явище поглинання світла речовиною лежить в основі високочутливих методів кількісного і якісного хімічного аналізу, зокрема, абсорбційного спектрального аналізу, спектрофотометрії, колориметрії та ін.

5.8. Розсіювання світла

- **Розсіюванням світла** називається явище перетворення світла речовиною, що супроводжується зміною напрямку поширення світла й проявляється як невласне світіння речовини.

Явище розсіювання світла спостерігається в *оптично неоднорідних середовищах*, показник заломлення яких нерегулярно змінюється від точки до точки.

Розрізняють *розсіювання світла в мутних середовищах* і *молекулярне розсіювання*.

Розсіювання світла в мутних середовищах на частинках, розміри яких малі в порівнянні з довжиною хвилі світла, називається *явищем Тіндаля*.

До мутних середовищ відносяться аерозолі (дим, туман), емульсії, колоїдні розчини та ін.

За розсіювання світла справджується *закон Релея*.

- **Закон Релея**. Інтенсивність розсіяного світла пропорційна четвертому степеню частоти світла:

$$\boxed{I \sim \nu^4}. \tag{5.29}$$

За проходження білого світла крізь дрібнодисперсне мутне середовище в розсіяному світлі переважає високочастотне (короткохвильове) синьо-блакитне випромінювання, а у світлі, що пройшло крізь середовище - низькочастотне (довгохвильове) жовто-червоне.

За збільшення розмірів неоднорідностей у мутних середовищах закономірності розсіювання світла змінюються. Залежність інтенсивності розсіяного світла від частоти має вигляд: $I \sim \nu^p$, де $p < 4$ й убуває зі зростанням розмірів неоднорідностей.

Молекулярне розсіювання світла в чистих середовищах, які не містять сторонніх домішок, обумовлене неоднорідностями, що виникають у процесі теплового руху молекул (флуктуації густини, концентрації тощо).

За звичайних умов розміри областей простору зі значними флуктуаціям набагато менші від довжини світлових хвиль і для молекулярно розсіяного світла справедливий закон Релея. Але на відміну від розсіювання мутними середовищами, інтенсивність світла за молекулярного розсіювання залежить від температури середовища, а саме: зростає з її збільшенням.

На розсіюванні світла засновано багато методів визначення розмірів і форми дрібних частинок, що важливо у вимірюваннях атмосферної видимості, у дослідженнях полімерних розчинів тощо.

5.9. Світло й кольори

Колір тіл, освітлюваних білим світлом

Забарвленість різних предметів, освітлюваних одним тим самим джерелом, наприклад, сонячним світлом, дуже різноманітна. Основну роль у цьому відіграють явища поглинання, розсіювання й пропущення світлових променів предметами.

Світловий потік, що падає на тіло, частково розсіюється, частково поглинається й частково пропускається тілом. Частки відповідних світлових потоків визначаються коефіцієнтами розсіювання (відбивання), поглинання та пропускання. Кожний із цих коефіцієнтів тією чи іншою мірою залежить від довжини хвилі, тобто від кольору світла. Завдяки цьому й спостерігається розмаїття кольорів освітлених предметів.

Тіло, у якого, наприклад, для червоних променів розсіювання мале, а пропущення велике, а для зелених променів - навпаки, буде видаватися червоним у світлі, що проходить крізь нього, й зеленим у розсіяному світлі. Такі властивості має хлорофіл - речовина, що міститься в листах рослин і зумовлює їхній зелений колір. Розчин (витяжка) хлорофілу в спирті виявляється на просвіт червоним, а на відбивання - зеленим.

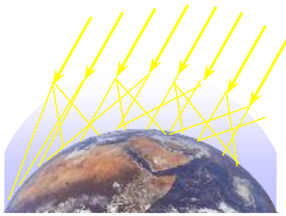
Тіла, у яких для всіх променів поглинання велике, а розсіювання й пропущення малі, виявляються чорними непрозорими (сажа). Для білих непрозорих тіл (окисид магнію) розсіювання дуже велике для всіх довжин хвиль, а поглинання й пропущення малі. Прозоре скло має малі коефіцієнти розсіювання й поглинання й великий коефіцієнт пропущення.

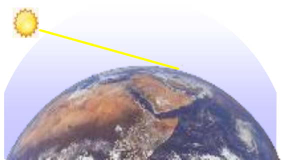
Колір тіл, освітлюваних кольоровим світлом

За освітлення тіл світлом, спектральний склад якого значно відрізняється від денного, їх кольорове сприйняття виявляється суттєво іншим. Яскраві барвисті місця художнього полотна виглядатимуть темними, якщо в падаючому світлі відсутні саме ті довжини хвиль, для яких ці місця мають великий коефіцієнт розсіювання (відбивання). Навіть перехід від денного освітлення до штучного вечірнього може значно змінити співвідношення відтінків. У денному світлі відносна частка жовтих, зелених і синіх променів набагато більша, ніж у штучному світлі. Тому жовті й зелені матерії видаються увечері тьмянішими, а синя за денного освітлення тканина часто видається чорною за лампового освітлення.

Кольори неба й зірниць

Безхмарне небо має насичений блакитний відтінок. Це зумовлене тим, що ми спостерігаємо розсіяне в повітряній атмосфері сонячне світло. Розсіювання відбувається завдяки молекулярній будові повітря, тобто має місце молекулярне розсіювання, і за законом Релея фіолетові промені розсіюються майже в 16 разів сильніше, ніж червоні.





Дивлячись на Сонце, ми сприймаємо його промені, що пройшли крізь товщу атмосфери. Втративши завдяки розсіюванню частину короткохвильового фіолетово-синього випромінювання, світло Сонця стає жовтішим. Під час сходу й заходу сонячні промені проходять значно більшу товщу повітря і тому Сонце має мідно-жовтий відтінок.

Коли у повітрі є дуже дрібні (значно менші довжини хвилі світла) часточки пилу або крапельки вологи (туман), розсіювання посилюється, і Сонце, що сходить або заходить, має майже червоний колір. У червоний колір забарвлюються й плаваючі в атмосфері хмари. Таким самим є походження рожевих і червоних відтінків ранкової й вечірньої зірниць. Після вивержень вулканів розвіяний у повітрі попіл обумовлює інтенсивно червоні зорі.

За розсіювання світла на частинках, розміри яких набагато більші довжини хвиль світла, спектральний склад

падаючого й розсіяного світла практично однаковий. Цим обумовлений білий колір хмар. З цієї ж причини колір неба у великих містах біліший, ніж у горах або над океаном.

КВАНТОВА ОПТИКА

5.10. Теплове випромінювання

- ***Тепловим*** називається електромагнітне випромінювання речовини, що виникає за рахунок її внутрішньої енергії.

Усі тіла тією чи іншою мірою випромінюють електромагнітні хвилі. Наприклад, сильно нагріті тіла світяться, а за звичайних температур є джерелами невидимого інфрачервоного випромінювання.

Властивості теплового випромінювання

- Теплове випромінювання залежить тільки від температури й оптичних властивостей випромінюючого тіла.
- Якщо енергія випромінюючого тіла не поповнюється за рахунок підведення до нього теплоти, температура тіла поступово знижується, а теплове випромінювання зменшується.
- Теплове випромінювання - єдине, яке може перебувати в термодинамічній рівновазі з речовиною.

За умов рівноваги витрати енергії тіла на теплове випромінювання компенсуються за рахунок поглинання тілом такої ж кількості енергії падаючого на нього випромінювання. Рівноважне випромінювання встановлюється в адіабатично замкненій системі, усі тіла якої перебувають за однієї температури.

- **Енергетичною світністю** R_T тіла називається величина, яка чисельно дорівнює кількості енергії, що випромінюється за одиницю часу з одиниці площі його поверхні:

$$\boxed{R_T = \frac{d^2E}{dt\,dS}}, \qquad \left[R_T\right] = [\text{Вт/м}^2], \qquad (5.30)$$

E - енергія, що випромінюється в усіх напрямках і в усьому діапазоні частот.

$dR_{\nu,T}$ - частка енергетичної світності, яка доводиться на інтервал частот $\left[\nu, \nu + d\nu\right]$.

$dR_{\lambda,T}$ - частка енергетичної світності, яка доводиться на інтервал довжин хвиль $\left[\lambda, \lambda + d\lambda\right]$.

- **Випромінювальною здатністю** $r_{\nu,T}$ тіла називається величина, яка дорівнює відношенню частки енергетичної світності, що доводиться на інтервал частот $[\nu, \nu + d\nu]$, до ширини цього інтервалу:

$$\boxed{r_{\nu,T} = \frac{dR_{\nu,T}}{d\nu}}, \quad [r_{\nu,T}] = [\text{Вт/м}^3]. \qquad (5.31)$$

- **Поглинальною здатністю** $a_{\nu,T}$ тіла називається величина, яка дорівнює відношенню потоку енергії випромінювання, поглиненого тілом в інтервалі частот $[\nu, \nu + d\nu]$, до потоку енергії випромінювання, що падає на тіло в тому ж інтервалі частот:

$$\boxed{a_{\nu,T} = \frac{d\hat{O}_{\text{ïîãë}}}{d\hat{O}_{\text{ïàä}}} \le 1}, \qquad (5.32)$$

$$\boxed{a_{\nu,T} = \frac{dE_{\text{ïîãë}}\, dt}{dt\;\; dE_{\text{ïàä}}} = \frac{dE_{\text{ïîãë}}}{dE_{\text{ïàä}}} \le 1}. \qquad (5.32а)$$

Значення $a_{\nu,T}$ залежить від частоти, температури, хімічного складу тіла, стану його поверхні тощо.

Згідно з формулами (5.32) максимальне значення поглинальної здатності дорівнює одиниці. У цьому випадку тіло повністю поглинає все падаюче на нього випромінювання.

- Тіло, яке повністю поглинає все падаюче на нього випромінювання, називається ***абсолютно чорним тілом***:

$$\boxed{a_{\nu,T}^{\text{чорне}} = 1}. \qquad (5.33)$$

- Тіло, поглинальна здатність якого менша від одиниці, називається ***сірим тілом***:

$$\boxed{a_{\nu,T} < 1}. \qquad (5.34)$$

5.11. Закони теплового випромінювання

5.11.1. Закон Кірхгофа

- **Закон Кірхгофа**. Відношення випромінювальної й поглинальної здатностей тіла не залежить від природи тіла; воно є для всіх тіл однією тою самою універсальною функцією частоти (довжини хвилі) й температури:

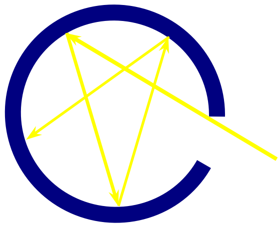
$$\boxed{\frac{r_{\nu,T}}{a_{\nu,T}} = f(\nu, T)} \quad \text{або} \quad \boxed{\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} = \varphi(\lambda, T)}. \qquad (5.35)$$

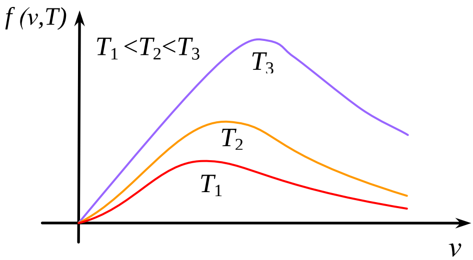
Самі величини $r_{\nu,T}$ й $a_{\nu,T}$ ($r_{\lambda,T}$ й $a_{\lambda,T}$) значною мірою різняться для різних речовин. Але їх відношення для всіх тіл однакове. Це означає, що предмет, який сильніше поглинає певні промені, буде ці промені й сильніше випромінювати.

Закон Кірхгофа є одним з основних законів теплового випромінювання й не поширюється на інші види променів.

Оскільки для абсолютно чорного тіла $a_{\nu,T} = 1$, то універсальна функція Кірхгофа $f(\nu,T)$ являє собою випромінювальну здатність абсолютно чорного тіла.

У природі не існує абсолютно чорних тіл. Сажа або платинова чернь мають поглинальну здатність близьку до одиниці (в обмеженому інтервалі частот). Моделлю абсолютно чорного тіла є замкнена порожнина з невеликим отвором.





Світловий промінь, потрапляючи всередину порожнини через отвір, зазнає багаторазового відбивання від стінок. При цьому енергія світла практично повністю поглинається стінками порожнини незалежно від їхнього матеріалу. Якщо стінки порожнини підтримувати за деякої температури T, то з отвору буде виходити випромінювання, близьке за спектральним складом до випромінювання абсолютно чорного тіла за тієї ж температури. Розкладаючи це проміння в спектр, наприклад за допомогою дифракційної ґратки, й вимірюючи інтенсивність різних ділянок спектра, можна знайти експериментально вид функції $f(\nu,T)$ (або $\varphi(\lambda,T)$).

Для різних температур криві $f(\nu,T)$ ($\varphi(\lambda,T)$) мають різний вигляд.

Особливості кривих функції Кірхгофа

- Площа, охоплювана кривою, що відповідає певній температурі, дає енергетичну світність абсолютно чорного тіла за цієї температури.
- Енергетична світність абсолютно чорного тіла швидко зростає з температурою.
- Максимум випромінювальної здатності за збільшення

температури зміщується у бік високих частот (коротких хвиль).

- Абсолютно чорне тіло майже не випромінює в області дуже малих і дуже великих частот (довжин хвиль).

5.11.2. *Закон Стефана-Больцмана*

- **Закон Стефана-Больцмана**. Енергетична світність абсолютно чорного тіла $R_T^{чорн}$ пропорційна четвертому степеню його абсолютної температури :

$$\boxed{R_T^{чорн} = \sigma T^4}, \qquad (5.36)$$

$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4) - *стала Стефана-Больцмана*.

Енергетична світність нечорного тіла:

$$\boxed{R_T = k_T \sigma T^4}, \qquad (5.36а)$$

k_T - коефіцієнт чорноти тіла ($k_T \le 1$).

5.11.3. *Закон зміщення Віна*

- **Закон Віна**. Частота хвилі, на яку доводиться максимум енергії в спектрі рівноважного випромінювання ν_{max}, пропорційна абсолютній температурі випромінюючого тіла:

$$\boxed{\nu_{max} = b'T} \quad \text{або} \quad \boxed{\lambda_{max} = \frac{b}{T}}, \qquad (5.37)$$

b' - стала, яка залежить від вигляду функції $f(\nu/T)$,

$b = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ м·К - *стала Віна*.

За підвищення температури тіла максимум енергії його випромінювання (максимум $f(\nu,T)$ $\left(\varphi(\lambda,T)\right)$) зміщується у бік високих частот (менших довжин хвиль).

5.12. *Квантова гіпотеза Планка. Формула Планка*

Закон розподілу енергії в спектрі рівноважного випромінювання, який точно узгоджується з експериментальними даними, отримав М.Планк, припустившись протилежних до класичної теорії уявлень. За класичною теорією енергія будь-якої системи змінюється неперервно, тобто може набувати будь-яких як завгодно близьких значень.

- **Квантова гіпотеза Планка**. Електромагнітне випромінювання випускається у вигляді окремих порцій енергії ε - ***квантів***, величина яких пропорційна частоті випромінювання:

$$\boxed{\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \hbar\omega = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda}}, \qquad (5.38)$$

$h, \hbar$ - *сталі Планка*.

$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, $\hbar = h / 2\pi = 1{,}054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

Функція Кірхгофа відповідно до гіпотези Планка:

$$f(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^3}{c^2} \frac{h}{(e^{h\nu/kT} - 1)} \qquad (5.39)$$

формула Планка.

Формула Планка дає вичерпний опис рівноважного теплового випромінювання.

За великих частот ($h\nu \gg kT$) формула Планка переходить у закон випромінювання Віна. Із формули Планка також випливає закон Стефана-Больцмана.

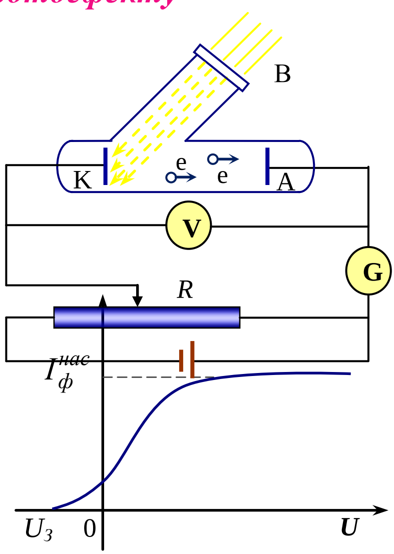
5.13. *Фотоелектричний ефект (фотоефект)*

- **Зовнішнім фотоефектом** називається вивільнення електронів з речовини під впливом електромагнітного випромінювання, зокрема, світла.
- **Внутрішнім фотоефектом** називається перерозподіл електронів за енергетичними станами у твердих і рідких напівпровідниках і діелектриках під впливом світла.

5.13.1. *Явище зовнішнього фотоефекту*

Для спостереження і дослідження фотоефекту можна скористатися установкою, принцип роботи якої полягає в наступному.

Світло проникає крізь прозоре віконце (В) у вакуумовану трубку і освітлює катод (К), виготовлений з досліджуваного матеріалу. Електрони, вивільнені внаслідок фотоефекту, переміщуються під впливом електричного поля до анода (А). У результаті в колі приладу



тече фотострум, вимірюваний гальванометром (G). Регулювання напруги між анодом і катодом (тобто регулювання електричного поля) здійснюється за допомогою реостата (*R*).

Залежність фотоструму $I_ф$ від напруги U між електродами за незмінного потоку світла Φ, називана *вольт-амперною характеристикою*, має нелінійний характер.

Особливості вольт-амперної характеристики

- ***За деякої невеликої напруги фотострум досягає насичення.***

За насичення всі електрони, вивільнені з катода, досягають анода. Сила струму насичення $I_ф^{нас}$ визначається кількістю електронів, що вивільняються з катода за одиницю часу під впливом світла.

- *Фотострум існує за від'ємних значень напруги* $[0,-U_З]$.

Це свідчить про те, що фотоелектрони, вивільнені з катода, мають початкову швидкість і, відповідно, кінетичну енергію. Щоб фотострум дорівнював нулю, потрібно прикласти *затримуючу напругу* $U_З$, за якої жодному з електронів не вдається подолати затримуюче поле й досягтися анода, тобто:

$$\frac{m_e \upsilon_{max}^2}{2} = eU_З\,, \tag{5.40}$$

m_e – маса електрона, e – заряд електрона.

5.13.2. Закони зовнішнього фотоефекту

- **Перший закон фотоефекту**. За незмінного спектрального складу падаючого на катод світла сила фотоструму насичення пропорційна світловому потоку:

$$\boxed{I_ф^{нас} \sim \Phi} \quad \text{закон Столєтова.} \tag{5.41}$$

- **Другий закон фотоефекту**. Для даного фотокатода максимальна початкова швидкість фотоелектронів залежить від частоти світла й не залежить від його інтенсивності.

- **Третій закон фотоефекту**. Для кожного фотокатода існує «*червона межа*» - мінімальна частота світла $\nu_ч$, за якої ще можливий фотоефект.

- **Четвертий закон фотоефекту**. Фотоефект безінерційний, тобто вивільнення фотоелектронів починається відразу ж, як тільки на фотокатод падає світло з частотою $\nu \geq \nu_{÷}$.

Теоретичне пояснення законів фотоефекту дав А. Ейнштейн (у 1905 р.). Він розвинув ідею Планка про те, що світло випромінюється у вигляді окремих порцій енергії - *квантів* $h\nu$, припустивши, що світло поглинається такими ж порціями. Відповідно до квантової теорії Ейнштейна енергія, одержувана електроном речовини у вигляді кванта $h\nu$, поглинається ним повністю і витрачається на: 1) роботу виходу $A_{вих}$ електрона з речовини, 2) кінетичну енергію руху електрона після вивільнення $m_e \upsilon_{max}^2 / 2$.

За законом збереження енергії:

$$\boxed{h\nu = \frac{m_e \upsilon_{max}^2}{2} + A_{вих}} \quad \textit{рівняння Ейнштейна для фотоефекту}. \tag{5.42}$$

З урахуванням того, що $m_e \upsilon_{max}^2 / 2 = eU_з$:

$$\boxed{U_з = \frac{h\nu - A_{вих}}{e}}. \tag{5.43}$$

Кожній речовині відповідає своя *робота виходу* - енергія, необхідна для видалення електрона з твердої або рідкої речовини у вакуум.

Число фотоелектронів не дорівнює числу квантів, що потрапили у речовину. Тільки ~1% квантів передають свою енергію окремим електронам; енергія інших розподіляється між усіма атомами речовини і йде, головним чином, на її нагрівання.

5.14. Світловий тиск

- ***Світловим тиском*** називається тиск, здійснюваний світлом на тіла, частинки, окремі атоми й молекули.

Гіпотеза щодо існування тиску світла була висунута І. Кеплером (1619 р.). Він висловив думку, що зміщення кометних хвостів у напрямку від Сонця пояснюється тиском сонячних променів. Проте експериментальні спроби виявити цей тиск протягом XVIII–XIX ст. були безрезультатними. Після створення Максвеллом електромагнітної теорії світла, з якої безпосередньо випливало існування світлового тиску, експериментальне підтвердження цього ефекту набуло ще більшої актуальності. Максвелл передбачив величину тиску світлових хвиль, яка виявилася винятково малою.

Тиск світла на тверді тіла, а пізніше й на гази, експериментально виявив і виміряв П.М.Лебедєв (1900 р.). Для абсолютно поглинаючої поверхні цей тиск становить $4{,}3\cdot10^{-6}$ Па.

Теоретичні розрахунки світлового тиску, отримані як на підставі хвильових уявлень, так і на підставі квантових уявлень, точно збігаються з експериментально отриманим значенням.

5.15. *Фотони. Маса й імпульс фотонів*

Для пояснення розподілу енергії в спектрі рівноважного теплового випромінювання достатньо припустити, що світло випромінюється порціями $h\nu$. Для пояснення фотоефекту достатньо припустити, що світло поглинається такими ж порціями. Ейнштейн пішов далі. Він висунув гіпотезу, що світло й поширюється у вигляді дискретних частинок - *квантів*, які згодом отримали назву ***фотонів***.

Існування світлового тиску показує, що потік випромінювання має енергію, а отже й масу та імпульс. Дійсно, оскільки фотон має енергію $\varepsilon = h\nu$, то у відповідності з теорією відносності він повинен мати масу:

$$\boxed{m_f = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}}. \qquad (5.44)$$

Але фотон - особлива частинка, яка суттєво відрізняється від таких частинок, як електрон, протон, нейтрон, що мають відмінну від нуля масу спокою й можуть перебувати в стані нерухомості. Фотон не має маси спокою ($m_{0f} = 0$) й може існувати тільки рухаючись зі швидкістю світла.

Імпульс фотона визначається за формулою:

$$\boxed{p_f = m_f c = \frac{\varepsilon}{c} = \frac{h\nu}{c}}, \qquad \boxed{\vec{p}_f = \hbar\vec{k}}, \qquad (5.45)$$

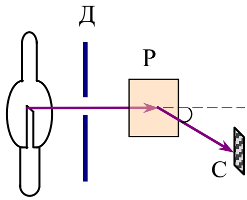
$\vec{k}$ - хвильовий вектор, $k = 2\pi/\lambda = 2\pi\nu/c$ - хвильове число.

5.16. *Ефект Комптона*

- **Ефектом Комптона** називається пружне розсіювання електромагнітного випромінювання на вільних або слабко зв'язаних електронах, що супроводжується зменшенням частоти (збільшенням довжини хвилі) випромінювання.

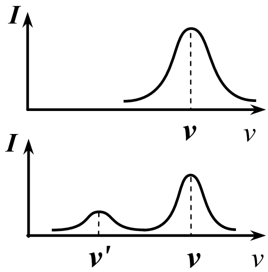
Ефект Комптона спостерігається за розсіювання високочастотних (короткохвильових) рентгенівського й гамма- випромінювань.

5.16.1. Експериментальне спостереження ефекту Комптона



Уперше ефект зміни частоти випромінювання за його розсіювання речовиною був виявлений А. Комптоном (1922 р.). Дослід полягав у наступному.

Виділений діафрагмою (Д) вузький пучок монохроматичного характе-ристичного рентгенівського випромі-нювання направлявся на речовину (Р). Спектральний склад розсіяного речовиною випромінювання досліджувався за до-помогою рентгенівського спектрографа (С).

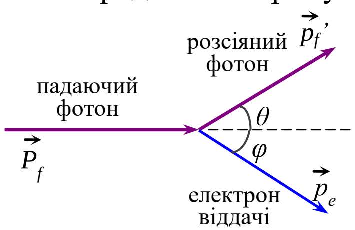


Комптоном було встановлено, що в розсіяному випромінюванні крім хвиль первинної частоти ν (довжини λ) присутні інші - з меншою частотою $\nu' < \nu$ (більшою довжиною $\lambda' > \lambda$). Тобто поряд з класичним розсіюванням з незмінною частотою, існує розсіювання, що супроводжується зміною частоти ви-промінювання, називане *комптонівським*.

5.16.2. Закономірності комптонівського розсіювання

- Комптонівське розсіювання інтенсивне для речовин з малою атомною вагою й незначне для речовин з великою атомною вагою.
- За збільшення кута розсіювання інтенсивність комптонівського розсіювання зростає, а інтенсив-ність класичного розсіювання зменшується.
- Зміщення частоти випромінювання залежить від кута розсіювання, а саме: зростає за збільшення кута.
- За однакових кутів розсіювання величина зміщення частоти випромінювання однакова для всіх речовин.

Ефект Комптона є результатом пружного зіткнення рентгенівського фотона з вільним електроном При цьому фотон передає електрону частину своєї енергії й імпульсу.



$\vec{p}_f$, $\vec{p}\,'_f$ - імпульси падаючого і розсіяного фотонів,
$\vec{p}_e$ - імпульс електрона віддачі,
θ - кут розсіювання фотона,
φ - кут, під яким летить електрон віддачі відносно напрямку

руху падаючого фотона.

Фотон, після передачі частини своєї енергії й імпульсу електрону, змінює напрямок руху - розсіюється. Зменшення енергії фотона й означає зменшення частоти розсіяного випромінювання. Електрон, що одержав від фотона енергію й імпульс, випробовує віддачу, тобто починає рухатись.

Напрямки руху частинок після зіткнення та їхні енергії визначаються законами збереження енергії й імпульсу. Оскільки за розсіювання фотонів високих енергій електрон віддачі може набувати швидкостей сумірних зі швидкістю світла, необхідно враховувати релятивістські ефекти (залежність енергії й імпульсу від швидкості):

$$\boxed{h\nu + m_{0e}c^2 = h\nu' + \varepsilon_e}, \tag{5.46}$$

$$\boxed{\vec{p}_f = \vec{p}\,'_f + \vec{p}_e}. \tag{5.47}$$

ν, ν' - частота падаючого й розсіяного фотонів,

m_{0e} - маса спокою електрона,

ε_e - енергія електрона віддачі.

Спільне рішення рівнянь, що виражають закони збереження енергії й імпульсу за комптон-ефекту, дає:

$$\boxed{\nu' = \frac{\nu}{1 + h\nu(1+\cos\theta)/m_{0e}c^2}}, \tag{5.48}$$

або для зміщення довжини хвилі $\Delta\lambda$:

$$\boxed{\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_{\hat{e}}(1-\cos\theta)} \quad \textit{формула Комптона}, \tag{5.48a}$$

$\lambda_{\hat{e}} = h/m_{0e}c = 2{,}43\cdot 10^{-12}$ м - *комптонівська довжина хвилі електрона*.

У легких атомах усі електрони зв'язані слабко, а у важких атомах слабко зв'язані лише зовнішні електрони. Тому у випадку важких елементів відносне число електронів, що спричинюють явище Комптона, менше, ніж у легких.

Комптон-ефект можливий не тільки на електронах, але й на інших заряджених частинках, наприклад, на протонах за умов розсіювання фотонів дуже високих енергій. Для кожного виду частинок комптонівська довжина хвилі має своє значення ($\lambda_{\hat{e}} = h/m_0c$).

5.17. Природа світла

5.17.1. Корпускулярно-хвильова подвійність властивостей світла

Явища інтерференції, дифракції, поляризації переконливо свідчать про хвильову природу світла. У той же час закономірності рівноважного теплового випромінювання, фотоефект та ефект Комптона можна пояснити тільки на підставі квантових уявлень про світло як потік дискретних фотонів. Однак хвильовий і квантовий (корпускулярний) способи опису світла не суперечать, а взаємно доповнюють один одного, тому що світло одночасно має і хвильові, і корпускулярні властивості. Тобто світлу притаманний *корпускулярно-хвильовий дуалізм*.

Хвильові властивості світла (частота ν і довжина хвилі у вакуумі λ) та його корпускулярні властивості (енергія фотона ε_f й імпульс фотона p_f) пов'язані співвідношеннями:

$$\boxed{\varepsilon_f = h\nu}, \tag{5.49}$$

$$\boxed{p_f = h/\lambda}. \tag{5.50}$$

Хвильові властивості світла відіграють визначальну роль у процесах його поширення, інтерференції, дифракції, поляризації, а корпускулярні - у процесах взаємодії світла з речовиною. Чим менша частота світла, тим менші енергія й імпульс фотонів і тим складніше виявити квантові властивості. Чим більша частота електромагнітного випромінювання, тим більші енергія й імпульс фотонів і тим складніше виявити хвильові властивості.

Слід зазначити, що хвильові властивості має не тільки сукупність великого числа фотонів, що рухаються одночасно, але й кожний окремий фотон.

5.17.2. Світло як форма матерії

Світло поширюється з кінцевою швидкістю c. За розсіювання й поглинання поверхнями тіл світло здійснює на них тиск. Світло має імпульс і переносить енергію. Наявність маси у світла означає, що воно має вагу, тобто здатне притягатися іншими матеріальними тілами.

Теоретично й експериментально встановлені для світла властивості характеризують взагалі будь-яку матерію. Таким чином, світло являє собою матерію з усіма її невід'ємними властивостями: масою, вагою, здатністю рухатися з кінцевою швидкістю, переносити енергію й імпульс.

Однак світло є особливим видом матерії - його маса спокою дорівнює нулю. «Зупинка» світла означає зникнення всіх його властивостей і є не що інше, як поглинання речовиною. За поглинання енергія, маса й імпульс світла переходять до речовини.

У полі атомних ядер може мати місце процес, у результаті якого квант світла зникає, а замість нього утворюється пара елементарних частинок: електрон і позитрон. Електрон і позитрон мають масу й енергією, які вони отримують із маси й енергії зниклого фотона. Тобто спостерігається перехід одного виду матерії в інший.

Все вищезазначене свідчить, що *світло є формою матерії*.

Приклад розв'язування задачі 39

У спектрі випромінювання Сонця максимум енергії припадає на хвилі довжини $\lambda_{max} = 500$ нм. **Вважаючи Сонце за абсолютно чорне тіло, визначити його енергетичну світність, потік випромінюваної ним енергії та еквівалентну масу, що втрачається Сонцем у вигляді випромінювання за** $\Delta t = 1$ с.

Розв'язування

За законом Стефана-Больцмана енергетична світність Сонця

$$R_T = \sigma T^4 .$$

Температуру Сонця визначимо за законом Віна:

$$\lambda_{max} = b / T ,$$

звідки $T = b / \lambda_{max}$, $T = 5800$ К.

Тоді $R_T = \sigma b^4 / \lambda_{max}^4$, $R_T = 6,4 \cdot 10^7$ Вт/м^2.

Потік енергії, що випромінюється тілом, дорівнює добутку енергетичної світності тіла на площу його поверхні:

$$\varPhi = R_T S = R_T 4\pi r_C^2 , \qquad \varPhi = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ Вт}.$$

Щоб визначити еквіваленту масу, скористаемося співвідношенням теорії відносності між масою та енергією:

$$E = mc^2 ,$$

звідки $m = \dfrac{E}{c^2} = \dfrac{\varPhi \Delta t}{c^2}$, $m = 4 \cdot 10^9$ кг.

Приклад розв'язування задачі 40

Затримуюча напруга для платинової пластини становить $U_{з_1} = 3,7$ В. **За тих самих умов для іншої пластини затримуюча напруга** $U_{з_2} = 5,3$ В. **Робота виходу електронів із платинової пластини** $A_{вих_1} = 6,3$ еВ. **Визначити роботу виходу електронів із другої пластини**.

Розв'язування

Запишемо формулу Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту:

$$h\nu = \frac{m_e \upsilon_{max}^2}{2} + A_{вих} .$$

З урахуванням того, що $m_e \upsilon_{max}^2 / 2 = eU_з$, отримаємо:

$$h\nu = eU_з + A_{вих} .$$

Оскільки пластини освітлюються випромінюванням однієї частоти (за умовою задачі), то:

$$h\nu = eU_{з_1} + A_{вих_1} = eU_{з_2} + A_{вих2},$$

звідки $A_{вих2} = eU_{з_1} + A_{вих_1} - eU_{з_2} = e(U_{з_1} - U_{з_2}) + A_{вих_1}$, $A_{вих2} = 4,7$ еВ.

Розділ 6

АТОМНА ФІЗИКА

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Атомна фізика вивчає будову й властивості атомів та процеси, що відбуваються на атомному рівні.

- **Атом** - це найменша частинка речовини, яка має всі хімічні властивості даного хімічного елемента.

Чітка границя між атомом і молекулою була встановлена в середині XIX сторіччя С. Канніццаро. Найважливіше значення для становлення фізики атомів як науки мало відкриття Д.І. Менделєєвим періодичної системи елементів (1869 р.). Важливу роль у розвитку уявлень про будову атомів відіграли відкриття електрона (1897 р.), досліди Резерфорда (1911 р.) та дослідження атомних спектрів.

Для атомної фізики характерні відстані порядку ангстремів (1Å=10^{-10}м) та енергії порядку електрон-вольтів (еВ). 1 еВ - енергія, якої набуває частинка, що має елементарний електричний заряд, наприклад, електрон, після проходження в електричному полі різниці потенціалів у 1 вольт:

$$1еВ = 1,6 \cdot 10^{-19}\,Кл \cdot 1В = 1,6 \cdot 10^{-19}\,Дж.$$

В електронвольтах можна вимірювати енергію не тільки заряджених, але й нейтральних частинок.

До складу атома входить позитивно заряджене ядро й електрони, що рухаються в електричному полі ядра. Заряд ядра за абсолютним значенням дорівнює сумарному заряду всіх електронів атома.

Будова речовини й процеси на атомному рівні обумовлені електромагнітними взаємодіями. Теоретичною основою атомної фізики є квантова механіка.

Сучасна атомна фізика також досліджує спеціальний тип атомів, називаних *мезоатомами*. Мезоатом виникає із звачайного атома в результаті заміни одного з електронів мюоном, антимезоном, антипротоном або негативно зарядженим гіпероном.

ОСНОВИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ

6.1. Корпускулярно-хвильові властивості частинок речовини

6.1.1. Гіпотеза де Бройля

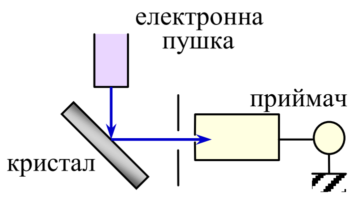
Луї де Бройль у 1924 році висунув гіпотезу про те, що корпускулярно-хвильова подвійність властивостей притаманна не тільки фотонам, а й усім частинкам речовини: електронам, протонам, атомам тощо. Причому кількісні співвідношення між хвильовими й корпускулярними властивостями частинок ті самі, що й для фотонів.

Тобто, якщо частинка має енергію E й імпульс p, то з цією частинкою пов'язана хвиля, називана ***хвилею де Бройля***, частота ν і довжина λ якої:

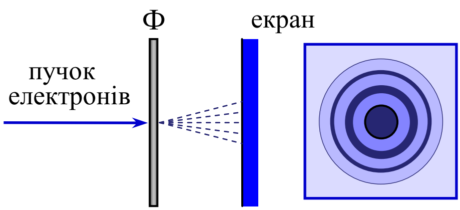
$$\boxed{\nu = \frac{E}{h}}, \quad \boxed{\lambda = \frac{h}{p}}$$ ***рівняння де Бройля***. (6.1)

6.1.2. Дослідні підтвердження гіпотези де Бройля

Перше експериментальне підтвердження гіпотези де Бройля отримали К. Девіссон та Л. Джермер у 1927 році. У проведених ними дослідах пучок електронів прискорювався в електричному полі з різницею потенціалів 100-150 В (енергія таких електронів 100-150 еВ, що відповідає $\lambda \approx 10^{-10}$ м) і спрямовувався на кристал нікелю, який відігравав роль просторової дифракційної ґратки. Електрони, розсіяні на кристалі, давали дифракційну картину, причому саме таку, яка повинна бути для хвиль, довжина яких визначається рівнянням де Бройля (6.1).



Згодом дифракційні явища були виявлені для пучків атомів, нейтронів, протонів та інших частинок.



Було встановлено, що хви-льові властивості притаманні не тільки пучку електронів, але й кожному електрону окремо.

Хвильові властивості мікрочастинок відіграють істотну й навіть визначальну роль.

6.2. Принцип невизначеності Гейзенберга

6.2.1. Співвідношення невизначеностей

Для опису руху частинки необхідно знати її координати й імпульс у кожний момент часу. Визначити координату x мікрочастинки, яка має імпульс p, можна за допомогою мікроскопа, що працює на світлових пучках з короткою довжиною хвиль λ. Роздільна здатність приладу тим більша, чим менша довжина хвилі. Тому виміряти координату мікрочастинки $x \pm \Delta x$ у принципі можна з будь-якою високою точністю Δx; для цього потрібно лише використовувати дуже короткі хвилі:

$$\lambda \approx \Delta x\,. \tag{6.2}$$

Але чим менша довжина хвилі, тим більший імпульс фотонів:

$$p_f = \frac{h}{\lambda} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda}\,. \tag{6.3}$$

Під час взаємодії світлового фотона з частинкою спостерігається ефект Комптона: фотон передає мікрочастинці свій імпульс (повністю або частково). Зміна імпульсу мікрочастинки:

$$\Delta p \approx \frac{h}{\lambda}\,. \tag{6.4}$$

Таким чином, зменшення довжини хвилі світла λ веде до зменшення невизначеності у координаті Δx, але при цьому зростає невизначеність у значенні імпульсу Δp.

Виключивши λ із співвідношень (6.2) і (6.4), одержимо:

$$\Delta x \Delta p \approx h\,. \tag{6.5}$$

- **Принцип невизначеності Гейзенберга**. Добуток невизначеностей у положенні тіла та його імпульсі в будь-який момент часу є більшим за сталу Планка:

$$\boxed{\begin{aligned} \Delta x\,\Delta p_x &\ge \frac{\hbar}{2} \\ \Delta y\,\Delta p_y &\ge \frac{\hbar}{2} \\ \Delta z\,\Delta p_z &\ge \frac{\hbar}{2} \end{aligned}} \quad \textbf{співвідношення невизначеностей Гейзенберга.} \tag{6.6}$$

За невизначеністю будь-якої величини розуміють ширину інтервалу, в якому містяться всі можливі значення цієї величини. У квантовій механіці невизначеність величини розуміється як середньоквадратичне відхилення величини від середнього значення: $\Delta x = \sqrt{\left\langle (x - x_{сер})^2 \right\rangle}$, $\Delta p = \sqrt{\left\langle (p - p_{сер})^2 \right\rangle}$.

Зміст співвідношень невизначеностей (6.6) наступний: *охарактеризувати мікрочастинку за допомогою фізичних величин, властивих макротілам, можна лише з певним наближенням. При цьому, чим точніше ми будемо визначати координати частинки, тим з меншою точністю ми зможемо визначити її імпульс, а отже, і її швидкість.*

Таким чином, *співвідношення невизначеностей Гейзенберга встановлюють границю застосовності понять і законів класичної фізики до мікросвіту. Уявлення, набуті нами в результаті спостережень макроскопічних явищ, несумісні з явищами внутрішньоатомними. Внутрішньоатомні процеси за своєю природою не мають наочності механічних моделей.*

6.2.2. Принцип невизначеності для енергії і часу

Ґрунтуючись на принципі невизначеності, що пов'язує координати й імпульс частинки, можна припустити, що аналогічний принцип має стосуватися також енергії. У механіці макротіл для обчислення повної енергії як суми кінетичної й потенційної, необхідно одночасно знати положення тіла і його швидкість. Природно очікувати, що повна енергія мікрочастинки може бути знайдена лише з деякою невизначеністю $E \pm \Delta E$. З міркувань розмірності фізичних величин випливає, що співвідношення для енергії повинно бути пов'язане з часом.

Співвідношення невизначеності для енергії і часу:

$$\boxed{\Delta E\, \Delta t \geq \hbar}, \qquad (6.7)$$

Δt - час, протягом якого мікрочастинка має енергію $E \pm \Delta E$.

Тобто енергія частинки в даному стані може бути визначена тим точніше, чим довше частинка перебуває в цьому стані.

Принцип невизначеності Гейзенберга вказує на принципово неможливе одночасне винайдення характеристик стану частинки точніше, ніж це допускають співвідношення невизначеностей. Ніякий експеримент не може призвести до одночасного точного їх вимірювання, оскільки невизначеність пов'язана не з недосконалістю експериментальної техніки, а з об'єктивними властивостями матерії.

Принцип невизначеності є загальним, однак через малість сталої Планка $\hbar$ співвідношення невизначеностей відіграють істотну роль в явищах атомних масштабів і не проявляються в дослідах з макроскопічними тілами.

Приклад розв'язування задачі 41

Кінетична енергія електрона в атомі водню є величиною порядку $E_{кін} = 10$ еВ. **Скориставшись співвідношенням невизначеності, оцінити мінімальні лінійні розміри атома водню.**

Розв'язування

Співвідношення невизначеності для координати й проекції імпульсу:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar / 2 .$$

Якщо лінійні розміри атома l, то невизначеність перебування електрона в межах ділянки l становить $\Delta x = l / 2$.

З урахуванням цього:

$$\frac{l \Delta p_x}{2} \geq \frac{\hbar}{2}, \qquad \text{звідки} \qquad l \geq \frac{\hbar}{\Delta p_x} .$$

Фізично коректна невизначеність імпульсу Δp не може перевищувати величину самого імпульсу p, тому можна замінити Δp_x на p:

$$l \geq \hbar / p .$$

Імпульс зв'язаний з кінетичною енергією співвідношенням

$$p = \sqrt{2mE_{кін}} .$$

Перейшовши від нерівності для l до рівності, дістанемо:

$$l_{min} = \frac{\hbar}{\sqrt{2mE_{кін}}}; \qquad l_{min} = 6{,}2 \cdot 10^{-9} \text{ м.}$$

Приклад розв'язування задачі 42

Атом випромінює фотон із довжиною хвилі $\lambda = 800$ нм. **Тривалість випромінювання** $\Delta t = 10$ нс. **Визначити найвищу точність, з якою можна виміряти довжину хвилі випромінювання.**

Розв'язування

Співвідношення невизначеності для енергії та часу:

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar .$$

Енергія фотона $\qquad E = h\nu = \dfrac{hc}{\lambda}$.

Невизначеність енергії фотона $\qquad \Delta E = \Delta\left(\dfrac{hc}{\lambda}\right) = \dfrac{hc\Delta\lambda}{\lambda^2}$.

З урахуванням останнього:

$$\Delta E\Delta t = \frac{hc\Delta\lambda}{\lambda^2}\Delta t \geq \hbar ,$$

звідки

$$\Delta\lambda \geq \frac{\lambda^2}{2\pi c\Delta t}\Delta t , \qquad \Delta\lambda = 3,4\cdot 10^{-14}\ \text{м}.$$

6.3. Основне рівняння квантової механіки

У 1926 році австрійський фізик Е. Шредінгер розвинув ідеї де Бройля й надав квантовій механіці послідовної форми. Подібно тому, як Ньютон у свій час запропонував основне рівняння динаміки, що повністю описує рух макрочасток, Шредінгер написав основне динамічне рівняння руху мікрочастинок. Так само, як рівняння динаміки Ньютона не можуть бути отримані теоретично, а являють собою узагальнення великої кількості дослідних фактів, рівняння Шредінгера не можна вивести із відомих співвідношень. Його слід розглядати як вихідне основне припущення, справедливість якого доводиться тим, що всі наслідки, які випливають із нього, точно узгоджуються з дослідними фактами.

Стан мікрочастинки описується у квантовій механіці так званою ***хвильовою функцією*** $\Psi(x,y,z,t)$.

6.3.1. Загальне рівняння Шредінгера

Для частинки, що рухається під впливом сили, яка визначається потенціальною енергією $U(x,y,z,t)$ силового поля ($\vec{F} = -grad\,U$), рівняння Шредінгера має вигляд:

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U(x,y,z,t)\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}} \qquad \text{часове рівняння Шредінгера,} \qquad (6.8)$$

m - маса частинки, $i=\sqrt{-1}$ - уявна одиниця,

Δ - оператор Лапласа ($\Delta\Psi = \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}$).

Якщо хвильова функція Ψ відома в початковий момент часу, то, розв'язавши рівняння Шредінгера, можна знайти хвильову функцію Ψ в будь-який наступний момент часу.

6.3.2. Рівняння Шредінгера для стаціонарних станів

Для частинки, що перебуває в стаціонарному силовому полі, функція $U = U(x,y,z)$ являє собою потенціальну енергію частинки. У цьому випадку хвильову функцію Ψ можна представити як два співмножники, один з яких залежить тільки від координат, а другий – тільки від часу:

$$\Psi(x,y,z,t) = \Psi(x,y,z)\, e^{-i\frac{E}{\hbar}t},$$

E - повна енергія частинки.

Підставивши отриманий вираз хвильової функції Ψ у часове рівняння Шредінгера, одержимо:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi\, e^{-i\frac{E}{\hbar}t} + U\Psi\, e^{-i\frac{E}{\hbar}t} = i\hbar(-i\frac{E}{\hbar})\Psi\, e^{-\frac{E}{\hbar}t}.$$

Після скорочень усіх членів рівняння на множник $e^{-i\frac{E}{\hbar}t}$ і відповідних перетворень отримаємо рівняння для стаціонарних станів:

$$\boxed{\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\Psi = 0}$$ ***рівняння Шредінгера для стаціонарних станів***. (6.8а)

Хвильова функція $\Psi(x,y,z,t)$, що є розв'язком рівняння Шредінгера, в загальному випадку являє собою комплексну функцію.

6.3.3. *Фізичний смисл хвильової функції*

Хвильова функція $\Psi(x,y,z,t)$ прямого фізичного смислу не має. Смисл має квадрат модуля хвильової функції, а саме величина

$$\omega_n(x,y,z,t) = \left|\Psi(x,y,z,t)\right|^2, \qquad (6.9)$$

називана *густиною ймовірності*, яка дорівнює ймовірності знаходження частинки або системи в момент часу t у квантовому стані n у точці простору з координатами x, y, z.

Імовірність перебування частинки в межах об'єму V:

$$W = \int_V \left|\Psi\right|^2 dV. \qquad (6.10)$$

Імовірність того, що частинка знаходиться в нескінченно великому об'ємі, дорівнює одиниці, оскільки це достовірна подія. Отже:

$$\boxed{W_{V\to\infty} = \int_{V\to\infty} \left|\Psi\right|^2 dV = 1}$$ ***умова нормування***. (6.11)

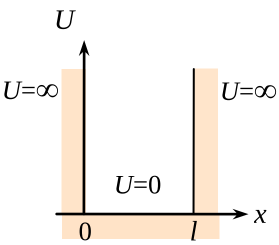
Імовірнісна інтерпретація хвильової функції - один з основних постулатів квантової механіки. *Квантова механіка має статистичний характер. Вона не дозволяє визначити місцезнаходження частинки в просторі або траєкторію її руху. За допомогою хвильової функції можна передбачити з якою ймовірністю частинка може бути виявлена в різних точках простору.*

6.4. Квантовомеханічні задачі

Рівняння Шредінгера за своєю математичною властивістю має скінчені, однозначні й неперервні розв'язки з визначеним фізичним смислом тільки за певних значень повної енергії. Ці обрані значення енергії називаються ***власними значеннями***, а відповідні до них розв'язки рівняння – ***власними функціями***. Пошук власних значень і власних функцій є головним завданням квантової механіки.

6.4.1. Частинка в нескінченно глибокій одновимірній потенціальній ямі

Дослідимо поведінку частинки в нескінченно глибокій одновимірній *потенціальній ямі* - обмеженій області простору, де потенціальна енергія частинки менша, ніж поза цією областю.



Припустимо, що частинка може рухатись тільки вздовж осі x і її рух обмежений непроникними для неї стінками: $x=0$, $x=l$. Потенціальна енергія в цьому випадку:

$$E_{пот} = U = 0 \quad \text{на ділянці} \quad 0 \le x \le l\,,$$

$$E_{пот} = U = \infty \quad \text{на ділянках} \quad 0 < x\,,\quad x > l\,.$$

Для даного випадку хвильова функція Ψ залежить тільки від однієї координати і рівняння Шредінгера має вигляд:

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\Psi = 0\,. \qquad (6.12)$$

За межі потенціальної ями частинка потрапити не може, тому ймовірність її знаходження, а отже й функція Ψ, за межами ями дорівнюють нулю.

Із умови неперервності хвильової функції випливає, що Ψ дорівнює нулю й на границях ями:

$$\Psi(0)=0\,, \qquad \Psi(l)=0\,. \tag{6.13}$$

В області, де хвильова функція $\Psi \neq 0$, потенціальна енергія $E_{пот}=U=0$, і рівняння Шредінгера:

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}E\Psi=0\,.$$

Позначивши $2mE/\hbar^2=k^2$, одержимо рівняння:

$$\ddot{\Psi}+k^2\Psi=0\,. \tag{6.14}$$

Розв'язками такого рівняння є функції виду:

$$\Psi(x)=C\sin(kx+\alpha)\,. \tag{6.15}$$

Користуючись умовою $\Psi(0)=0$, визначимо константу α:

$$\Psi(0)=C\sin\alpha=0\,, \qquad \text{звідки} \quad \alpha=0\,.$$

Із умови $\Psi(l)=0$ одержимо:

$$\Psi(l)=C\sin kl=0\,,$$

що можливо лише у випадку

$$kl=\pm n\pi\,, \qquad n=1,2,3,\ldots. \tag{6.16}$$

! $n=0$ не береться, тому що тоді $\Psi\equiv 0$ і частинка ніде не перебуває.

З урахуванням значення k:

$$\sqrt{2mE/\hbar^2}\cdot l=\pm n\pi\,, \qquad n=1,2,3,\ldots,$$

звідки

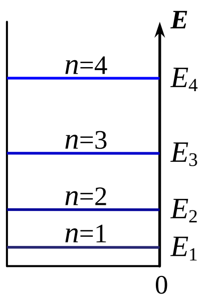
$$\boxed{E_n=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}n^2}, \qquad n=1,2,3,\ldots. \tag{6.17}$$

Таким чином, розв'язки рівняння Шредінгера мають фізичний зміст лише за певних значень енергії, а це означає, що *енергія частинки квантується*, тобто приймає дискретний ряд значень. Сукупність усіх власних значень енергії утворює *енергетичний спектр частинки*.

Крім того, квантово-механічний розгляд задачі призводить до висновку про те, що частинка в потенціальній ямі не може мати енергію рівну нулю ($n\neq 0$). Мінімальна енергія

$$E_{min}=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}\,. \tag{6.18}$$

Квантовані значення енергії $E_1, E_2, E_3,\ldots,E_n$ називаються *енергетичними рівнями*. Схематично енергетичні рівні можна зобразити у наведений нижче спосіб.



Різниця енергій двох сусідніх рівнів:

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}(2n+1)\,. \qquad (6.19)$$

Знайдемо власні функції $\Psi_n(x)$ (6.15), що відповідають власним значенням енергії (6.17). Згідно з умовою (6.16):

$$\Psi_n(x) = C\sin\frac{\pi n}{l}x\,, \qquad n = 1,2,3,\ldots \qquad (6.20)$$

Для визначення коефіцієнта C скористаємося умовою нормування:

$$C^2\int_0^l \sin^2\frac{\pi n}{l}x\,dx = 1\,. \qquad (6.21)$$

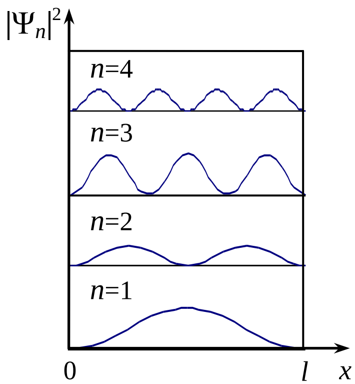
На кінцях проміжку інтегрування підінтегральна функція дорівнює нулю. Тому значення інтеграла можна отримати, помноживши середнє значення підінтегральної функції $\sin^2(\pi n x/l)$ на довжину проміжку l. Оскільки середнє значення $\left\langle \sin^2\frac{\pi n}{l}x \right\rangle = (1/2)$, то

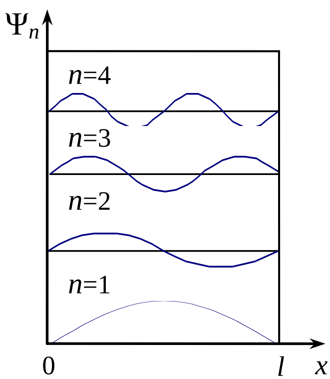
$$C^2 \cdot (1/2)\cdot l = 1 \qquad \text{і} \qquad C = \sqrt{2/l}\,.$$

Таким чином, власні функції мають вигляд:

$$\boxed{\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}}\sin\frac{\pi n}{l}x}\,, \qquad n = 1,2,3,\ldots \qquad (6.22)$$

Графіки функцій Ψ_n, $|\Psi_n|^2$:





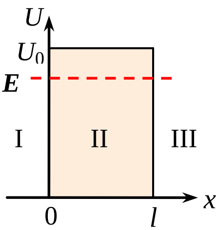
Криві $|\Psi_n|^2$ дають чітке уявлення щодо місць перебування частинки. Із наведених графіків видно, що частинка в стані, який відповідає $n=1$, найчастіше буває в середній частині потенціальної ями. У стані, який відповідає $n=2$, густина ймовірності знаходження частинки в середині потенціальної ями дорівнює нулю, разом з тим частинка однаково часто буває як у лівій, так і в правій половинах ями.

Отже, квантова механіка призводить до висновку, що частинка неоднаково часто буває в різних точках простору. Це суперечить уявленням класичної механіки, згідно з якими всі положення частинки у потенціальній ямі рівноймовірні.

6.4.2. Проходження частинкою потенціального бар'єра. Тунельний ефект

Відмінність властивостей мікро- і макрооб'єктів виявляється під час проходження ними потенціальних бар'єрів.

Розглянемо рух частинки в області, де є потенціальний бар'єр висоти U_0 й ширини l. За уявленнями класичної фізики,



якщо енергія частинки більша за висоту бар'єра $(E>U_0)$, то частинка без перешкод проходить «над» бар'єром. Якщо ж енергія частинки менша від висоти потенціального бар'єра $(E<U_0)$, то частинка відбивається від бар'єра й летить у зворотний бік. Проникнути «крізь» бар'єр вона не може.

Зовсім інакше виглядає поведінка частинки згідно із квантовою механікою. За енергій частинки більших, ніж висота потенціального бар'єра, є відмінна від нуля ймовірність того, що вона відіб'ється від бар'єра й полетить у зворотний бік. А за енергій частинки менших від висоти потенціального бар'єра є відмінна від нуля ймовірність того, що вона проникне «крізь» бар'єр і опиниться в області, де $x>l$. Така неможлива з класичної точки зору поведінка мікрочастинок випливає безпосередньо з рівняння Шредінгера.

Для випадку $E<U_0$ рівняння Шредінгера має вигляд:

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}E\Psi=0 \quad \text{для областей I та III,} \tag{6.23}$$

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-U_0)\Psi=0 \quad \text{для області II.} \tag{6.24}$$

Загальні розв'язки рівнянь Шредінгера:

для області I

$$\Psi_1 = A_1(\cos kx + i\sin kx) + B_1(\cos kx - i\sin kx) = A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx} *,$$

для області II

$$\Psi_2 = A_2(\cos qx + i\sin qx) + B_2(\cos qx - i\sin qx) = A_2 e^{iqx} + B_2 e^{-iqx} = = A_2 e^{-\beta x} + B_2 e^{\beta x},$$

для області III

$$\Psi_3 = A_3(\cos kx + i\sin kx) + B_3(\cos kx - i\sin kx) = A_3 e^{ikx} + B_3 e^{-ikx}, \quad (6.25)$$

де $k = \sqrt{2mE/\hbar^2}$, $\beta = \sqrt{2m(U_0 - E)/\hbar^2}$, $q = \sqrt{2m(E - U_0)/\hbar^2}$,
$q = i\beta$ - уявне число ($Å < U_0$).
$* e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$ (формула Ейлера).

Розв'язки виду e^{ikx} відповідають руху частинок уздовж осі x, а розв'язки e^{-ikx} - руху частинок у зворотному напрямку.

Коефіцієнт B_3 слід покласти рівним нулю, оскільки в області III частинки рухаються тільки вздовж напрямку осі x. Коефіцієнти A_1, B_1, A_2, B_2, A_3 визначимо зі стандартних умов:

$\Psi_1(0) = \Psi_2(0)$, $\Psi_2(l) = \Psi_3(l)$, $\Psi_1'(0) = \Psi_2'(0)$, $\Psi_2'(l) = \Psi_3'(l)$.

Імовірність відбиття частинок від потенціального бар'єра, називана ***коефіцієнтом відбиття бар'єра*** R, дорівнює відношенню інтенсивності потоку відбитих частинок $I_{відб}$ до інтенсивності падаючого на бар'єр потоку I_0:

$$\boxed{R = I_{відб} / I_0 = |B_1|^2 / |A_1|^2}. \quad (6.26)$$

Імовірність проходження частинок крізь потенціальний бар'єр, називана ***коефіцієнтом прозорості бар'єра*** D, дорівнює відношенню інтенсивності потоку частинок, що пройшли крізь бар'єр $I_{прох}$, до інтенсивності падаючого на бар'єр потоку I_0:

$$\boxed{D = I_{прох} / I_0 = |A_3|^2 / |A_1|^2}. \quad (6.27)$$

Спільне розв'язання системи рівнянь (6.26) зі стандартними умовами для коефіцієнта прозорості дає:

$$\boxed{D \approx e^{-2\beta l} = e^{-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U_0 - E)}\, l}}. \quad (6.28)$$

Тобто ймовірність проходження частинкою потенціального бар'єра тим більша, чим менша її маса (m), вужче потенціальний бар'єр (l) і чим менше енергії бракує частинці, щоб дістатися висоти бар'єра ($U_0 - E$).

Долаючи потенціальний бар'єр, частинка з енергією $E < U_0$ ніби проходить крізь тунель у ньому. Тому явище називають ***тунельним ефектом***.

Тунельний ефект лежить в основі α -розпаду радіоактивних ядер. Без тунельного ефекту було б неможливе протікання термоядерних реакцій.

На перший погляд може здатися, що квантова механіка дає менш точний і вичерпний опис руху частинок, ніж класична механіка, яка «точно» визначає місце знаходження й швидкість частинки в кожний момент часу. Але в дійсності квантова механіка набагато глибше розкриває поведінку мікрочастинок. Вона лише не визначає того, чого не існує.

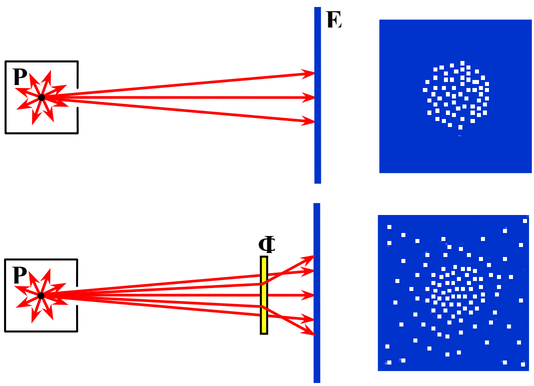
Квантова механіка включає всі висновки ньютонівської механіки у випадку, коли хвильові властивості об'єктів не відіграють істотної ролі.

В атомній фізиці зустрічаються явища, в яких і хвильові властивості істотні, і швидкості частинок достатньо великі. У цих випадках необхідно користуватися *релятивістською квантовою механікою*, яка поєднує квантову теорію й теорію відносності.

БУДОВА АТОМІВ

6.5. Ядерна модель атома Резерфорда

Експериментальне зондування внутрішніх областей атома здійснили Е.Резерфорд із співробітниками (1911 р.) за допомогою *α-частинок* - іонізованих атомів гелію, що мають позитивний електричний заряд рівний подвоєному елементарному заряду. Як джерело α-частинок ними використовувалась радіоактивна речовина (Р). За радіоактивного розпаду α-частинки вилітають із речовини з величезними швидкостями - близько 10^7 м/с, завдяки чому при зіткненнях з атомами проникають усередину них.



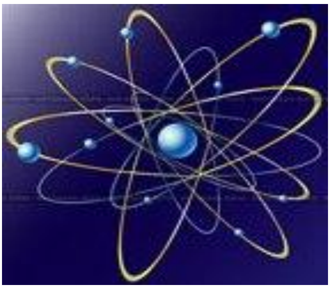
У місці влучення α-частинок у люмінісцентний екран (Е) спостерігається світна пляма. Якщо помістити перед екраном тонкий шар якої-небудь речовини, наприклад, золоту фольгу (Ф) завтовшки 1 мкм, то інтенсивність центральної світної плями зменшиться.

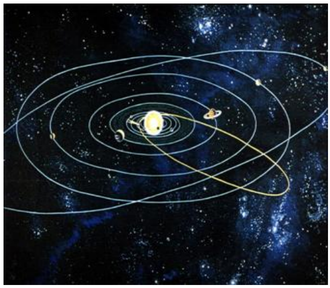
У той же час на екрані з'явиться деяке число світлих точок поза центральною плямою. Ці точки утворюються α-частинками, що змінили напрямок руху, тобто розсіялися.

Число розсіяних α-частинок швидко зменшується зі збільшенням кута розсіювання.

У цих дослідах незвичайним є наступне. Діаметр атома золота дорівнює ~$3 \cdot 10^{-10}$ м, тому золота фольга завтовшки 10^{-6} м містить ~3300 атомних шарів. У твердому тілі атоми розташовані майже впритул один до одного. Отже, під час проходження крізь фольгу α-частинка повинна зіштовхнутися приблизно із 3000 атомами. На підставі дослідних фактів можна дійти висновку, що атоми не є суцільними (непроникними). З іншого боку, важливо відзначити, що деякі α-частинки під час проходження крізь фольгу розсіюються під дуже великими кутами. Щоб відхилити α-частинку, яка має колосальну швидкість, на значний кут, потрібні величезні сили. Отже, всередині атома на α-частинку діють дуже великі сили, але в поле цих сил потрапляє незначна кількість частинок.

На підставі результатів дослідів Резерфорд запропонував *ядерну* (*планетарну*) модель будови атома: ***майже вся маса атома зосереджена в позитивно зарядженому ядрі, яке займає лише незначну частину об'єму атома; позитивно заряджене ядро оточене негативно зарядженими електронами; електронна оболонка займає практично весь об'єм атома, але маса її незначна.***





Пояснення проходження α-частинок крізь атоми полягає в наступному. На α-частинку, що проникає в атом, діють електричні сили з боку ядра й електронів. Маса електрона майже у 8 000 разів менша від маси α-частинки. Тому взаємодія з електронами не призводить до помітних відхилень руху α-частинки. Взаємодія ж α-частинки з ядром помітно змінює напрямок її руху. Відхилення α-частинки пропорційне діючій на неї силі, яка тим більша, чим ближче до ядра проходить α-частинка.

Використовуючи закон Кулона й закони динаміки Ньютона, Резерфорд розрахував залежність числа розсіяних α-частинок від кута розсіювання. Результати розрахунків повністю співпали з даними експериментальних вимірювань для фольг різних матеріалів. Це доводить правильність ядерної моделі атома. Теоретично була отримана й кількісна оцінка розмірів ядра. Діаметри ядер становлять близько 10^{-15}- 10^{-14} м. Тобто розміри ядра майже в 10 000 разів менші від розмірів атома. Що стосується заряду ядра, то виражений в елементарних електричних зарядах, він виявився рівним номеру елемента в періодичній системі Менделєєва. Оскільки атом є нейтральним, то число електронів в атомі дорівнює заряду ядра в елементарних одиницях заряду.

Діаметри ядер різних атомів у незначній мірі різняться: збільшуються зі збільшенням маси атомів.

Таким чином, ***порядковий номер елемента в таблиці Менделєєва має глибокий фізичний смисл: порядковий номер елемента - це заряд атомного ядра в елементарних одиницях заряду й, у той же час, - число електронів в атомі***.

6.6. Атом гідрогену й гідрогеноподібні іони

- ***Іон*** - це електрично заряджена частинка, яка утворюється після втрати або набуття атомом чи молекулою електронів.

Найпростіший атом - це атом гідрогену, який складається з ядра із зарядом $+e$ і одного електрона із зарядом $-e$.

Гідрогеноподібними іонами є іони He^{+}, Li^{++}, Be^{+++} і т.д., які мають ядро із зарядом $+Ze$ і один електрон (Z - порядковий номер елемента в таблиці Менделєєва).

Завдяки малим розмірам ядра ($r_{ядра} \ll r_{атома}$) і його великій масі ($m_{ядра} \gg m_e$), атом можна розглядати як систему електронів, що обертаються навколо нерухомого притягуючого центра.

У випадку атома гідрогену й гідрогеноподібних іонів між електроном і ядром діє сила електричного кулонівського притягання. Потенціальна енергія електрона в полі ядра:

$$E_{пот} = U = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r}, \qquad (6.29)$$

Ze - заряд ядра,

r - відстань між ядром й електроном.

Знак «-» зумовлений тим, що енергію електрона в нескінченності вважають такою, що дорівнює нулю. В міру наближення до ядра енергія електрона зменшується.

Рівняння Шредінгера в цьому випадку має вигляд:

$$\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right)\Psi = 0\,. \tag{6.30}$$

Методами квантової механіки можна одержати точну повну характеристику станів електрона в одноелектронному атомі.

Згідно з квантовою механікою, *стан атома гідрогену й гідрогеноподібних іонів повністю визначається дискретними значеннями чотирьох фізичних величин:*

енергії E_n ,

моменту імпульсу $\vec{L}_l$,

проекції моменту імпульсу на деякий напрямок (z) $L_{l\,z}$,

проекції спінового моменту на деякий напрямок (z) $L_{s\,z}$.

Можливі значення цих величин, у свою чергу, визначаються відповідними квантовими числами.

6.6.1. Квантування енергії атома

Рівняння Шредінгера для одноелектронного атома (6.30) має однозначні, скінченні й неперервні розв'язки в наступних випадках:

1) за будь-яких додатних значень енергії E, що відповідає стану електрона, який пролітає поблизу ядра й віддаляється у нескінченність;

2) за дискретних від'ємних значень енергії:

$$E_n = -\frac{m_e e^4 Z^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2 2\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2} = -cRhZ^2\frac{1}{n^2}\,, \tag{6.31}$$

$\boldsymbol{n} = 1, 2, 3, \ldots$ - ***головне квантове число***, *що визначає можливі значення* (*рівні*) *енергії атома*,

$R = \dfrac{m_e e^4}{8h^3\varepsilon_0^2} = 3{,}29\cdot 10^{15}$ с$^{-1}$ - ***стала Рідберга*** ($hcR = 13{,}6$ еВ).

Таким чином, електрон в атомі може перебувати тільки на певних енергетичних рівнях, які нумерують відповідно до квантового числа n. Чим більше n, тим вище енергетичний рівень, тим більшу енергією має електрон. Зі зростанням n рівні енергії зближуються, а за умови $n \to \infty$ збігаються до границі іонізації ($E_\infty = 0$).

6.6.2. Момент імпульсу електрона в атомі

Розв'язання рівняння Шредінгера (6.30) призводить також до результату, що момент імпульсу електрона (*орбітальний момент*) має дискретний ряд значень:

$$L_l = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar\,, \qquad (6.32)$$

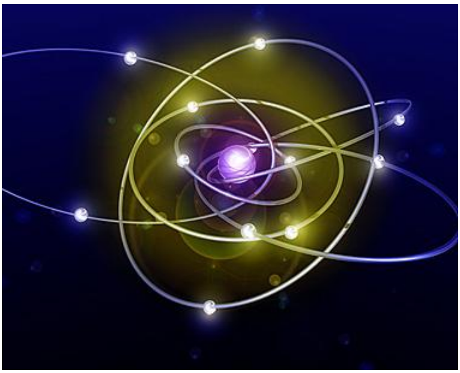
$\boldsymbol{l} = 0, 1, 2, ..., n-1$ - ***орбітальне квантове число****, що визначає момент імпульсу електрона в атомі,*

n - головне квантове число.

Залежно від значень орбітального квантового числа прийняті наступні позначення станів електрона в атомі:

$l = 0$ — s - стан,
$l = 1$ — p - стан,
$l = 2$ — d - стан,
$l = 3$ — f - стан і т.д.

З формули (6.32) випливає, що кожному можливому значенню енергії E_n відповідає не одна, а кілька орбіт, які різняться моментами імпульсу електрона, тому що за кожного значення головного квантового числа n (крім n=1) орбітальне квантове число може приймати декілька значень.



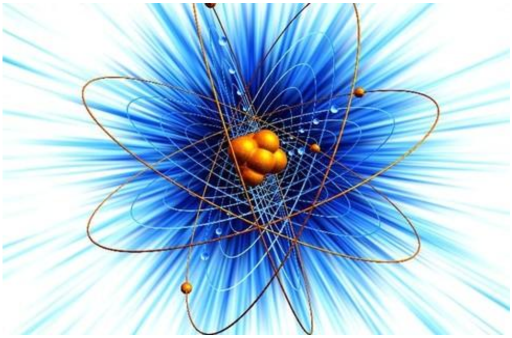
За трактуванням Зоммерфельда квантування момента імпульсу електрона в атомі полягає в наступному. Електрон, що знаходиться в кулонівському полі атомного ядра, рухається по еліптичній орбіті. За даного значення головного квантового числа n можливі n геометрично різних орбіт.

Усім цим орбітам відповідає одна та сама енергія E_n й одна та сама велика піввісь еліпса. Різняться орбіти малими піввісями. Ядро атома завжди перебуває в одному з фокусів еліпса.

Значенню $l = 0$ відповідає коло, значенню $l = n-1$ - найбільш витягнутий еліпс.

6.6.3. Просторове квантування момента імпульсу електрона

Розв'язання рівняння Шредінгера (6.30) показує, що відносно виділеного напрямку (z) у просторі, наприклад, напрямку зовнішнього магнітного поля, момент імпульса може бути орієнтований лише таким чином, що:



$$L_{lz} = m_l \hbar, \tag{6.33}$$

$\boldsymbol{m_l} = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l$ - ***магнітне орбітальне квантове число***,
l - орбітальне квантове число.

За трактуванням Зоммерфельда під впливом кулонівського поля, створюваного ядром, електрон рухається в атомі по плоскій еліптичній орбіті. Однак можливі такі збурення орбіти, зокрема магнітним полем, за яких орбіта перестає бути плоскою. Тоді рух електрона стає рухом із трьома ступенями волі. При цьому стаціонарні орбіти повинні задовольняти три квантові умови. У найпростішому випадку, коли зовнішнє магнітне поле слабке, а разом з ним слабкі й збурення орбіти, форма орбіти зберігає вигляд вихідного еліпса, але площина її розташування становить певний кут із напрямком зовнішнього магнітного поля.

Отже, вектор момента імпульсу $\vec{L}_l$ може бути спрямований тільки під такими кутами до виділеного напрямку у просторі, за яких чисельне значення його проекції L_{lz} на цей напрямок є кратним сталої Планка $\hbar$.

Схему просторового квантування не можна сприймати буквально, тому що для момента імпульсу справедливий принцип невизначеності: одночасно можуть бути визначені квадрат момента імпульсу й одна з його проекцій, при цьому дві інші проекції виявляються цілком невизначеними. У квантовій фізиці термін «момент імпульсу» втрачає буквальне значення і не може бути представлений напрямленим відрізком. Однак величини L_l^2 та L_{lz} повністю визначають обертальний стан частинки.

Формула (6.33) справедлива для полів будь-якої напруженості.

6.6.4. Спін електрона. Просторове квантування спіна

Теоретично доведено й експериментально підтверджено, що електрон має власний момент імпульсу $\vec{L}_s$, називаний ***спіном***, який не пов'язаний з рухом електрона в просторі. Спін слід вважати внутрішньою властивістю електрона подібно заряду та масі.

Абсолютна величина спінового (*власного*) момента імпульсу електрона визначається відповідно до загальних законів квантової механіки за формулою:

$$L_s = \sqrt{s(s+1)}\,\hbar\,, \tag{6.34}$$

$\boldsymbol{s} = 1/2$ - ***спінове квантове число***.

Тобто
$$L_s = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar\,. \tag{6.34a}$$

Просторове квантування спіна означає, що проекція вектора $\vec{L}_s$ на виділений у просторі напрямок (z), наприклад, напрямок зовнішнього магнітного поля, визначається виразом:

$$L_{sz} = m_s\,\hbar\,, \tag{6.35}$$

$\boldsymbol{m_s} = \pm(1/2)$ - ***магнітне спінове число***.

Магнітне спінове число відрізняється від спінового числа тим, що може приймати два значення: крім $+(1/2)$, ще й $-(1/2)$.

Спін мають не тільки електрони, але й інші елементарні частинки: протони, нейтрони, фотони тощо.

6.6.5. Моменти імпульсу й магнітні моменти електрона в атомі

Електрон в атомі має момент імпульсу, пов'язаний з орбітальним рухом $\vec{L}_l$, а також власний момент імпульсу - спін $\vec{L}_s$, тому повний механічний момент електрона $\vec{L}_j$ визначається як векторна сума обох моментів з урахуванням правил просторового квантування:

$$\vec{L}_j = \vec{L}_l + \vec{L}_s\,; \tag{6.36}$$

$$L_j = \hbar\sqrt{j(j+1)}\,, \qquad j = l \pm s = l \pm (1/2)\,; \tag{6.37}$$

$$L_{jz} = m_j\hbar\,, \qquad m_j = -j, -j+1, \ldots, +j\,. \tag{6.38}$$

Із кожним механічним моментом електрона пов'язаний відповідний магнітний момент*:

$\vec{\mu}_l$ - *орбітальний магнітний момент*,

$\vec{\mu}_s$ - *спіновий магнітний момент*.

*За класичною електродинамікою електрон, що рухається, збуджує в навколишньому просторі магнітне поле, яке дорівнює полю магніту з моментом $\mu_l = e\nu S$, де e - абсолютна величина заряду електрона, ν - частота обертання електрона по орбіті, S - площа, обмежена орбітою.

Повний магнітний момент електрона

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_l + \vec{\mu}_s . \tag{6.39}$$

6.7. *Багатоелектронні атоми*

У багатоелектронному атомі кожний з електронів рухається у полі, створюваному ядром та іншими електронами. Це поле некулонівське, тобто не пропорційне $1/r^2$, але можна вважати, що воно центрально-симетричне.

Розв'язання рівняння Шредінгера для електрона, що рухається в центрально-симетричному некулонівському полі, дає результат, аналогічний результату для атома гідрогену. Стан багатоелектронних атомів характеризується у загальному випадку набором квантових чисел $\Im$, S, J. Конкретний стан називається *термом*. Умовне позначення терма:

$$\boxed{{}^{2S+1}A_J}.$$

$A \equiv \Im$ у літерному позначенні:
$$\begin{array}{lcccccc} \Im: & 0, & 1, & 2, & 3, & 4, & 5 \\ & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow . \\ A: & S, & P, & D, & F, & G, & H \end{array}$$

ПЕРІОДИЧНА СИСТЕМА ЕЛЕМЕНТІВ Д.І. МЕНДЕЛЄЄВА

6.8. *Розподіл електронів в атомах по оболонках і підоболонках*

Усі атоми, крім атома гідрогену й гідрогеноподібних іонів, мають у своєму складі однакові частинки - електрони. Тому для атомів важливу роль відіграють *принцип нерозрізненості тотожних частинок* (*принцип тотожності*) та *принцип Паулі*.

- **Принцип тотожності**. Стани системи частинок, що отримуються перестановкою тотожних частинок місцями, не можна розрізнити ні в якому експерименті; такі стани повинні розглядатися як один фізичний стан.
- **Принцип Паулі**. Дві тотожні частинки з півцілим спіном не можуть одночасно перебувати в одному стані.

У випадку багатоелектронного атома можна говорити тільки про квантові стани атома в цілому, оскільки рівняння Шредінгера для складного атома не має точного аналітичного розв'язку. Однак приблизно можна розглядати квантові стани окремих електронів і характеризувати кожний з них сукупністю чотирьох квантових чисел: n, l, m_l, m_s.

Розподіл електронів в атомах за енергетичними станами повинен задовольняти, з одного боку, *принцип Паулі*: в одному атомі не може бути двох електронів, що мають однаковий набір чотирьох квантових чисел n, l, m_l, m_s; з іншого боку, *принцип мінімуму потенціальної енергії*: зі зростанням числа електронів кожний наступний електрон повинен займати можливий енергетичний стан з найменшим значенням енергії.

Енергія стану залежить в основному від головного квантового числа n, слабкіше - від квантового числа l й дуже слабко - від квантових чисел m_l і m_s. Даному значенню числа n відповідає $2n^2$ станів, що відрізняються значеннями чисел l, m_l, m_s.

- Сукупність електронних станів в атомі з однаковим значенням головного квантового числа n називається ***електронною оболонкою*** (***електронним шаром***).

Максимальне число електронів в оболонці $Z(n) = 2n^2$.

Прийняті наступні позначення електронних оболонок:

Позначення оболонки	n	*Максимальне число електронів в оболонці*
K	$n=1$	$Z(n)=2\cdot 1^2=2$
L	$n=2$	$Z(n)=2\cdot 2^2=8$
M	$n=3$	$Z(n)=2\cdot 3^2=18$
N	$n=4$	$Z(n)=2\cdot 4^2=32$
O	$n=5$	$Z(n)=2\cdot 5^2=50$

У кожній з оболонок електрони розподіляються за під-оболонками відповідно до значень орбітального квантового числа l.

Максимальне число електронів у підоболонці

$$Z(n,l) = 2(2l+1), \quad \text{де} \quad l = 0; 1; 2; ...; n-1.$$

Прийняті наступні позначення:

$l=0$ – s-*стан*, $l=1$ – p-*стан*, $l=2$ – d-*стан*, $l=3$ – f-*стан*.

n	*Оболонка*	*Число електронів у стані* $Z(n,l)=2(2l+1)$					*Максимальне число електронів оболонки* $Z(n)=2n^2$
		s $(l=0)$	p $(l=1)$	d $(l=2)$	f $(l=3)$	g $(l=4)$	
1	*K*	2	-	-	-	-	2
2	*L*	2	6	-	-	-	8
3	*M*	2	6	10	-	-	18
4	*N*	2	6	10	14	-	32
5	*O*	2	6	10	14	18	50

- Якщо всі квантові стани даної оболонки заповнені електронами, то оболонка називається ***завершеною*** або ***замкненою***.

Таким чином, *порядок заповнення електронами оболонок в атомі наслідує порядок розташування рівнів енергії з дотриманням принципу Паулі. Для легких атомів це відповідає заповненню спочатку оболонок з меншим, а потім з більшим значенням* n; *усередині оболонки спочатку заповнюється* s-*підоболонка, потім* p-*підоболонка,* d-*підоболонка і т.д.*

6.9. *Періодична система елементів Менделєєва*

У 1869 році Д.І. Менделєєв, ґрунтуючись на результатах тривалого й глибокого вивчення властивостей хімічних елементів, розробив чітку систему. Він показав, що в разі розташування елементів за атомною вагою (за невеликою кількістю виключень), їхні хімічні й фізичні властивості періодично повторюються.

Сучасна теорія періодичної системи ґрунтується на наступних основних положеннях:

1. ***Порядковий номер*** Z ***хімічного елемента дорівнює***
   - ***заряду атомного ядра елемента*** (*в елементарних одиницях заряду*),
   - ***сумарному заряду електронів атома елемента*** (*в елементарних одиницях заряду, зі знаком* «-»),
   - ***загальному числу електронів в атомі елемента***.
2. Розподіл електронів по оболонках атома в основному (незбудженому) стані - ***електронна конфігурація***

атома - *визначається у відповідності з порядком заповнення електронами підоболонок і оболонок*. Черговість заповнення підоболонок зазвичай відповідає зростанню суми квантових чисел $(n+l)$; за однакового значення цих сум для декількох підоболонок спочатку заповнюються підоболонки з меншим значенням головного квантового числа n*.

* Є окремі відхилення від цього порядку заповнення.

3. *Властивості атомів елементів визначаються будовою зовнішніх оболонок атомів. Подібність хімічних і фізичних властивостей елементів обумовлена подібністю будови зовнішніх електронних оболонок атомів цих елементів*.

Будова внутрішніх оболонок атомів, електрони яких зв'язані набагато міцніше, ніж зовнішні електрони, виявляється лише під час взаємодії атомів зі швидкими частинками й фотонами високих енергій.

Простежимо будову періодичної системи елементів.

Черговість заповнення електронами підоболонок у наведеній нижче східчастій схемі позначена стрілками. З урахуванням максимального числа електронів у підоболонках (у вигляді верхнього числового індексу) цей порядок наступний:

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6 6s^2 4f^{14} 5d^{10} 6p^6 7s^2 \ldots \quad (6.40)$$

Оболонки	Можливі стани						Максимальне число електронів у стані $2(2l+1)$:
K	1 *s* $n+l=1$						*s* - 2 електрони,
L	2 *s* 2	2 *p* 3					*p* - 6 електронів,
M	3 *s* 3	3 *p* 4	3 *d* 5				*d* - 10 електронів,
N	4 *s* 4	4 *p* 5	4 *d* 6	4 *f* 7			*f* - 14 електронів,
O	5 *s* 5	5 *p* 6	5 *d* 7	5 *f* 8	5 *g* 9		*g* - 18 електронів,
P	6 *s* 6	6 *p* 7	6 *d* 8	6 *f* 9	6 *g* 10	6 *k* 11	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

$Z=1$, **H** В атомі гідрогену мається в основному стані один електрон з довільною орієнтацією спіна.
Електронна конфігурація: $1s^1$*.

$Z=2$, **He** Атом гелію має два електрони. Обидва електрони знаходяться у *K*-шарі, але мають атнипаралельну орієнтацію спінів.

Електронна конфігурація: $1s^2$.

На атомі He закінчується заповнення *K*-шару.

$Z = 3$, **Li** Атом літію має три електрони: два з них знаходяться у *K*-шарі, третій - займає рівень $2s$ у *L*-шарі.

Електронна конфігурація: $1s^2 2s^1$.

$Z = 4$, **Be** *Електронна конфігурація*: $1s^2 2s^2$.

У наступних шести елементів відбувається заповнення електронами підоболонки $2p$.

$Z = 5$, **B** *Електронна конфігурація*: $1s^2 2s^2 2p^1$.

$Z = 6$, **C** *Електронна конфігурація*: $1s^2 2s^2 2p^2$.

$Z = 7$, **N** *Електронна конфігурація*: $1s^2 2s^2 2p^3$.

$Z = 8$, **O** *Електронна конфігурація*: $1s^2 2s^2 2p^4$.

$Z = 9$, **F** *Електронна конфігурація*: $1s^2 2s^2 2p^5$.

$Z = 10$, **Ne** *Електронна конфігурація*: $1s^2 2s^2 2p^6$.

Ne має повністю заповнені *K*- та *L* -шари.

$Z = 11$, **Na** Атом натрію має, крім заповнених шарів *K* та *L*, один електрон у підоболонці $3s$.

Електронна конфігурація: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$.

* Верхній числовий індекс указує число електронів.

В елементах, які йдуть за натрієм, заповнюються підоболонки $3s$ та $3p$. Підоболонка $3d$ є енергетично вищою за підоболонку $4s$, тому за незаповненого шару *M* починається заповнення шару *N*. Підоболонка $4p$ лежить вище за $3d$, тому після $4s$ заповнюється підоболонка $3d$. Аналогічним чином здійснюється забудова електронних рівнів усіх атомів. При цьому періодично повторюються подібні електронні конфігурації.

В якості прикладу розглянемо атоми:

$Z = 3$ **Li** $1s^2 2s^1$ (згідно з порядком заповнення)

$\underbrace{1s^2}\ \underbrace{2s^1}$ (за оболонками)*

$Z = 11$ **Na** $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$

$\underbrace{1s^2}\ \underbrace{2s^2 2p^6}\ \underbrace{3s^1}$

$Z = 19$ **K** $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1$

$\underbrace{1s^2}\ \underbrace{2s^2 2p^6}\ \underbrace{3s^2 3p^6}\quad \underbrace{4s^1}$

$Z = 37$ **Rb** $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^1$

$1s^2 \quad 2s^2 2p^6 \quad 3s^2 3p^6 3d^{10} \quad 4s^2 4p^6 \quad 5s^{\mathbf{1}}$

$Z = 55$ **Cs** $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6 6s^1$

$1s^2 \quad 2s^2 2p^6 \quad 3s^2 3p^6 3d^{10} \quad 4s^2 4p^6 4d^{10} \quad 5s^2 5p^6 \quad 6s^{\mathbf{1}}$

$Z = 87$ **Fr** $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6 6s^2 4f^{14} 5d^{10} 6p^6 7s^1$

$1s^2 \quad 2s^2 2p^6 \quad 3s^2 3p^6 3d^{10} \quad 4s^2 4p^6 4d^{10} 4f^{14} \quad 5s^2 5p^6 5d^{10} \quad 6s^2 6p^6 \quad 7s^{\mathbf{1}}$.

* Форма запису відображує завершеність ($\sqcup$) або незавершеність ($\sqcup$) заповнення оболонок.

Усі ці атоми мають у зовнішньому шарі один електрон. Подібність будови зовнішніх оболонок зумовлює подібність хімічних і фізичних властивостей цих елементів: вони утворюють *групу лужних металів*.

Електронну конфігурацію атомів більшості хімічних елементів можна визначити, не маючи під рукою таблиці Менделєєва. Для цього треба визначити за наведеною східчастою схемою (с. 233) послідовність заповнення підоболонок. Потім додаванням верхніх індексів нарахувати суму, яка дорівнює номеру елемента. В останній підоболонці, що сумується, треба залишити таке число електронів, щоб сума точно співпадала з номером елемента.

Розглянемо атоми:

$Z = 2$ **He** $1s^2$ (згідно з порядком заповнення)

$\mathbf{1s^2}$ (за оболонками)

$Z = 10$ **Ne** $1s^2 2s^2 2p^6$

$1s^2 \quad \mathbf{2s^2 2p^6}$

$Z = 18$ **Ar** $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$

$1s^2 \quad 2s^2 2p^6 \quad \mathbf{3s^2 3p^6}$

$Z = 36$ **Kr** $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6$

$1s^2 \quad 2s^2 2p^6 \quad 3s^2 3p^6 3d^{10} \quad \mathbf{4s^2 4p^6}$

$Z = 54$ **Xe** $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6$

$1s^2 \quad 2s^2 2p^6 \quad 3s^2 3p^6 3d^{10} \quad 4s^2 4p^6 4d^{10} \quad \mathbf{5s^2 5p^6}$

$Z = 86$ **Rn** $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6 6s^2 4f^{14} 5d^{10} 6p^6$

$\underbrace{1s^2}\underbrace{2s^2 2p^6}\underbrace{3s^2 3p^6 3d^{10}}\underbrace{4s^2 4p^6 4d^{10} 4f^{14}}\underbrace{5s^2 5p^6 5d^{10}}\underbrace{\mathbf{6s^2 6p^6}}$.

Усі наведені атоми мають повністю заповнені електронами підоболонки $n(sp)$, що зумовлює специфічні властивості даних хімічних елементів: вони утворюють *групу інертних газів*.

У елементів із $Z = 58 \div 71$, називаних *рідкоземельними* або *лантанідами*, заповнення електронами внутрішньої 4*f*- підоболонки відбувається за повністю заповненої зовнішньої підоболонки $6s^2$, тому хімічні властивості лантанідів є достатньо близькими:

$Z = 59$ **Pr** $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6 6s^2 4f^3$

$\underbrace{1s^2}\ \underbrace{2s^2 2p^6}\ \underbrace{3s^2 3p^6 3d^{10}}\ \underbrace{4s^2 4p^6 4d^{10} \mathbf{4f^3}}\ \underbrace{5s^2 5p^6}\ \underbrace{\mathbf{6s^2}}$

$Z = 60$ **Nd** $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6 6s^2 4f^4$

$\underbrace{1s^2}\ \underbrace{2s^2 2p^6}\ \underbrace{3s^2 3p^6 3d^{10}}\ \underbrace{4s^2 4p^6 4d^{10} \mathbf{4f^4}}\ \underbrace{5s^2 5p^6}\ \underbrace{\mathbf{6s^2}}$

$Z = 61$ **Pm** $1s^2 \ldots$ $\mathbf{4f^5}$ $\ldots$ $\mathbf{6s^2}$

$\vdots$ $\vdots$ $\vdots$

$Z = 70$ **Yb** $1s^2 \ldots$ $\mathbf{4f^{14}}$ $\ldots$ $\mathbf{6s^2}$.

Аналогічну групу хімічно споріднених елементів утворюють *актиніди* із $Z = 90 \div 103$, у яких заповнюється внутрішня 5*f*- підоболонка за незмінної зовнішньої підоболонки $6s^2$.

Хімічні елементи, в яких відбувається добудова попередніх оболонок атомів за вже частково заповнених наступних оболонках, називаються *перехідними елементами* (Sc, Ti, V, Cr, Mn, Fe, Co та ін.).

Для ряду елементів спостерігаються відхилення у послідовності заповнення зовнішніх шарів електронами. В атомах благородних металів, а також Cr, Ni, Mo та Nb, один електрон розміщується не в ns^2-підоболонці, а в $(n\text{-}1)d$ -підоболонці:

$Z = 24$	Cr	$1s^2 \ldots 3d^4\, 4s^2 \rightarrow 1s^2 \ldots 3d^5\, 4s^{\mathbf{1}}$
$Z = 29$	Cu	$1s^2 \ldots 3d^9\, 4s^2 \rightarrow 1s^2 \ldots 3d^{10} 4s^{\mathbf{1}}$
$Z = 41$	Nb	$1s^2 \ldots 4d^3\, 5s^2 \rightarrow 1s^2 \ldots 4d^4\, 5s^{\mathbf{1}}$
$Z = 42$	Mo	$1s^2 \ldots 4d^4\, 5s^2 \rightarrow 1s^2 \ldots 4d^5\, 5s^{\mathbf{1}}$

$Z = 44$	Ru	$1s^2 \ldots 4d^6\, 5s^2 \rightarrow 1s^2 \ldots 4d^7\, 5s^1$
$Z = 45$	Rh	$1s^2 \ldots 3d^7\, 5s^2 \rightarrow 1s^2 \ldots 4d^8\, 5s^1$
$Z = 46$	Pd	$1s^2 \ldots 4d^8\, 5s^2 \rightarrow 1s^2 \ldots 4d^{10}$
$Z = 47$	Ag	$1s^2 \ldots 4d^9\, 5s^2 \rightarrow 1s^2 \ldots 4d^{10}\, 5s^1$
$Z = 78$	Pt	$1s^2 \ldots 5d^8\, 6s^2 \rightarrow 1s^2 \ldots 5d^9\, 6s^1$
$Z = 79$	Au	$1s^2 \ldots 5d^9\, 6s^2 \rightarrow 1s^2 \ldots 5d^{10}\, 6s^1$.

У групі лантанідів відхилення в забудові шарів спостерігається для La, Ga, Lu, у групі актинідів – для Ac, Th, Pa, U, Np, Cm, Br, Lr.

- ***Валентними електронами*** атома називаються електрони, які в оболонці з найбільшим значенням n входять до складу s- та p- підоболонок.

Загальне максимальне число електронів s - і p - підоболонок дорівнює 8.

В основі більшості хімічних реакцій лежить віддача або приєднання валентних електронів атомів. Якщо в атомі (s+p)-підоболонка заповнена менше ніж наполовину, то енергетично вигіднішою є віддача атомом валентних електронів; у випадку, коли (s+p)-підоболонка заповнена електронами більше ніж наполовину, енергетично вигіднішим є приєднання до атома електронів від інших атомів під час хімічних реакцій. Атоми із замкненими (s+p)-підоболонками у звичайних умовах хімічно не взаємодіють.

Особливістю цілком заповнених підоболонок є дорівнювання нулю повних механічного й магнітного моментів. Речовини, атоми яких мають замкнені зовнішні (s+p)- підоболонки, наприклад, інертні гази, як правило, діамагнітні.

Зі зростанням числа електронів у підоболонці, що заповнюється, їхня енергія зв'язку, як правило, збільшується; максимальну енергію зв'язку мають електрони замкненої оболонки.

У багатоелектронних атомах взаємне електричне відштовхування електронів суттєво зменшує їх зв'язок з ядром. Електрони внутрішніх оболонок екранують ядро від електронів зовнішніх оболонок.

Кожний період таблиці Менделєєва, крім першого, починається з лужного металу з одним валентним електроном і закінчується інертним газом з вісьма валентними електронами, що утворюють замкнену (s+p)- підоболонку. Другий і третій періоди, де нормально забудовуються s- і p- підоболонки, включають по 8 елементів. Четвертий і п'ятий періоди, в які «вклинюються» групи елементів, у яких добудовується *d*-підоболонка, містять по 18 елементів. Останній повний шостий період містить 32 елементи, тому що в нього входять ще 14 елементів, у яких добудовується *f*- підоболонка.

Таким чином, *уся складна періодичність елементів, відкрита Менделєєвим, повністю пояснюється розміщенням електронів по оболонках і підоболонках атомів елементів*.

Періодична система хімічних елементів відіграла й продовжує відігравати величезну роль у розвитку багатьох природничих наук. Вона є підґрунтям неорганічної хімії. На її основі вирішуються задачі синтезу речовин із заданими властивостями, створюються нові матеріали, ведеться добір каталізаторів для різноманітних хімічних процесів.

Періодичний закон Менделєєва є універсальним для Всесвіту і має силу всюди, де існують атомні структури матерії.

Прообраз сучасної періодичної системи хімічних елементів - таблиця «Опыт системы елементов, основанной на их атомном весе и химическом сродстве» - складена Д.І. Менделєєвим 1 березня 1869 р. Спираючись на неї, Менделєєв завбачив існування й властивості 10 невідомих на той час хімічних елементів. За всю історію було опубліковано близько 500 різних варіантів зображення періодичної системи. Найбільше розповсюдження мають три з них: 1) запропонована Менделєєвим скорочена таблиця (див. обкладинку), 2) розроблена Менделєєвим і удосконалена А.Вернером розгорнута таблиця, 3) розроблена Н. Бором східчаста таблиця.

6.10. Електронні хмари

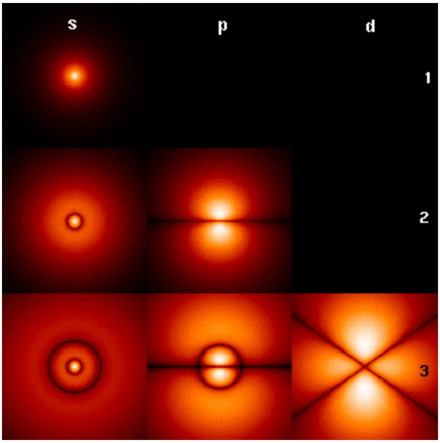
Квантові стани атома, що характеризуються квантовими числами n, l, m_l, описуються хвильовою функцією Ψ_{n,l,m_l}. Кожному квантовому стану відповідає своя характерна форма електронної хмари. Середній розподіл електронної густини для електронної хмари в атомі (густина ймовірності знаходження електрона в даному місці) визначається квадратом модуля хвильової функції $\left|\Psi_{n,l,m_l}\right|^2$.

Для атома гідрогену в s- стані ($l=0$) електронна густина однакова на однакових відстанях від центра атома й не залежить від напрямку, тобто є сферично симетричною. Зі зростанням головного квантового числа n сферична електронна хмара розпливається.

У p- стані ($l=1$) значенню квантового числа $l=1$ можуть відповідати три значення квантового числа m_l: -1; 0; 1.

Електронна хмара в цьому випадку являє собою три «взаємно перпендикулярні об'ємні вісімки». Зі ростанням головного квантового числа n симетрія електронної хмари p- стану зберігається; відмінність зводиться лише до того, що «вісімки» витягуються.

У станах з більшими значеннями квантового числа l вигляд електронних хмар більш складний.



Криві радіального розподілу густини електронної хмари показують, що в стані 1s є один максимум електронної густини. Для атома гідрогену він знаходиться на відстані 0,53Å від ядра. У стані 2s є два максимуми густини, але електрон, головним чином, перебуває в середині другого максимуму. Нарешті, в стані 3s є три максимуми густини, з яких найбільш «відвідуваним» є найвіддаленіший.

СПЕКТРИ АТОМІВ

6.11. Спектри речовин

Світіння тіл пов’язане з процесами, що відбуваються в атомах і молекулах. Тому дослідження випромінювань тіл є важливим засобом з'ясування будови молекул і атомів.

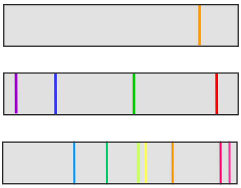
Спектри поділяють на *суцільні*, *смугасті* й *лінійчасті*.

Суцільні спектри охоплюють широкий діапазон частот; характерні для твердих і рідких тіл, пари великої густини (за високих тисків).

Смугасті спектри складаються з окремих смуг, кожна з яких охоплює обмежений частотний інтервал; характерні для багатоатомних (молекулярних) газів та пари малої густини.

Лінійчасті спектри складаються з окремих спектральних ліній, які відповідають певним дискретним значенням частоти; характерні для газів і пари малої густини, атоми яких не взаємодіють один з одним або взаємодіють дуже слабко.

Спектри різних речовин різняться за числом ліній і за положеннями ліній, тобто за їхніми частотами. Лінійчасті спектри унікальні для кожного хімічного елемента.



Спектр поглинання атомів так само характерний для них, як і спектр випромінювання. Згідно із *законом Кірхгофа*: *спектральні лінії поглинання атомів точно відповідають спектральним лініям їхнього випромінювання*.

Спектри випромінювання й поглинання використовують для якісного й кількісного аналізу складу речовин (*спектральний аналіз*).

Спектри речовин одержують і спостерігають за допомогою спектральних приладів. Залежно від способу збудження атомів виникають або окремі лінії спектра, або певні його ділянки, або весь спектр.

Для даного хімічного елемента можуть одночасно спостерігатися спектральні лінії нейтральних атомів і спектральні лінії іонізованих атомів. Спектри іонів зміщені відносно спектрів нейтральних атомів в область більших частот. Спектри нейтральних атомів та послідовно утворених іонів хімічного елемента позначають римськими цифрами, наприклад, у спектрі заліза лінії, що відповідають Fe, Fe^{+}, Fe^{2+}, позначають відповідно FeI, FeII, FeIII.

Спектральний аналіз має величезне значення в дослідженнях хімічного складу небесних тіл.

6.12. Типи атомних спектрів

- ***Атомні спектри*** - спектри випромінювання й поглинання вільних або слабко взаємодіючих атомів, що виникають за квантових переходів атомів з одного енергетичного рівня на інші.

Кожна лінія атомного спектра відповідає певному переходу електрона в атомі з одного рівня енергії E_i на інший E_k і характеризується значенням частоти ν електромагнітного випромінювання, що випускається або поглинається атомом:

$$h\nu = E_i - E_k , \tag{6.41}$$

$$\nu = \frac{E_i}{h} - \frac{E_k}{h} = T_i - T_k , \tag{6.42}$$

T_i, T_k - терми.

У спектроскопії спектральні лінії прийнято характеризувати *хвильовим числом* $\tilde{\nu} = \nu / c$.

Зазвичай атом перебуває у тому стаціонарному стані, який характеризується найменшим значенням енергії, тобто на нижньому енергетичному рівні. У стаціонарному стані атом не поглинає і не випромінює.

Атомні спектри випромінювання (***емісійні спектри***) отримують шляхом збудження атомів різними способами: нагріванням, електронними ударами, електромагнітними хвилями. Якщо завдяки якому-небудь зовнішньому енергетичному впливу атом переводиться у збуджений стан, то, вертаючись назад у стаціонарний стан, він випромінює.

Атомні спектри поглинання (***абсорбційні спектри***) отримують, спрямовуючи на атомарні гази або пару випромінювання суцільного частотного складу. Промені певних частот поглинаються атомами.

Атомні спектри поділяють на *оптичні*, *рентгенівські*, *радіоспектри* відповідно до їхнього частотного діапазону.

До ***оптичних спектрів*** відносяться спектри, які спостерігають у видимій, ультрафіолетовій та ближній інфрачервоній частотних областях. Оптичні спектри відповідають переходам зовнішніх електронів зі зміною енергії 1-10 еВ. ***Характеристичні рентгенівські спектри*** спостерігають у рентгенівській частотній області. Вони відповідають переходам внутрішніх електронів атомів зі зміною енергії 10^3-10^4 еВ. ***Радіоспектри***, що спостерігають в області радіочастот, виникають за переходів електронів між рівнями тонкої й надтонкої структури, а також між дуже високими збудженими енергетичними рівнями атомів.

6.13. Спектральні закономірності

У розташуванні спектральних ліній атомних спектрів є певні закономірності. У найпростіших випадках спектральні лінії утворюють *спектральні серії*. Кожна серія спектра випромінювання включає лінії, що відповідають переходам електронів з послідовності вище розташованих рівнів енергії на один і той самий рівень (у спектрах поглинання - за зворотних переходів). Відстані між лініями однієї серії убувають і лінії збігаються до *границі серії* - максимальної для серії частоти.

6.13.1. Спектр атомів гідрогену

Найбільш чітко спектральні серії виявляються у спектрі атомів гідрогену. Частоти ліній у ньому з великою точністю визначаються ***формулою Бальмера-Рідберга***:

$$\boxed{\nu = R\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2}\right)}, \tag{6.43}$$

$R = 3,29 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$ - *стала Рідберга*,

n_i , n_k - значення головного квантового числа для рівнів енергії, між якими відбувається квантовий перехід:

n_i - характеризує нижній рівень енергії і визначає серію,

n_k - визначає окремі лінії серії.

Вперше закономірність у спектрі гідрогену була встановлена у 1885р. Й.Я. Бальмером.

Серія Лаймана: $\nu = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, $n = 2, 3, 4, \ldots$

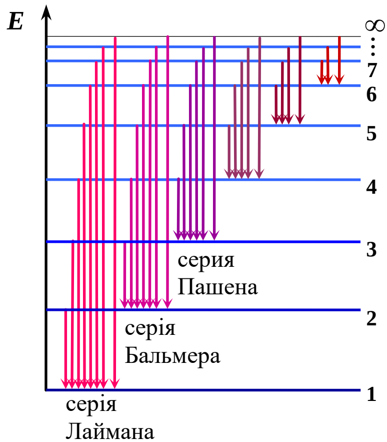
Серія Бальмера: $\nu = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, $n = 3, 4, 5, \ldots$

Серія Пашена: $\nu = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, $n = 4, 5, 6, \ldots$

Серія Брекета: $\nu = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, $n = 5, 6, 7, \ldots$

Серія Пфунда: $\nu = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, $n = 6, 7, 8, \ldots$

Серія Хемфрі: $\nu = R\left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, $n = 7, 8, 9, \ldots$



Аналогічні серії спостерігаються і в атомних спектрах гідрогеноподібних іонів, однак значення частот спектральних ліній у Z^2 разів більші, ніж для відповідних ліній атомів гідрогену (Z - атомний номер елемента):

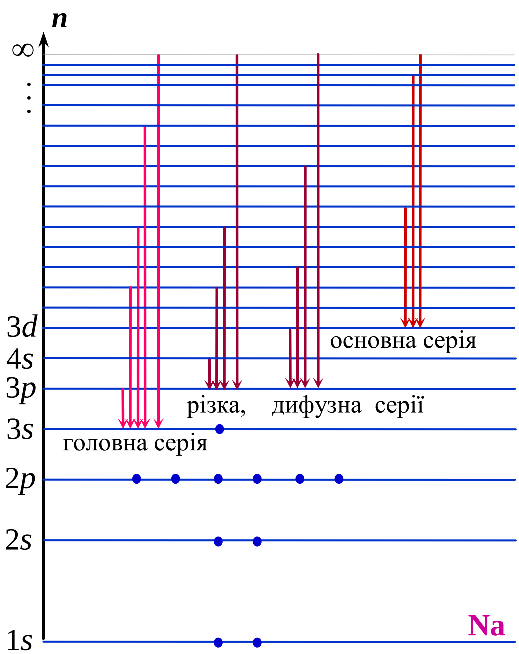
$$\nu = RZ^2\left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2}\right). \tag{6.44}$$

6.13.2. *Спектри атомів лужних металів*

Спектри атомів лужних металів, що мають один електрон на зовнішній електронній оболонці, схожі зі спектром атомів гідрогену, але зміщені в область менших частот. Число спектральних серій в них значно більше, а закономірності в розташуванні ліній складніші. Частоти ліній визначаються наближеною ***формулою Рідберга***:

$$\boxed{\nu = R\left(\frac{1}{(n_i + a)^2} - \frac{1}{(n_k + b)^2}\right)}, \tag{6.45}$$

a , b - сталі коефіцієнти для даної серії.



Головна серія

$\boldsymbol{n}\, p \rightarrow 3\, s$, n=3,4,5…;

різка серія

$\boldsymbol{n}\, s \rightarrow 3\, p$, n=4,5,6…;

дифузна серія

$\boldsymbol{n}\, d \rightarrow 3\, p$, n=3,4,5…;

основна серія

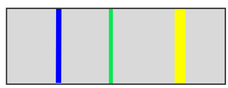
$\boldsymbol{n}\, f \rightarrow 3\, d$, n=4,5,6….

6.13.3. Спектри складних атомів

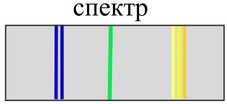
Спектри атомів з двома і більшим числом зовнішніх електронів достатньо складні, що зумовлене взаємодією електронів. Особливо складними є спектри атомів, у яких заповнюються *d* - і *f* - підоболонки. Число ліній у таких спектрах досягає багатьох тисяч. Простих закономірностей в них не виявляється. Однак, для складних спектрів можна провести систематизацію і визначити схему рівнів енергії.

6.14. Тонка структура атомних спектрів

Дослідження спектрів атомів за допомогою приладів з великою роздільною здатністю показали, що частина спектральних ліній є *мультиплетами*, тобто являє собою декілька близько розташованих ліній. Одиночні спектральні лінії називаються *сінглетами*, подвійні - *дублетами*, потрійні - *триплетами* і т.д.



спектр

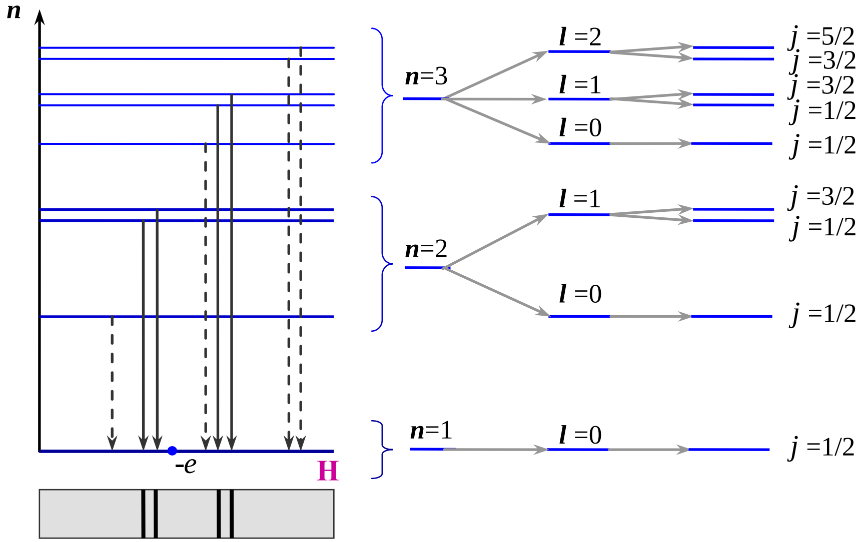


тонка структура спектра

- Структура спектра, яка виявляє розщеплення ліній на компоненти, називається ***тонкою структурою спектра***.

Розщеплення спектральних ліній обумовлене розщепленням енергетичних рівнів атомів.

Спектральні лінії атомів гідрогену мають подвійну (дублетну) тонку структуру.



Величина розщеплення ліній $\tilde{\nu}$ складає долі $см^{-1}$. Для гідрогеноподібних іонів розщеплення зростає пропорційно Z^4, де Z - атомний номер елемента.

В атомних спектрах частина ліній, що відповідають переходам між певними енергетичними рівнями, відсутня. Пов'язане це з дією законів збереження енергії, імпульсу й момента імпульсу.

6.15. *Атоми й атомні спектри у зовнішніх електричних і магнітних полях*

Атом є системою електрично заряджених частинок, тому зовнішні електричні й магнітні поля впливають на атоми.

Вільні атоми не мають постійного електричного дипольного моменту, але у зовнішньому електричному полі вони поляризуються - набувають індукованого дипольного моменту.

Більшість атомів мають відмінний від нуля постійний магнітний момент. Не мають магнітного момента атоми з цілком заповненими електронами підоболонками, зокрема атоми інертних газів і лужноземельних металів. У зовнішньому магнітному полі всі атоми набувають магнітного момента.

У зовнішніх полях атом здобуває додаткову енергію і його рівні енергії розщеплюються. У результаті розщеплення енергетичних рівнів розщеплюються й спектральні лінії в спектрах атомів.

6.15.1. Ефект Штарка

- **Ефект Штарка** - розщеплення енергетичних рівнів і спектральних ліній атомів у зовнішніх електричних полях.

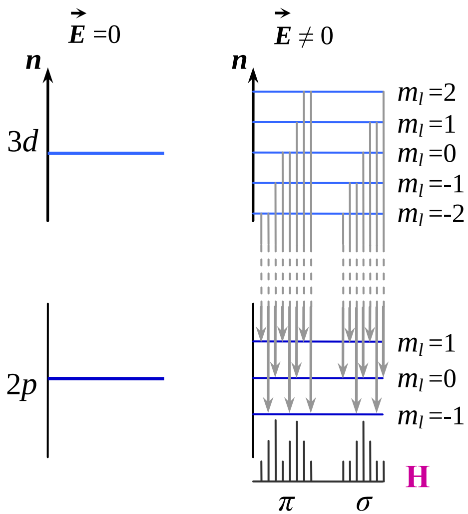
Розрізняють лінійний і квадратичний ефект Штарка.

Лінійний ефект Штарка характерний для атомів гідрогену, гідрогеноподібних іонів, які мають власний електричний дипольний момент, а також для сильно збуджених рівнів енергії атомів інших хімічних елементів у помірних електричних полях.

Рівень енергії атома із заданим значенням головно-го квантового числа n симетрично розщеплюється на $(2l-1)$ рівновіддалених підрівнів. Компоненти штар-ківського розщеплення поляризовані.

За спостереження в напрямку, перпендикулярому напрямку елек-тричного поля ($\vec{E}$), виявляються поздовжньо поляризовані π -компо-ненти й поперечно поляризовані σ -компоненти. За спостереження вздовж напрямку поля π -компоненти не з'являються, а на місці σ -компонентів виникають неполяризовані компоненти. Інтен-сивності різних компонентів різняться.

Квадратичний ефект Штарка характерний для багатоелектронних атомів, які не мають власного електричного дипольного момента. У зовнішніх електричних полях такі атоми набувають електричного дипольного момента.

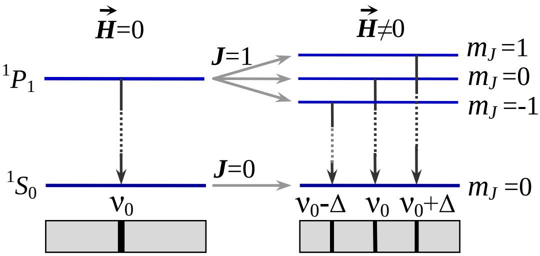


Квадратичний ефект Штарка набагато менший від лінійного ефекту і зводиться до зсуву ліній. У результаті квадратичного ефекту Штарка утворюється несиметрична щодо первинної лінії картина розщеплення.

6.15.2. Ефект Зеємана

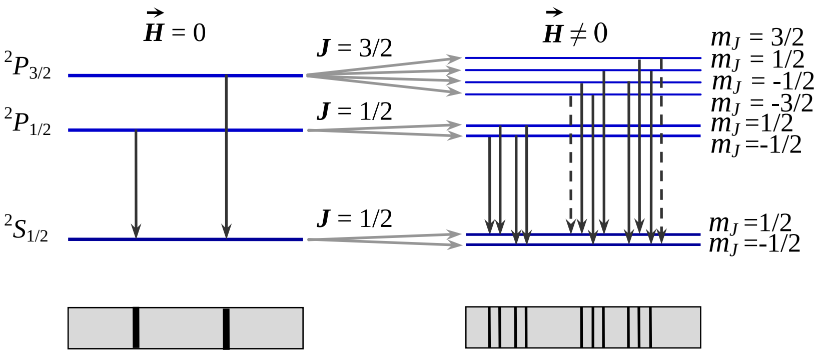
- **Ефект Зеємана** - розщеплення енергетичних рівнів і спектральних ліній атомів у зовнішніх магнітних полях.

Простий (нормальний) ефект Зеємана характерний для енергетичних рівнів, що не мають тонкої структури, тобто поодиноких. У зовнішньому магнітному полі, крім лінії з частотою ν_0, яка спостерігається за відсутності поля, з'являються дві розташовані симетрично до неї лінії із частотами $\nu_0 + \Delta\nu$ та $\nu_0 - \Delta\nu$.



Компоненти зеєманівського розщеплення поляризовані.

Складний (аномальний) ефект Зеємана спостерігається для дублетів і мультиплетів вищих порядків: у магнітних полях з'являються кілька рівновіддалених один від одного π - компонентів і дві симетричні відносно них групи σ - компонентів.



Число ліній складного зеєманівського розщеплення може досягати декількох десятків, а первісна лінія може взагалі не спостерігатися.

Розділ 7

ФІЗИКА АТОМНОГО ЯДРА ТА ЕЛЕМЕНТАРНИХ ЧАСТИНОК

ОСНОВИ ЯДЕРНОЇ ФІЗИКИ

Ядерна фізика вивчає будову, властивості та перетворення атомних ядер.

Ядерна фізика, в широкому розумінні, включає в себе споріднені галузі: фізику елементарних частинок, теорію квантових полів, ядерну астрофізику.

Ядерна фізика є фундаментальною наукою, від прогресу якої можна очікувати з'ясування глибиних властивостей матерії і відкриття нових законів природи.

7.1. Склад атомного ядра

- **Ядром** називається центральна частина атома, в якій зосереджена практично вся маса атома і його позитивний електричний заряд.

Усі атомні ядра складаються з елементарних частинок - протонів (p) і нейтронів (n), які мають загальну назву - ***нуклони***.

Основні характеристики елементарних частинок: електричний заряд (q), маса (m), спін (s), магнітний момент (μ).

Характеристики нуклонів:

протон	*нейтрон*
$q_p = +e$	$q_n = 0$
$m_p = 1{,}6726\cdot10^{-27}$кг = =1,007276 а.о.м. = = 938,27 МеВ ≈ ≈ 1836 m_e	$m_n = 1{,}6749\cdot10^{-27}$кг = = 1,008665 а.о.м. = = 939,57 МеВ ≈ ≈ 1839 m_e
$s_p = 1/2$	$s_n = 1/2$
$\mu_{sp} = +2{,}79\ \mu_я$	$\mu_{sn} = -1{,}91\ \mu_я$

$\mu_я = 5{,}0508\cdot10^{-27}$ А·м^2 - *ядерний магнетон*.

Знак «+» магнітного моменту означає, що його напрямок збігається з напрямком спіна частинки, знак «-» вказує на протилежний спіну напрямок.

Нейтрон у вільному стані нестабільний - за ~15 хв. самочинно перетворюється на протон з випущенням електрона й антинейтрино.

У ядерній фізиці маси прийнято подавати в одиницях енергії, помножуючи їх на c^2 (1 а.о.м. = $1{,}66\cdot10^{-27}$ кг =931,5 МеВ).

7.2. Характеристики атомного ядра

Зарядове число

Зарядове число $\boldsymbol{Z}$ дорівнює числу протонів у ядрі й визначає заряд ядра ($+Ze$). Воно збігається з порядковим номером хімічного елемента в періодичній системі Менделєєва.

Масове число

Масове число $\boldsymbol{A=Z+N}$ дорівнює числу нуклонів у ядрі.

Протону й нейтрону приписується масове число рівне одиниці, електрону - рівне нулю.

Кількість нейтронів у ядрі може бути визначена як $N = A - Z$.

Механічний момент імпульсу ядра

Ядро атома має власний механічний момент імпульсу - спін ядра, який складається зі спінів нуклонів:

$$I = L_{\text{я}} = L_{S\,\text{я}} = \hbar\sqrt{S_{\text{я}}(S_{\text{я}}+1)}\,,$$

$S_{\text{я}}$ - внутрішнє (спінове) квантове число ядра.

Магнітний момент ядра

Магнітний момент ядра визначається власними магнітними моментами нуклонів. Одиницею вимірювання магнітних ядерних моментів послуговує ядерний магнетон:

$$\mu_{\text{я}} = e\hbar / 2m_p\,.$$

Квадрупольний електричний момент ядра

Розподіл електричного заряду протонів у ядрі в загальному випадку є несиметричним. Квадрупольний електричний момент ядра $\boldsymbol{Q}$ характеризує відхилення цього розподілу від сферично симетричного.

Розміри ядра

Радіус ядра достатньо точно визначається формулою

$$r = r_0 A^{1/3}\,,$$

$r_0 \approx (1{,}3 \div 1{,}7)\cdot 10^{-15}$ м.

Об'єм ядра пропорційний числу нуклонів у ядрі:

$$V = \frac{4}{3}\pi\, r_0^3 A\,.$$

Ядра позначують символом $^A_Z X$ $\left(_Z X^A \right)$, де X - символ хімічного елемента.

В залежності від співвідношення A та Z розрізняють:

ізотопи - ядра з однаковим числом протонів, але різними масовими числами ($^1_1\mathrm{H}$, $^2_1\mathrm{H}$, $^3_1\mathrm{H}$);

ізобари - ядра з однаковим масовим числом, але різним числом протонів ($^{40}_{18}\mathrm{Ar}$, $^{40}_{20}\mathrm{Ca}$);

ізотони - ядра з однаковим числом нейтронів ($^{13}_{6}\mathrm{C}$, $^{14}_{7}\mathrm{N}$);

ізомери - ядра з однаковим числом протонів і однаковим масовим числом, що відрізняються періодом піврозпаду ($^{80}_{35}\mathrm{Br}$ ($T_{1/2}$ =18 хв.), $^{80}_{35}\mathrm{Br}$ ($T_{1/2}$ = 4,4 год)).

Всі ядра поєднуються загальною назваю *нукліди*.

Ізотопами, ізобарами, ізотонами, ізомерами також називають атоми з відповідними ядрами.

Ізотопи гідрогену мають назви: протій $^1_1\mathrm{H}$, дейтерій $^2_1\mathrm{H}$, тритій $^3_1\mathrm{H}$, а їхні ядра - протон, дейтрон, тритон.

Приклад розв'язування задачі 43

Визначити об'ємну концентрацію та середню густину ядра (ядерної речовини).

Розв'язування

Об'ємну концентрацію частинок в ядрі можна визначити як відношення кількості нуклонів A до об'єму ядра V:

$$n = \frac{A}{V} = \frac{A}{(4/3)\pi r_{ÿ}^3}\,.$$

Враховуючи, що $r_{ÿ} \approx 1{,}3 \cdot 10^{-15} \cdot A^{1/3}$ (м), отримаємо

$$n = \frac{3A}{4\pi\left(1{,}3\cdot 10^{-15}\cdot A^{1/3}\right)^3} \approx 1\cdot 10^{44}\ \text{м}^{-3}.$$

Середню густину ядра визначимо як добуток об'ємної концентрації частинок в ядрі на середню масу нуклона:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{A m_p}{V} = n m_p\,,$$

$$\rho \approx 1\cdot 10^{44}\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27} \approx 2\cdot 10^{17}\ \text{кг/м}^3.$$

Тобто, кубічний сантиметр ядерної речовини має масу ~200 млн. тонн. Вчені припускають, що приблизно таку саму густину мають космічні об'єкти - нейтронні зірки.

7.3. Дефект маси та енергія зв'язку атомного ядра

Експериментальними вимірюваннями встановлено, що маса будь-якого ядра є меншою від суми мас елементарних частинок, що входять до його складу. Цю різницю мас називають ***дефектом маси ядра***:

$$\boxed{\Delta m_{\text{ÿ}} = Zm_p + (A-Z)m_n - m_{\text{ÿ}}}, \qquad (7.1)$$

m_p, m_n - маси спокою протона і нейтрона у вільному стані,

$m_я$ - маса спокою ядра.

Згідно теорії відносності зміна маси системи пов'язана зі зміною енергії:

$$\Delta E = \Delta m c^2.$$

Тобто, під час об'єднання нуклонів у ядро виділяється енергія - *енергія зв'язку* нуклонів. Ця енергія є мірою міцності ядра.

- **Енергія зв'язку ядра** визначається величиною роботи, яку потрібно виконати, щоб розщепити ядро на нуклони без надання їм кінетичної енергії, і являє собою різницю між енергією всіх вільних нуклонів, що складають ядро, і їхньою енергією в ядрі:

$$\boxed{E_{\text{çâ}} = \Delta E = \Delta m c^2 = \left(Zm_p + (A-Z)m_n - m_{\text{ÿ}}\right)\tilde{n}^2}. \qquad (7.2)$$

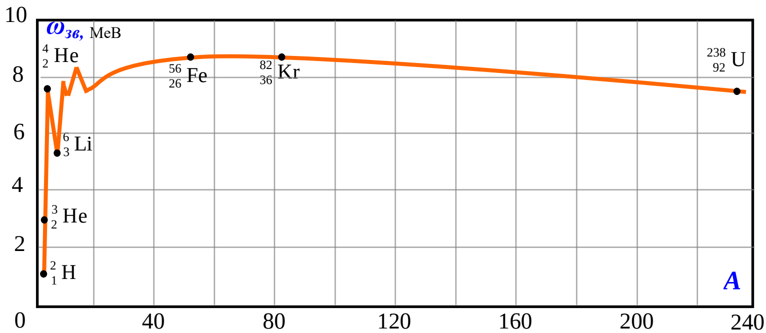
Співвідношення (7.2) практично не порушується у разі нехтування порівняно незначною енергією зв'язку електронів з ядром із заміною маси протона (m_p) на масу атома водню (m_{H}), а маси ядра ($m_я$) - на масу атома ($m_{ат}$):

$$E_{зв} = \left(Zm_{\mathrm{H}} + (A-Z)m_n - m_{ат} \right)c^2 . \qquad (7.2а)$$

- **Питомою енергією зв'язку ядра** називається енергія зв'язку, що доводиться на один нуклон:

$$\boxed{\omega_{çâ} = \frac{E_{çâ}}{A}}. \qquad (7.3)$$

Ядра атомів різних хімічних елементів мають різну питому енергію зв'язку. Найміцнішими є ядра елементів середньої частини періодичної системи - від ${}^{28}_{14}\mathrm{Si}$ до ${}^{138}_{56}\mathrm{Ba}$. Їхня питома енергія зв'язку ~ 8,7 МеВ/нуклон. Ядра атомів хімічних елементів, розташованих наприкінці періодичної системи, характеризуються $\omega_{зв}$ ~ 7,6 МеВ/нуклон.



Максимум питомої енергії зв'язку (8,7 МеВ/нуклон) припадає на Fe - так званий «залізний пік», який відіграє важливу роль в еволюції хімічних елементів.

Така залежність питомої енергії зв'язку ядер від масового числа робить енергетично виграшними два процеси: 1) поділ важких ядер на більш легкі, 2) злиття легких ядер в одне. Обидва процеси супроводжуються виділенням великої кількості енергії.

Енергія, що виділяється в ядерних реакціях, у мільйони разів більша (на одиницю маси реагуючих речовин) за енергію, що виділяється в хімічних реакціях. Наприклад, злиття двох важких ядер гідрогену ${}^{2}_{1}\mathrm{H}$ в ядро гелію ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ призводить до виділення ~24 МеВ, за сполучення одного атома карбону з двома атомами оксигену (згоряння вугілля до CO_2) виділяється ~5 еВ.

Приклад розв'язування задачі 44

Визначити дефект маси, енергію зв'язку та питому енергію зв'язку для ядра $^{7}_{3}\mathrm{Li}$.

Розв'язування

Дефект маси ядра визначимо, врахувавши, що *A*=7, *Z*=3, і взявши необхідні маси з довідкових матеріалів:

$$\Delta m_{\text{ÿ}} = 3m_{\mathrm{H}} + 4m_n - m_{\text{àò}} \ ,$$

$$\Delta m_{\text{ÿ}} = 3\cdot 1{,}00782 + 4\cdot 1{,}00867 - 7{,}016 , \qquad \Delta m_{\text{ÿ}} = 0{,}0399 \text{ а.о.м.}$$

Енергію зв'язку визначимо за формулою:

$$E_{\text{çâ}} = \Delta m_{\text{ÿ}} c^2,^{*} \qquad\qquad E_{\text{çâ}} = 37{,}2 \text{ МеВ.}$$

Питома енергію зв'язку:

$$\omega_{\text{çâ}} = \frac{E_{\text{çâ}}}{A} \ , \qquad\qquad \omega_{\text{çâ}} = 5{,}3 \text{ МеВ/нуклон.}$$

* 1 а.о.м. = 931,5 МеВ.

7.4. Ядерні сили

Нуклони в ядрах перебувають у станах, що суттєво відрізняються від їхніх вільних станів. Величезна енергія зв'язку нуклонів у ядрі свідчить про те, що між ними існує інтенсивна взаємодія. Саме вона забезпечує стійкість ядер, утримуючи нуклони на відстанях приблизно 10^{-15}м один від одного, незважаючи на сильне електростатичне відштовхування між протонами.

7.4.1. Особливості ядерних сил

- ***Ядерні сили є короткодіючими***

Вони проявляються лише на малих відстанях між нуклонами в ядрі. Відстань $\sim 2\cdot 10^{-15}$ м називається *радіусом дії ядерних сил*. На відстанях між нуклонами більших, ніж $\sim 2\cdot 10^{-15}$ м, ядерні сили обертаються в нуль. На відстанях менших, ніж $\sim 0{,}7\cdot 10^{-15}$м, притягання нуклонів змінюється відштовхуванням.

- ***Ядерні сили виявляють зарядову незалежність***

Ядерні сили, що діють між двома протонами, протоном і нейтроном, двома нейтронами, є однаковими за величиною, якщо однакові стани відносного руху цих пар частинок та їхні спінові стани.

- ***Ядерні сили мають властивість насичення***

Ця властивість випливає з того факту, що енергія зв'язку, яка припадає на один нуклон, приблизно однакова для всіх ядер, починаючи з $^4_2\mathrm{He}$. Тобто, нуклон у ядрі взаємодіє лише з обмеженим числом найближчих до нього сусідніх нуклонів.

- ***Ядерні сили залежать від орієнтації спінів взаємодіючих нуклонів***

Це підтверджується різним характером розсіювання нейтронів молекулами орто- і параводню. У молекулі орто-водню спіни обох протонів паралельні один одному, а в молекулі параводню - антипаралельні. Розсіювання нейтронів на параводні в 30 разів перевищує розсіювання на ортоводні.

- ***Ядерні сили не є центральними***

Ядерні сили визначаються не лише відстанню між нуклонами, але й взаємною орієнтацією їхніх спінів.

7.4.2. Природа ядерних сил

У сучасних квантових теоріях будь-яка силова взаємодія двох об’єктів вважається результатом обміну між ними *частинками-носіями взаємодії* - квантами відповідного поля: в електромагнітних взаємодіях - *фотонами*, в гравітаційних - *гравітонами*. Такі теорії називають *калібрувальними*; вони засновані на ідеях симетрії та інваріантності в системі частинок і полів.

Перша кількісна теорія ядерної взаємодії була запропонована Х. Юкавою у 1935 році. Згідно з цією теорією нуклони віртуально обмінюються частинками, називаними *π-мезонами*, які утворюють поле ядерних сил. Випущення й поглинання віртуальних π-мезонів протікає за схемами:

$$p+n \rightarrow n+\pi^{+}+n \rightarrow n+p,$$

$$n + p \rightarrow p + \pi^{-} + p \rightarrow p + n,$$

$$p + n \rightarrow p + \pi^{0} + n \rightarrow p + n,$$

$$p + p \rightarrow p + \pi^{0} + p \rightarrow p + p,$$

$$n + n \rightarrow n + \pi^{0} + n \rightarrow n + n.$$

У квантовій механіці віртуальними називають частинки, які не можуть бути виявлені за час їх існування. У цьому розумінні віртуальні частинки можна вважати уявними.

π-мезони були винайдені в космічному випромінюванні в 1947 році.

Мезонна теорія ядерних сил не набула завершеного кількісного виразу. Проте вона дозволяє успішно пояснити численні явища, що спостерігаються під час зіткнень нуклонів.

На сьогоднішній день взаємодія між нуклонами в ядрі розглядається як окремий випадок більш загальної *сильної взаємодії* між адронами (саме до цього класу частинок належать нуклони), яка передається завдяки обміну *глюонами*. Ця теорія має назву *квантової хромодинаміки*. Згідно до неї адрони складаються з істинних «цеглинок» матерії - *кварків*, і взаємодія між нуклонами є проявом взаємодії кварків. Квантова хромодинаміка на даний час є однією з найбільш підтримуваних науковцями теорій. Вона дозволяє пояснити широке коло явищ, які спостерігаються і досліджуються в ядерній фізиці. Але ряд проблем, що не мають рішення, спонукають вчених до створення і розвитку альтернативних теорій, розгляд яких виходить за межі цієї книги.

7.5. Радіоактивність

- **Радіоактивністю** називається здатність окремих атомних ядер самочинно (спонтанно) перетворюватися в інші ядра з випущенням певних частинок.

Розрізняють *природну* й *штучну* радіоактивність.

- ***Природною радіоактивністю*** називається радіоактивність, що спостерігається в існуючих у природі нестійких ізотопів.

- ***Штучною радіоактивністю*** називається радіоактивність ізотопів, отриманих в результаті ядерних реакцій.

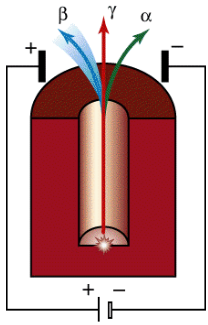
Між штучною і природною радіоактивністю немає принципової відмінності. Процеси радіоактивних перетворень в обох випадках підкоряються тим самим законам.

7.5.1. Радіоактивне випромінювання

Природна радіоактивність була відкрита А. Беккерелєм у 1896 році. Вчений виявив, що солі урану випускають невидиме проміння, яке викликає почорніння фотопластинки. Двома роками пізніше П. Кюрі й М. Кюрі-Складовська відкрили два нові елементи - радій (Ra) і полоній (Po), що випромінюють аналогічно урану, але значно інтенсивніше.

Дослідження показали, що радіоактивні речовини є джерелами трьох видів випромінювань.

Перший вид виромінювання під дією електричного та магнітного полів відхиляється в тому напрямку, в якому відхиляються позитивно заряджені частинки. Він має назву *α-випромінювання* і являє собою потік α-частинок (зі швидкостями руху (15-20)$\cdot 10^6$м/с).



Другий вид випромінювання, називаний *β-випромінюванням*, відхиляється в електричному та магнітному полях так, як відхиляються негативно заряджені частинки і являє собою потік електронів (із середньою швидкістю руху 16$\cdot 10^7$м/с).

Третє випромінювання не реагує на дію електричного та магнітного полів, являє собою електромагнітні хвилі короткої довжини (порядку 10^{-10}м) і має назву *γ-випромінювання*.

Характерним виявилося те, що на властивості випромінювання радіоактивного препарату не впливають вид хімічної сполуки, агрегатний стан, механічний тиск, температура тощо, тобто всі ті чинники, які могли б призвести до зміни стану електронної оболонки атома. Отже, *радіоактивні властивості елемента зумовлені лише структурою його ядра*.

Природна радіоактивність спостерігається у деяких легких і середніх за масою ядер ($^{40}_{19}K$, $^{87}_{37}Rb$, $^{115}_{49}In$, $^{138}_{57}La$, $^{147}_{62}Sm$, $^{175}_{71}Lu$), а також у ядер атомів хімічних елементів, розташованих за свинцем у періодичній таблиці Менделєєва.

Подальші дослідження показали, що радіоактивні випромінювання:

- *здатні спричиняти біологічні та хімічні дії*;
- *іонізують гази*;
- *збуджують флуоресценцію ряду твердих і рідких тіл*;
- *мають велику проникну здатність.*

Найбільшу проникну здатність мають γ-промені; вони проходять крізь значні товщі твердих тіл, у тому числі металів. Найменша проникна здатність у α-променів. Але й вони можуть проходити крізь тонкі шари твердих тіл, наприклад, скло.

γ-промені наскрізь пронизують тіло людини; долають шар свинцю до 5 см завтовшки. β-промені проникають в біологічні тканини на глибину до ~6 см; практично повністю поглинаються в алюмінієвій пластині завтовшки 2 см. α-промені повністю поглинаються алюмінієвою пластиною завтовшки 0,06 мм.

Температура радіоактивних речовин завжди вища за температуру навколишнього середовища, оскільки радіоактивні процеси супроводжуються безперервним виділенням енергії.

7.5.2. Закон радіоактивного розпаду

Радіоактивний розпад - явище суто статистичне. Не можна передбачити, коли саме розпадеться дане ядро. Можна лише вказати, з якою ймовірністю дане ядро розпадеться за той або інший проміжок часу.

Статистичною величиною, що характеризує радіоактивний розпад, є ймовірність розпаду ядра за одиницю часу (λ). Ця статистична величина називається ***постійною розпаду***; вона характерна для даної радіоактивної речовини й дорівнює частці ядер, що розпадаються за одиницю часу.

Закон радіоактивного розпаду ґрунтується на двох припущеннях: 1) постійна розпаду (λ) не залежить від зовнішніх умов; 2) число ядер, що розпадаються за час dt, є пропорційним наявній кількості ядер.

Нехай N - кількість ядер, що не розпалися на момент часу t. Кількість ядер, що розпадеться за час dt, пропорційна N: $|dN| = \lambda N dt$. Зменшення ядер, що не розпалися, за час dt:

$$dN = -\lambda N dt , \tag{7.4}$$

звідки

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt . \tag{7.4a}$$

Після інтегрування виразу (7.4а) одержимо:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} .$$

- **Закон радіоактивного розпаду**. Число радіоактивних ядер зменшується з часом за експонентою:

$$\boxed{N = N_0 e^{-\lambda t}}, \tag{7.5}$$

N_0 - кількість ядер, що не розпалися, в момент часу t=0.

Кількість ядер, що розпалися за проміжок часу t :

$$N_p = N_0 - N = N_0 (1 - e^{-\lambda t}) . \tag{7.6}$$

- **Активністю радіоактивної речовини** називається величина, яка дорівнює кількості розпадів, що відбуваються в одиницю часу:

$$\boxed{A = \frac{dN_ð}{dt} = \lambda N}, \qquad [A]=[\text{Бк}]. \tag{7.7}$$

1Бк = 1розпад/с (1Кі = $3{,}7 \cdot 10^{10}$Бк).

- **Періодом піврозпаду** $T_{1/2}$ називається час, протягом якого розпадається половина початкової кількості речовини.

За визначенням:

$$\frac{1}{2} N_0 = N_0 e^{-\lambda T} \Rightarrow$$

$$\ln 1 - \ln 2 = -\lambda T \Rightarrow$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda} . \tag{7.8}$$

- **Середній час життя** радіоактивного ізотопу:

$$\boxed{\tau = \frac{1}{\lambda}}. \tag{7.9}$$

Період піврозпаду й середній час життя радіоактивних ізотопів є характеристиками стійкості ядер щодо розпаду.

7.5.3. Типи радіоактивних процесів

Основні типи радіоактивних процесів:

- *альфа-розпад*;
- *бета-розпад*;
- *спонтанний поділ важких ядер*;
- *протонна радіоактивність.*

- **Альфа-розпад** (*α-розпад*) - перетворення атомного ядра в інше ядро, що супроводжується випущенням α-частинки (ядра атома гелію ${}_{2}^{4}\mathrm{He}$).

Альфа-розпад відбувається за схемою:

$$ {}_{Z}^{A}X \;\rightarrow\; {}_{Z-2}^{A-4}Y + {}_{2}^{4}\mathrm{He}, $$

X , Y - хімічні символи відповідно вихідного та нового ядер.

Приклад: $${}_{88}^{226}\mathrm{Ra} \;\rightarrow\; {}_{86}^{222}\mathrm{Rn} + {}_{2}^{4}\mathrm{He}\,.$$

У результаті α-розпаду утворюється ядро із зарядовим числом на 2 одиниці й масовим числом на 4 одиниці меншими, ніж у вихідного ядра.

Процес викидання α-частинок з ядер радіоактивних елементів носить специфічно квантовомеханічний характер - в його основі лежить тунельний ефект. Вивільняючись з ядра, α-частинка повинна подолати потенціальний бар'єр. Імовірність α-розпаду пропорційна проникності бар'єра, яка тим більша, чим більша кінетична енергія α-частинки в ядрі. Ймовірність α-розпаду залежить від розмірів ядра і від імовірності утворення α-частинки в ядрі.

Відомо понад 200 α-радіоактивних ядер, розташованих у періодичній системі елементів за свинцем, а також близько 20 α-радіоактивних нуклідів рідкоземельних елементів.

Енергія α-частинок, що випускаються важкими радіоактивними ядрами, становить ~ 4-9 МеВ, ядрами рідкоземельних елементів ~2-4,5 МеВ.

α-частинки не існують у складі ядер в готовому вигляді; вони виникають в момент радіоактивного розпаду.

- **Бета-розпад** (*β-розпад*) - перетворення атомного ядра в інше ядро, що супроводжується випущенням електрона e^- або позитрона e^+ і електронних антинейтрино $\tilde{\nu}_e$ або нейтрино ν_e.

Відомі 3 різновиди β-розпаду:

- *електронний розпад* (β^-*-розпад*);
- *позитронний розпад* (β^+*-розпад*);
- *електронне захоплення* (*е-захоплення*).

електрон (e^-)	***позитрон*** (e^+)
$q_{e^-} = -e$	$q_{e^+} = +e$
$m_{e^-} = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$кг = = 0,511 МеВ	$m_{e^+} = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$кг = = 0,511 МеВ
$s_{e^-} = 1/2$	$s_{e^+} = 1/2$
$\mu_{e^-} = 183{,}83\,\mu_я$	$\mu_{e^+} = 183{,}83\,\mu_я$

нейтрино (ν)	***антинейтрино***($\tilde{\nu}$)
$q_\nu = 0$	$q_{\tilde{\nu}} = 0$
$m_\nu \to 0$	$m_{\tilde{\nu}} \to 0$
$s_\nu = 1/2$	$s_{\tilde{\nu}} = 1/2$

Схема *електронного розпаду*:

$$_Z^A X \to {}_{Z+1}^{A}Y + {}_{-1}^{0}e + {}_0^0\tilde{\nu}_e .$$

Приклад: $${}_6^{14}\mathrm{C} \to {}_7^{14}\mathrm{N} + {}_{-1}^{0}e + {}_0^0\tilde{\nu}_e .$$

У результаті β^--розпаду утворюється ядро з числом протонів на одиницю більшим, ніж у вихідного ядра. Процес протікає так, начебто один з нейтронів ядра перетворюється в протон за схемою:

$${}_0^1 n \to {}_1^1 p + {}_{-1}^{0}e + {}_0^0\tilde{\nu}_e .$$

Схема *позитронного розпаду* :

$$ {}_{Z}^{A}X \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + {}_{+1}^{0}e + {}_{0}^{0}\nu_e \,. $$

Приклад: $$ {}_{7}^{13}\mathrm{N} \rightarrow {}_{6}^{13}\mathrm{C} + {}_{+1}^{0}e + {}_{0}^{0}\nu_e \,. $$

У результаті β^+-розпаду утворюється ядро з числом протонів на одиницю меншим, ніж у вихідного ядра. Процес протікає так, начебто один з протонів вихідного ядра перетворюється в нейтрон за схемою:

$$ {}_{1}^{1}p \rightarrow {}_{0}^{1}n + {}_{+1}^{0}e + {}_{0}^{0}\nu_e \,. $$

Енергія, яка виділяється за β-розпаду, розподіляється головним чином між двома частинками, що вилітають з ядра: електроном і антинейтрино або позитроном і нейтрино. Тому розподіл електронів за енергіями (β-спектр) виявляється безперервним.

За β-розпаду ядро, що утворюється, може виникати як в основному, так і в збудженому стані.

Електронне захоплення - процес поглинання ядром електрона з оболонки атома, що супроводжується випущенням нейтрино.

Схема електронного захоплення:

$$ {}_{Z}^{A}X + {}_{-1}^{0}e \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + {}_{0}^{0}\nu_e + \textit{рентгенівське випромінювання}. $$

Приклад: $$ {}_{4}^{7}\mathrm{Be} + {}_{-1}^{0}e \rightarrow {}_{3}^{7}\mathrm{Li} + {}_{0}^{0}\nu_e + \textit{рентгенівське випромінювання}. $$

Під час електронного захоплення атомне ядро поглинає один з електронів *D*-оболонки атома (рідше *L* або *M*-оболонок). Вакантне місце займає електрон із вище розташованих оболонок. Перехід електрона з більш високого енергетичного рівня на нижчий (з верхньої оболонки на нижчу) супроводжується рентгенівським випромінюванням.

- **Спонтанний поділ важких ядер** - перетворення ядер в інші ядра шляхом поділу вихідного ядра на частини.

Поділ ядра найчастіше відбувається на два осколки приблизно рівної маси.

Процес спонтанного поділу є переважним за перетворення надважких ядер. Саме цим процесом визначається границя періодичної системи елементів, тобто можливість існування у природі ядер з великими зарядовими числами.

Спонтанний поділ ядер, подібно α-розпаду, відбувається шляхом тунельного ефекту. Ймовірність поділу ядра експоненціально залежить від висоти потенціального бар'єра.

- **Протонна радіоактивність** - перетворення ядра в інше ядро, що супроводжується випущенням одного або двох протонів.

Протонна радіоактивність вперше спостерігалася групою фізиків, керованою Г.Н. Флеровим у 1963 р.

Усі типи радіоактивних перетворень, як правило, супроводжуються *γ-випромінюванням* ($\lambda \leq 10^{-10}$м), а в ряді випадків - випущенням електронів конверсії та рентгенівським випромінюванням.

γ-випромінювання не є самостійним типом радіоактивності; воно супроводжує радіоактивні процеси тоді, коли ядра, що утворюються, перебувають у збуджених станах. Енергія кванта γ-випромінювання дорівнює різниці енергій рівнів ядра і становить від 10 КеВ до 5 МеВ.

7.5.4. Застосування радіоактивності

Біологічна дія радіоактивних випромінювань

Радіоактивні випромінювання шкідливі для живих клітин. Механізм цієї дії пов'язаний з іонізацією атомів і руйнуванням молекул усередині клітин під час проходження крізь них швидких заряджених частинок і квантів електромагнітних хвиль високих енергій. Так, α-частинка, що вилітає з ядра за радіоактивного розпаду, до моменту зупинки утворює на своєму шляху ~ 10^5 іонів.

Особливо чутливі до впливу випромінювань клітини, що перебувають у стані прискореного росту й розмноження. Ця обставина використовується для лікування ракових пухлин. Для цілей терапії застосовують γ-випромінювання радіоактивних препаратів. За помірних доз опромінення ракові клітини гинуть, тоді як організму хворого не заподіюється істотної шкоди.

У малих дозах радіоактивні випромінювання, головним чином α-проміння, виявляють стимулюючу дію на організм. Із цим зв'язаний цілющий ефект радіоактивних мінеральних вод, що містять невеликі кількості радію (Ra) або радону (Rn).

Надмірно великі дози радіоактивних випромінювань викликають важкі захворювання тварин і людини (променева хвороба) і можуть призвести до смерті.

Разові дози опромінення до 10^{-5}Кл/кг (50 мР) умовно вважаються нешкідливими для організму людини.

Біологічна дія радіоактивних елементів використовується також в сільському господарстві (*радіоселекція*).

Застосування радіоактивних ізотопів у науці й техніці

Важливим застосуванням радіоактивних ізотопів є дослідження методом «мічених атомів». Для вивчення процесів обміну в організм людини в незначній кількості вводяться радіоактивні ізотопи. Властивості введених радіоактивних атомів дозволяють відстежити їх переміщення. Аналогічний метод застосовують для діагностики захворювань.

Застосування радіоактивних речовин у промисловості пов'язане з дослідженнями внутрішньої структури металевих деталей, виробів, конструкцій тощо, виявленням у них дефектів, визначенням залишкового ресурсу придатності. Використання γ-проміння радіоактивного кобальту ${}^{60}_{27}\mathrm{Co}$ дає змогу проводити дефектоскопію металів на глибину до 20-30 см.

Здатність окремих речовин до люмінесценції під впливом радіоактивних випромінювань використовується для виготовлення світних фарб. Для забезпечення світності фарби достатньо мізерних кількостей радіоактивного препарату. Такі фарби, нанесені на циферблати й стрілки годинників, знаки дорожнього руху, прицільні пристрої й т.і., роблять їх видимими в темряві.

Визначення віку об'єктів

Вік гірських порід, археологічних знахідок тощо визначають за вмістом у них радіоактивних елементів і продуктів розпаду цих елементів, користуючись кількісною залежністю закону радіоактивного розпаду.

Визначення віку гірських порід давнього походження проводять по урану ${}^{238}_{92}\mathrm{U}$, який розпадаючись надзвичайно повільно ($T_{1/2}$ ~ 4,5 млр. років), перетворюється на плюмбум $^{206}_{82}Pb$. Вік молодих гірських порід (< 60 тис. років), кісток давніх тварин та людей визначають за карбоном $^{14}_{6}C$. Нейтрони космічного проміння, потрапляючи до земної атмосфери, спричиняють ядерну реакцію перетворення нітрогену $^{14}_{7}N$ в карбон $^{14}_{6}C$ ($T_{1/2}$ ~ 5700 років). Разом із повітрям $^{14}_{6}C$ потрапляє у живі організми. В мертвих організмах обмін з атмосферою припиняється і вміст радіонукліду карбону поступово зменшується.

Вік Землі (від моменту утворення твердої земної кори), визначений різними методами, в тому числі методом ізотопної хронології, перевищує 4 млрд. років.

7.5.5. Стійкість атомних ядер

На даний час відомо понад 2 000 атомних ядер. Близько 20% з них є стійкими, інші - радіоактивні. З енергетичної точки зору максимальна стійкість ядер досягається за значень масового числа A=50÷60. Але існує цілий ряд стабільних атомних ядер з масовими числами як значно більшими, так і значно меншими цих значень. Пояснюється це тим, що для поділу на частини ядро повинне пройти через проміжні стани, енергії яких перевищують енергію основного стану. Тобто, для процесу поділу потрібна додаткова енергія - енергія активації, яка складає ~ МеВ. За звичайних умов перебування ядру нізвідки взяти таку енергю.

Для стійких атомних ядер характерним є певне співвідношення між числом протонів (Z) і нейтронів (N) .

Умова мінімуму енергії ядра призводить до співвідношення:

$$\boxed{Z_{ст} = \frac{A}{1{,}98 + 0{,}015\,A^{2/3}}}, \qquad (7.10)$$

$Z_{ст}$ - ціле число, найближче до розрахованого за формулою (7.10).

Відхилення від співвідношення (7.10) роблять ядро нестійким.

Кількість нейтронів і протонів у стійких легких та середніх ядрах приблизно однакова, у важких ядрах число нейтронів значно перевищує число протонів. Пов'язане це з тим, що за збільшення числа протонів зростають сили електростатичного відштовхування між ними пропорційно ~ Z^2. Разом з цим зростають і компенсуючі сили, якими є сили ядерного притяганням нуклонів, за рахунок збільшення числа нейтронів, але слабшою мірою, ніж електростатичні.

Для ядер урану $N/Z = 1{,}6$.

Найстійкішими є ядра, в яких число нуклонів (A) дорівнює одному з *магічних чисел*: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Особливо стабільними є *двічі магічні ядра*, в яких магічними є і число протонів, і число нейтронів. Існування магічних ядер вказує на оболонкову структуру ядер, подібну до структури атомів.

Приклад розв'язування задачі 45

Визначити період піврозпаду ізотопу, якщо за добу розпадається в середньому 750 **атомів з** 1000.

Розв'язування

Період піврозпаду $T_{1/2}$ пов'язаний зі сталою розпаду λ співвідношенням

$$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda .$$

З урахуванням цього, закон радіоактивного розпаду:

$$N = N_0 e^{-\frac{(\ln 2)t}{T_{1/2}}},$$

звідки

$$T_{1/2} = \frac{t \ln 2}{\ln\left(N_0 / N\right)} .$$

Враховуючи, що

$$N = 1000 - 750 = 250 \text{ атомів},$$

отримаємо T=12 год.

7.6. Ядерні реакції

- **Ядерними реакціями** називаються реакції перетворення атомних ядер, викликані взаємодією їх одне з одним або з елементарними частинками (у тому числі з γ- квантами).

Записують ядерні реакції аналогічно хімічним:

$$X + a \rightarrow Y + b,$$

або у вигляді

$$X\,(a,b)\;Y,$$

X, Y - вихідне і кінцеве ядра,

a і b - налітаюча та вилітаюча частинки.

7.6.1. *Характеристики ядерних реакцій*

- ***Енергія ядерної реакції***

- ***Енергією ядерної реакції*** Q називається енергія, що дорівнює різниці енергій кінцевих і початкових ядер.

Якщо реакція йде з поглинанням енергії, тобто сума мас ядер, що утворюються, більша за суму мас вихідних ядер, - ядерна реакція *ендоенергетична* ($Q<0$). Якщо реакція протікає з виділенням енергії, тобто сума мас ядер, що утворюються, менша від суми мас вихідних ядер, - ядерна реакція *екзоенергетична* ($Q>0$).

- ***Перетин ядерної реакції***

У масово здійснюваних ядерних реакціях, де протягом короткого часу відбуваються зіткнення мільярдів ядер, далеко не кожна взаємодія призводить до ядерного перетворення. Так, на 10 000 - 1 000 000 α-частинок, що налітають на речовину-мішень, припадає тільки 1 ядерне перетворення. Імовірність ядерної реакції визначається величиною *перетину реакції*.

- ***Ефективним перетином ядерної реакції*** σ називається величина, що має розмірність площі й характеризує ядро як мішень для налітаючої частинки:

$$\boxed{\sigma = \frac{dn}{n\,N\,dx}}, \qquad [\sigma] = [\text{м}^2], \qquad (7.11)$$

N - кількість ядер в одиниці об'єму,

n - потік частинок, що налітають на поперечний перетин мішені,

dn - кількість частинок налітаючого потоку, що перетерпіли ядерну реакцію в шарі товщиною dx .

Формула (7.11) справедлива для випадку єдино можливого перебігу реакції.

Перетин ядерної реакції залежить від типу реакції, енергії частинок, що налітають на ядра, розміру ядер, кута вильоту та орієнтації спінів продуктів реакції тощо. За величиною ефективний перетин ядерних реакцій становить 10^{-31}- 10^{-25} м^2 ($1\cdot10^{-28}$ м^2 = 1 барн).

- ***Канали ядерної реакції***

Певні ядерні реакції можуть здійснюватися не одним, а кількома способами. Можливі схеми протікання ядерної реакції називають її ***каналами***. Початковий етап ядерної реакції називають *вхідним каналом*, кінцевий етап - *вихідним каналом*.

- ***Поріг ядерної реакції***

Мінімальна кінетична енергія зіткнення частинок, за якої ядерна реакція може бути здійснена, називається ***порогом ядерної реакції***.

7.6.2. Механізми ядерних реакцій

Залежно від характеру взаємодії атомного ядра з налітаючими на нього частинками, розрізняють *прямі ядерні реакції*, що відбуваються в один етап, і *ядерні реакції з утворенням складеного* (*компаунд*) *ядра*, що відбуваються у два етапи.

- ***Прямі ядерні реакції*** - процеси, в яких частинка, що налітає на ядро, взаємодіє лише з невеликою кількістю нуклонів.

Ядро, що утворюється в результаті прямої ядерної реакції, перебуває, як правило, або в слабко збудженому, або в основному стані.

Час протікання прямих ядерних реакцій $\sim 10^{-22}$ с.

- ***Ядерні реакції з утворенням компаунд-ядер*** - процеси, в яких енергія, внесена частинкою у ядро, передається всім нуклонам.

На першому етапі реакції з утворенням компаунд-ядра відбувається захоплення ядром частинки, що наблизилася до нього, і утворення проміжного складеного ядра. Енергія, внесена частинкою у ядро, за дуже короткий час перерозподіляється між усіма нуклонами, в результаті чого ядро виявляється в збудженому стані. На другому етапі компаунд-ядро випускає частинку.

Середній час життя компаунд-ядра $\sim 10^{-14} - 10^{-12}$с .

Основним механізмом ядерних реакцій за помірних енергій налітаючих частинок є утворення компаунд-ядра (виняток - ядерні реакцій з дейтронами). За великих енергій налітаючих частинок переважають прямі ядерні реакції.

Під час перебігу ядерних реакцій строго виконуються закони збереження енергії, імпульсу, моменту імпульсу, електричного заряду і ще ряду певних специфічних величин.

У реакціях, що відбуваються за сильних і електромагнітних взаємодій, виконується закон збереження просторової парності, у реакціях, що відбуваються за сильних взаємодій, - закон збереження ізотопічного спіну.

7.6.3. Типи ядерних реакцій

Ядерні реакції класифікують за різними ознаками: за характером ядерних перетворень, за видом частинок, що беруть участь у ядерних реакціях, за енергіями налітаючих частинок.

Типи ядерних реакцій за характером ядерних перетворень:

- ***реакції ядерного розпаду*** - радіоактивний розпад:

$${}^{238}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{234}_{90}\mathrm{Th} + {}^{4}_{2}\mathrm{He};$$

- ***реакції захоплення*** - об'єднання двох частинок, що зіштовхнулися:

$$ {}^{7}_{3}\mathrm{Li} + {}^{1}_{1}p \rightarrow {}^{8}_{4}\mathrm{Be} + \gamma\text{-}\textit{випромінюваня}; $$

- ***реакції обміну*** - захоплення однієї частинки й викидання іншої:

$$ {}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{17}_{8}\mathrm{O} + {}^{1}_{1}p; $$

- ***реакції поділу*** - розщеплення ядра, зумовлене отриманою ним в тій чи іншій формі енергією:

$$ {}^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{139}_{54}\mathrm{Xe} + {}^{95}_{38}\mathrm{Sr} + 2\,{}^{1}_{0}n; $$

- ***фотоядерні реакції*** - ядерні реакції, що відбуваються під впливом γ-променів:

$$ {}^{9}_{4}\mathrm{Be} + \gamma \rightarrow 2\,{}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}n. $$

Типи ядерних реакцій за видом частинок, що беруть у них участь:

- ***реакції за участю нейтронів***:

$$ {}^{14}_{7}\mathrm{N} + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{14}_{6}\mathrm{C} + {}^{1}_{1}p, $$

- ***реакції за участю протонів, α-частинок, дейтронів***:

$$ {}^{19}_{9}\mathrm{F} + {}^{1}_{1}p \rightarrow {}^{16}_{8}\mathrm{O} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}, $$

$$ {}^{27}_{13}\mathrm{Al} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow {}^{30}_{14}\mathrm{Si} + {}^{1}_{1}p, $$

$$ {}^{2}_{1}\mathrm{D} + {}^{2}_{1}\mathrm{D} \rightarrow {}^{3}_{1}\mathrm{H} + {}^{1}_{1}p; $$

- ***реакції за учасю електронів***:

$$ {}^{9}_{4}\mathrm{Be} + {}^{0}_{-1}e \rightarrow {}^{8}_{4}\mathrm{Be} + {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{-1}e. $$

- ***реакції за участю γ-квантів (фотоядерні)***:

$$ {}^{16}_{8}\mathrm{O} + \gamma \rightarrow {}^{15}_{8}\mathrm{O} + {}^{1}_{0}n; $$

- ***реакції за участю важких іонів***:

$$ {}^{242}_{94}\mathrm{Pu} + {}^{22}_{10}\mathrm{Ne} \rightarrow {}^{264}_{104}\mathrm{Ku} \rightarrow {}^{260}_{104}\mathrm{Ku} + 4\,{}^{1}_{0}n. $$

Типи ядерних реакцій за енергіями частинок, що беруть участь у реакції.

Ядерними реакціями низьких енергій налітаючих частинок (~еВ) є реакції за участю нейтронів.

Ядерні реакції середніх енергій (~МеВ) здійснюються за участю нейтронів, протонів, α-частинок, дейтронів, ядер, іонів, γ-фотонів.

Ядерні реакції високих енергій (>10^2МеВ) - реакції під впливом частинок надвисоких енергій, які призводять до народження відсутніх у вільному стані елементарних частинок.

7.6.4. Ланцюгова реакція поділу ядер

- **Ядерні ланцюгові реакції** - ядерні реакції, в яких частинки, що їх ініціювали, утворюються як продукти цих реакцій.

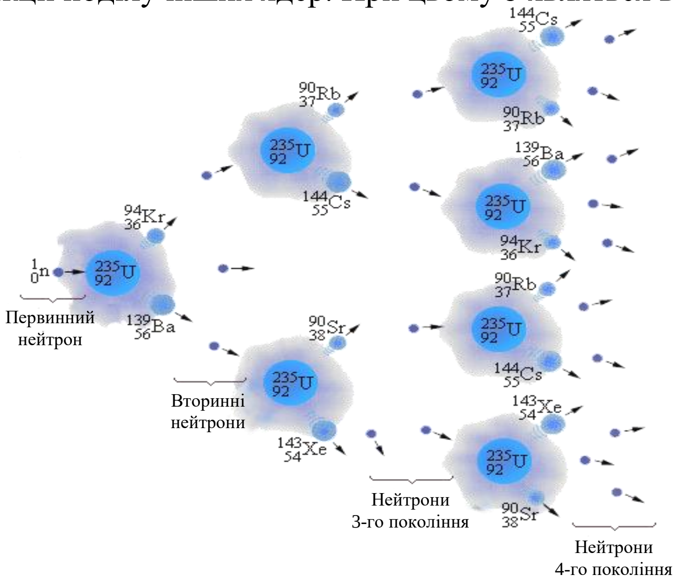
Уперше ланцюгова ядерна реакція була здійснена італійським фізиком Е. Фермі в 1942 році.

Найбільш значущими з точки зору енергетики є реакції поділу ядра урану ${}^{235}_{92}\mathrm{U}$:

$$ {}^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}n \to {}^{144}_{56}\mathrm{Ba} + {}^{89}_{36}\mathrm{Kr} + 3\,{}^{1}_{0}n , $$

$$ {}^{235}_{92}\mathrm{U} + {}^{1}_{0}n \to {}^{140}_{54}\mathrm{Xe} + {}^{94}_{38}\mathrm{Sr} + 2\,{}^{1}_{0}n . $$

Важливо, що за результатами поділу ядра, ініційованого нейтроном, виникають 2 або 3 нейтрони, які можуть викликати нові реакції поділу інших ядер. При цьому з’являться вже 4 або



9 нейтронів, які можуть ініціювати нові розпади ядер урану. Процес має лавиноподібний характер - це і є ланцюгова реакція.

Енергія, що виділяється за поділу ядра урану, складає ~0,9 МеВ на нуклон або ~210 МеВ на один атом урану.

За повного поділу всіх ядер, що містяться в 1 г урану, виділяється така ж енергія, як за згоряння 3 т вугілля або 2,5 т нафти.

Для здійснення ланцюгової реакції необхідно, щоб *коефіцієнт розмноження нейтронів* був більший за одиницю, тобто, щоб число нейтронів у кожному наступному поколінні було більшим, ніж у попередньому.

У чистому урані $^{235}_{92}U$ реакція поділу, розпочавшись, вже не буде згасати за умови, що його кількість перевищує *критичну масу*. У малих об′ємах речовини реакція поділу обривається через виліт значного числа вторинних нейтронів назовні. Для урану $^{235}_{92}U$ критична маса становить ~50 кг.

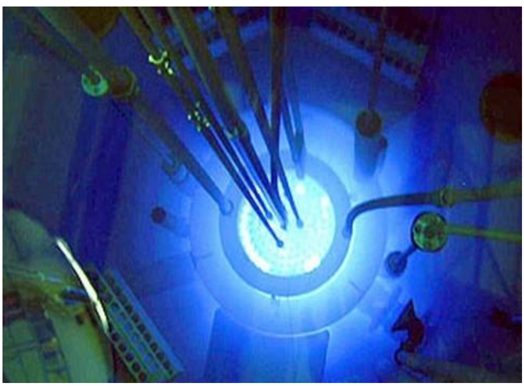
Ядерні реактори

Ядерні реактори - це установки, в яких керована за швидкістю перебігу ланцюгова реакція поділу атомних ядер використовується для отримання енергії.

В якості ядерного палива, крім природного ізотопу урану-235 ($^{235}_{92}U$), використовують також два штучні ізотопи: плутоній-239 ($^{239}_{94}Pu$), який отримують з урану-238 ($^{238}_{92}U$), і уран-233 ($^{233}_{92}U$), який отримують із торію-232 ($^{232}_{90}Th$).

Основними функціональними частинами ядерного реактора є: активна зона, оточуючий активну зону відбивач нейтронів, система теплообміну, система регулювання ланцюгової реакції, система радіаційного захисту, система дистанційного керування.

В *активній зоні* міститься ядерне паливо і здійснюється ланцюгова ядерна реакція. Для її регулювання в активну зону реактора заглиблюються регулюючі стрижні (*сповільнювачі*), які містять матеріал, що поглинає нейтрони (C, Be, B, Cd).



Зменшують швидкість нейтронів до значення, за якого ланцюгова реакція є самопідтримною.

Тепло, що виділяється в ядерній реакції, поглинається циркулюючим у системі *теплоносієм* і переміщується в паровий котел, де під впливом цього тепла утворюється пара. Пара приводить у рух турбіну, за рахунок чого теплова енергія перетворюється в електричну.

У *швидких реакторах* сповільнювачі не застосовуються, а поділ атомного ядра ініціюється швидкими нейтронами. В активній зоні такого реактора дуже висока температура, і в якості теплоносія використовується рідкий метал (зазвичай рідкий натрій). Зайві нейтрони, отримані в процесі поділу ядер урану-235, у такому реакторі (брідері) не поглинаються регулюючими стрижнями, а використовуються для бомбардування атомів менш активного урану-238, який при цьому перетворюється в ізотоп плутоній-239, який теж є ядерним паливом.

Основна характеристика ядерного реактора - його потужність. Найпотужніша атомна електростанція у світі побудована в Японії (Касівадзакі-Карівa) з встановленою потужністю 8,212 ГВт. Атомна енергетика відіграє значну роль в енергетичних системах багатьох країн, хоча пов'язана з певними екологічними ризиками.

7.6.5. Термоядерні реакції

Термоядерні реакції - реакції злиття (синтезу) легких ядер, що протікають за надвисоких температур.

Для злиття легкі ядра повинні наблизитися на відстані, які дорівнюють радіусу дії ядерних сил притягання ($\sim 2\cdot10^{-15}$ м). Поза зоною дії цих сил позитивно заряджені ядра зазнають електростатичного відштовхування. Подолати потенціальний бар'єр можуть лише ядра, що рухаються назустріч одне одному з величезними швидкостями - або спеціально прискорені, або ті, що перебувають у складі надзвичайно нагрітих середовищ. Розрахунки необхідної температури *T* середовища призводять до величин $\sim 10^8$-10^9 К. За таких температур речовина знаходиться у повністю іонізованому стані - являє собою плазму.

Термоядерні реакції синтезу зазвичай йдуть з виділенням енергії, оскільки нуклони в більш важкому ядрі, що утворюється, пов'язані сильніше, ніж у вихідних ядрах.

Енергія, яка виділяється за термоядерних реакцій, в розрахунку на один нуклон у кілька разів перевищує енергію, що виділяється в ланцюгових реакціях поділу ядер.

Так, в реакції злиття ядер дейтерію і тритію виділяється 3,5 МеВ/нуклон:

$$^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{1}_{0}n + 17{,}6\ \text{МеВ}.$$

Це одна з найбільш перспективних термоядерних реакцій.

В даний час продовжуються роботи зі створення термоядерного реактора з метою одержання ядерної енергії в промислових масштабах. Здійснення керованих термоядерних реакцій дасть людству практично невичерпне джерело енергії. Однак отримання надвисоких температур і утримання плазми, нагрітої до мільярда градусів, являє собою складну науково-технічну задачу.

Енергію, що виділяється за реакцій поділу важких ядер, називають *атомною*, а за реакцій злиття легких ядер - *термоядерною*.

Ядерна енергія зірок

Єдине відоме джерело енергії, достатнє, щоб підтримувати випромінювання зірок протягом мільярдів років їх існування - ядерні реакції.

Як показують астрофізичні дані, у надрах зірок панують температури, вимірювані мільйонами й десятками мільйонів градусів За таких температур речовина являє собою плазму - газ із електронів і атомних ядер зі швидкостями хаотичного руху достатніми для ядерного синтезу. Енергія, що вивільняється в ядерних реакціях, компенсує витрати енергії на світлове випромінювання, і зірки не остигають (у ряді випадків навіть нагріваються). Таким чином, ядерні реакції, розпочавшись, забезпечують умови для свого продовження (високу температуру середовища) і тривають доти, поки існує достатня кількість здатних реагувати ядер.

Температура у центрі Сонця становить 13-16 млн. К. Термоядерні реакції на Сонці протікають у формі циклів, у яких виділення енергії відбувається за рахунок перетворення ядер гідрогену в ядра гелію. За синтезу одного ядра гелію виділяється ~26,7 МеВ. Енергії, що вивільняється за синтезу 1 г ядер He, достатньо для компенсації випромінювання Сонця протягом години. Витрати ядер гідрогену Сонцем за сто років складають усього лише близько однієї мільярдної частки маси зірки.

Гідроген є основною складовою зоряної речовини.

ОСНОВИ ФІЗИКИ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ЧАСТИНОК

7.7. Розвиток уявлень про елементарні частинки

Елементарні частинки в точному значенні цього терміна - первинні, неподільні часточки, з яких складається вся матерія. З розвитком знань щодо будови матерії поняття «елементарна частинка» трансформувалося. На рубежі XIX-XX ст. найменшою часткою речовини, тобто елементарною, вважали атом (грецькою atomos - неподільний). Надалі з'ясувалося, що атом має внутрішню структуру - складається з ядра та електронів.

У мікросвіті можна виділити три рівні, які відрізняються характерними відстанями r і енергіями E:

- *молекулярно-атомний рівень*,
  $r \sim 10^{-8} \div 10^{-10}$ м, $E \sim 1 \div 10$ еВ;
- *ядерний рівень*,
  $r \sim 10^{-14} \div 10^{-15}$ м, $E \sim 10^{6} \div 10^{8}$ еВ;
- *суб'ядерний рівень*,
  $r < 10^{-15}$ м, $E > 10^{8}$ еВ.

Частинкам, які зараз називають елементарними, відповідає суб'ядерний рівень, але і ці частинки можуть мати структуру.

Першу елементарну частинку - *електрон* - відкрив у 1897 р. Дж.Томсон. На початку XX ст. М. Планк і А. Ейнштейн ввели поняття про світловий квант - *фотон*. У 1919 р. Е. Резерфорд виявив частинку, яка входить до складу атомних ядер, - *протон*. У 1932 р. Дж. Чедвік відкрив ще одну складову частинку ядра - *нейтрон*. Здавалося цих трьох частинок - протона, нейтрона і електрона - достатньо, щоб описати навколишній світ. Однак дослідження космічних променів і експерименти на прискорювачах призвели до відкриття нових елементарних частинок: *резонансів*, *дивних частинок*. З відкриттям *позитрона* (1932 р.), *антипротона* (1955 р.) і *антинейтрона* (1956 р.) виявилось, що кожна частинка має двійника - античастинку.

На даний час вже відомо ~ 400 елементарних частинок і їх кількість продовжує збільшуватися.

7.8. Характеристики елементарних частинок

Елементарні частинки характеризуються, крім електричного заряду, маси, спіну, магнітного момента, часу життя, такими величинами як *ізотопічний спін*, *дивність*, *парність*, *лептонний* і *баріонний заряди* тощо.

Згідно загальних підходів квантової теорії будь-яку частинку можна характеризувати набором квантових чисел, що визначають відповідні фізичні величини.

Електричний заряд q елементарних частинок визначається в елементарних одиницях заряду ($e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл), і набуває значень 0, ±1.

Масу частинок прийнято подавати для стану спокою в атомних одиницях маси та в одиницях енергії (mc^2).

$$1 \text{ а.о.м.} = 1{,}66\cdot10^{-27} \text{ кг} = 931{,}5 \text{ МеВ}.$$

Час життя частинок обіймає дуже широкий діапазон. Так, час життя резонансів становить $\sim10^{-23}$-10^{-24}с, протона - ~1030 р., електрона - > 1020 р., нейтрона - ~1000 с.

Магнітний момент частинок визначається у ядерних магнетонах $\mu_я$ (іноді в магнетонах Бора $\mu_Б$).

$$\mu_я = e\hbar/2m_p = 5{,}0508\cdot10^{-27} \text{ А}\cdot\text{м}^2 .$$

$$\mu_Б = e\hbar/2m_e \approx 1836\,\mu_я .$$

Спін частинок може бути цілим або півцілим кратним величині $\hbar$. Так, спін π-мезона дорівнює 0. Спінове квантове число протона, нейтрона, електрона - 1/2, фотона - 1.

Ізотопічний спін (*ізоспін*) введений за аналогією із звичайним спіном для того, щоб відрізнити два стани нуклона - протон і нейтрон - у сильних взаємодіях. Ізоспіни протона і нейтрона однакові за абсолютним значенням, але різняться значення їх проекцій.

Лептонний заряд L відмінний від нуля лише для легких лептонів, а ***баріонний заряд*** B - лише для баріонів.

Крім баріонного і лептонного зарядів елементарні частинки можуть мати ще три квантових числа: *дивність* S, *чарівність* c , *красу* b.

Дивність S була запропонована для опису незвичних властивостей частинок, що народжувалися тільки парами внаслідок сильних взаємодій за час $\sim10^{-23}$с, проте розпадались за час, характерний для слабкої взаємодії $\sim10^{-8}$-10^{-10}с. Дивність зберігається за сильних та електромагнітних взаємодій. Для частинок, що беруть участь у сильних взаємодіях, $S = \pm 1, \pm 2, \pm 3$, в усіх інших випадках $S = 0$.

Парність є специфічною, суто квантово-механічною характеристикою мікрочастинок. Якщо при зміні всіх координат на протилежні (за дзеркального відображення або просторової інверсії), хвильова функція Ψ частинки не змінюється, то її парність додатна і дорівнює +1; якщо хвильова функція змінює знак на протилежний - парність частинки від'ємна і дорівнює -1. Згідно квантової механіки парність системи частинок за будь-яких процесів повинна залишатися незмінною. Проте у 1956 р. виявили порушення парності у слабкій взаємодії. На даний час встановлено, що збереження парності властиве комбінованій просторово-часовій інверсії.

Квантові числа елементарних частинок поділяються на точні, які відповідають фізичними величинами, що зберігаються у всіх процесах, і неточні, для яких відповідні фізичні величини в певних процесах змінюються. Точними квантовими числами є: електричний заряд q, лептонний заряд L, баріонний заряд B, спін. Дивність S, чарівність c, краса b - неточні квантові числа; вони зберігаються у сильних та електромагнітних взаємодіях, але змінюються за слабких взаємодій.

7.9. Античастинки

Одним із проявів симетрії в природі є існування античастинок. Кожній елементарній частинці відповідає античастинка, яка має таку ж масу й спін, як і частинка, але відрізняється знаком електричного заряду та/або інших характеристик. Електрично нейтральні частинки і античастинки різняться протилежною орієнтацією механічних та магнітних моментів. Серед частинок є й такі, які тотожні своїм античастинкам, наприклад, фотони, π^0 -мезони, K_2^0- і K_1^0-мезони. Частинки, тотожні своїм античастинкам, називають *справжньо нейтральними*.

Античастинкою електрона є позитрон, який народжується завжди разом з електроном у результаті взаємодії γ-фотона високої енергії з важким ядром. Античастинка протона - електрично негативно заряджений антипротон. Антинейтрон, як і нейтрон, електрично нейтральний і відрізняється від нейтрона лише протилежним напрямком магнітного моменту.

Сучасні дослідження античастинок здійснюють у коллайдерах - прискорювачах на зустрічних пучках. Завдяки таким експериментам вдалося отримати атом антигідрогену і утримати його протягом 0,17 с (СЕРН, Женева), а також ізотоп антигелію (коллайдер RHIC, Брукхейвен). Це дає підстави вважати за можливе існування в галактичних системах антиречовини.

Отже, елементарні частинки існують у двох видах - частинок і античастинок. Їхньою характерною властивістю є здатність утворюватися і анігілювати парами. Суть явища анігіляції полягає в тому, що внаслідок взаємодії частинки з античастинкою відбувається їх перетворення на інші частинки або кванти поля з виділенням відповідної енергії. Виняток становлять лише дійсно нейтральні частинки.

7.10. Класифікація елементарних частинок

Елементарні частинки класифікують, головним чином, за двома основними ознаками: 1) за здатністю до різних видів взаємодії, 2) за масою.

7.10.1. Види взаємодій. Классифікація частинок за видами взаємодій

На даний час відомо 4 види фундаментальних взаємодій: *гравітаційна*, *електромагнітна*, *сильна* (*ядерна*), *слабка*.

Сильна взаємодія викликає процеси, що протікають з найбільшою інтенсивністю, вона призводить до найміцнішого зв'язку між елементарними частинками. Саме сильна взаємодія обумовлює зв'язок протонів і нейтронів в ядрах атомів і забезпечує стійкість ядер.

Сильна взаємодія здійснюється шляхом обміну між взаємодіючими частинками квантами сильного поля - глюонами.

Порівняльна константа взаємодії приймається рівною 1; радіус дії має порядок розміру ядра ~10^{-15} м; характерний час життя частинок-носіїв взаємодії ~10^{-23} с.

Електромагнітна взаємодія можлива тільки між електрично зарядженими об'єктами. Саме ця взаємодія обумовлює зв'язок електронів з ядром у атомі й атомів у молекулі. Електромагнітна взаємодія помітно слабкіше від сильної.

Електромагнітна взаємодія відбувається шляхом обміну між взаємодіючими об'єктами квантами електромагнітного поля - фотонами.

Константа, що визначає інтенсивність електромагнітної взаємодії, дорівнює 1/137; радіус взаємодії необмежений; час взаємодії ~10^{-20} – 10^{-21}с.

Слабка взаємодія викликає процеси, що протікають за участю елементарних частинок дуже повільно. Прикладом процесу, обумовленого слабкою взаємодією, є β-розпад. Однією з частинок, здатних тільки до слабкої взаємодії, є нейтрино.

Квантами слабкого поля і, відповідно, носіями слабких взаємодій є W^{+}-, W^{-}- і Z^{0}-бозони.

Порівняльна константа слабких взаємодій дорівнює 10^{-14}; радіус дії становить ~10^{-18} м; час взаємодії ~10^{-9} -10^{-10} с.

Гравітаційна взаємодія є універсальною, вона має місце між будь-якими матеріальними об'єктами. Серед типів фундаментальних взаємодій гравітаційна - найслабкіша.

Особливість цих взаємодій полягає у тому, що вони носять характер виключно притягання, і від них не можна екрануватися. Гравітаційні взаємодії є домінуючими у світі астрономічних макротіл, а у мікросвіті ними нехтують.

Гравітаційні взаємодії здійснюються за посередництва квантів гравітаційного поля - гравітонів, які через малість їх імпульсу ще експериментально не виявлені.

Порівняльна константа гравітаційної взаємодії ~$2\cdot10^{-39}$; радіус дії необмежений; час реалізації взаємодії ~10^{8} років.

Відносна інтенсивність взаємодій:

сильна	~ 1,
електромагнітна	~ 10^{-3} - 10^{-2},
слабка	~ 10^{-14}- 10^{-10},
гравітаційна	~ 10^{-40}- 10^{-38}.

Згідно до наведеної класифікації взаємодій, у природі виділяють дві групи частинок: ***адрони***, які беруть участь в усіх фундаментальних взаємодіях, і ***лептони***, які не беруть участі тільки в сильній взаємодії.

7.10.2. Класифікація частинок за масою

Усі відомі на цей час елементарні частинки за масами поділяються на 4 групи: *фотони*, легкі частинки - *лептони*, частинки з проміжною масою - *мезони* і важкі частинки - *баріони*.

частинка			**позначення**	**маса, МеВ**	**спін**	**ізотопічний спін**	**дивність**	**заряд**			**Середній час життя, с**
								електричний	**баріонний**	**лептонний**	
фотон		фотон, γ-квант	γ	0	1	0	0	0	0	0	стабільний
лептони		електронне нейтрино	ν_e, $\bar{\nu}_e$	0	1/2			0	0	±1	стаб.
		мюонне нейтрино	ν_μ, $\bar{\nu}_\mu$	0	1/2	0	0	0	0	±1	стаб.
		τ-нейтрино	ν_τ, $\bar{\nu}_\tau$	0	1/2			0	0	±1	стаб.
		електрон, позитрон	e^- , e^+	0,511	1/2	0	0	±1	0	±1	стаб.
		мюон	μ^- , μ^+	106	1/2			±1	0	±1	$2{,}2\cdot10^{-6}$
		τ-лептон	τ^- , τ^+	1807	1/2			±1	0	±1	$2{,}9\cdot10^{-13}$
адрони	**мезони**	π-мезон	π^+, π^- π^0	139,6 135	0 0			±1 0	0 0	0 0	$2{,}5\cdot10^{-8}$ $\div2\cdot10^{-16}$
		К-мезон	K^+, K^- K^0, $\bar{K}$	493,8 498,0	0 0	1/2 1/2	+1 -1	±1 0	0 0	0 0	$1{,}2\cdot10^{-8}$
		η- мезони	η	548,8	0	0	0	0	0	0	$2{,}4\cdot10^{-19}$
	баріони	протон	p, $\bar{p}$	938,2	1/2	1/2	0	±1	±1	0	стаб.
		нейтрон	n, $\bar{n}$	939,5	1/2	1/2	0	0	±1	0	10^3

		гіперони		1115 ÷ 5620	1/2, 3/2	0, 1/2, 3/2	0, -1, -2, -3	0, ±1	±1	0	$0{,}8 \cdot 10^{-20}$ ÷ $7{,}4 \cdot 10^{-10}$

Фотони. Маса спокою фотонів дорівнює нулю. Це істинно нейтральні частинки, оскільки збігаються зі своїми античастинками.

Лептони. До лептонів належать електрони, мюони, таони, три види нейтрино (електронне, мюонне, таонне) та їхні античастинки. Об'єднує ці частинка характер їх взаємодії з ядрами - слабка взаємодія.

Належність частинки до групи лептонів проявляється в наявності особливого лептонного заряду: для лептонів-частинок він вважається рівним +1, для лептонів-античастинок він дорівнює -1. Для всіх інших частинок лептонний заряд дорівнює нулю. За всіх можливих перетворень частинок обов'язково виконується закон збереження лептонного заряду.

Мезони. У групу мезонів входять піони (π-мезони), і каони (K-мезони).

Баріони. У групу входять нуклони і різні гіперони, тобто надважкі частинки, маси спокою яких більші за масу нуклонів у ~ 1,5-2 рази. Баріони характеризуються баріонним зарядом. Баріонний заряд баріонів-частинок і баріонів-античастинок становить відповідно +1 та -1. Для всіх частинок інших груп баріонний заряд дорівнює нулю. В різних перетвореннях виконується закон збереження баріонного заряду.

Формально можна виділити ще одну групу частинок - резонансів, які відрізняються значно меншим часом життя. Деякі з них мають бути віднесені до класу мезонів, інші - до класу гіперонів. Більшість резонансів можна розглядати як збуджені стани стабільних частинок, хоча маса резонансів більша за рахунок енергії збудження, ніж у їхніх стабільних аналогів.

7.11. Кварки

Число винайдених елементарних частинок постійно збільшується, головним чином, за рахунок розширення групи адронів. Створення і вдосконалення системи їх класифікації весь час супроводжувалося пошуками більш фундаментальних (первинних) частинок, з яких складаються всі інші. Гіпотеза про існування *кварків* - базисних цеглинок для групи адронів - була висловлена незалежно один від одного Дж. Цвейгом і Гелл-Манном (1964 р.).

Відповідно до розробленої теорії, існують 6 різновидів кварків, які прийнято називати *ароматами*. Найпоширеніші з них - *верхній* або *протонний* ***u*** (від англ. up) і *нижній* або *нейтронний* ***d*** (від англ. down); саме з цих кварків складаються протон (*uud*) і нейтрон (*udd*). Наступний дублет включає *дивний* ***s*** (strange) і *чарівний* ***c*** (charmed) кварки. Третій дублет складається з *красивого* ***b*** (beauty) й *істинного* ***t*** (truth) кварків. На даний час вже відкриті елементарні частинки, що містять всі шість різновидів кварків. Частинки, що містять у складі ***s***-кварк, називають дивними, ***c***-кварк - чарівними і т.і.

За масою ***d***, ***u***, ***s*** кварки відносять до легких, а ***c***, ***b*** і ***t*** - до важких.

Кожен з шести кварків може приймати три значення квантового числа, називаного *кольором* (колірним зарядом). Змішування трьох кольорів, а саме: *червоного*, *зеленого* і *синього*, подібно до того, як це має місце в оптиці, дає білий колір. Елементарні частинки бувають тільки «білими», тобто містять або пару кварк-антикварк, або білу комбінацію з трьох кольорів. Тут слід зазначити, що назви квантових чисел умовні, їх історично застосовують для позначення певних властивостей кварків.

Кварки беруть участь у кожному з чотирьох типів фундаментальних взаємодій. Властивості сильної взаємодії не дозволяють кварку вилетіти за межі адрона. Це явище називають ***конфайнментом***. Внаслідок конфайнменту у природі відсутні вільні кварки.

За сучасними уявленнями кварки безструктурні. Разом з шістьма лептонами вони вважаються на сьогодні фундаментальними (істинно елементарними) частинками речовини.

Кварки

Тип кварка (антикварка)	**Електричний заряд**	**Баріонний заряд**	**спін**	**дивність**	**Зачарованість**	**колір**
***u* (*u*□)**	±2/3	±1/3	1/2	0	0	ч, з, с (ач, аз, ас)
***d* (*d*□)**	∓1/3	±1/3	1/2	0	0	ч, з, с (ач, аз, ас)
***s* (*s*□)**	∓1/3	±1/3	1/2	∓1	0	ч, з, с (ач, аз, ас)

***c* (*c*□)**	±2/3	±1/3	1/2	0	±1	ч, з, с (ач, аз, ас)
***b* (*b*□)**	∓1/3	±1/3	1/2	0	0	ч, з, с (ач, аз, ас)
***t* (*t*□)**	±2/3	±1/3	1/2	0	0	ч, з, с (ач, аз, ас)

У таблиці верхній знак, що передує числу, відповідає кварку, нижній - антикварку; ч, з, с - червоний, зелений, синій; ач, аз, ас - античервоний, антизелений, антисиній.

П І С Л Я М О В А

Закони, що розглянуті в цій книзі, описують різноманітні явища навколишнього світу. Деякі з них притаманні мікрочастинкам, деякі наочно проявляються лише в космічних масштабах. Фізика - це наука, яка гармонійно поєднує всі природні явища - від мікросвіту до Всесвіту. Розвиток фізичної науки останніх десятиріч показав, що явища в космології та у фізиці елементарних частинок тісно пов’язані. На сьогоднішній день наукова спільнота вважає найбільш прийнятною моделлю розвитку Всесвіту теорію Великого Вибуху. Згідно цієї теорії Всесвіт почав розширюватися з початкового стану, який називають космологічною сингулярністю, після вибуху приблизно 14 млрд. років тому. За теорією, саме в цей момент виникли час і простір як форми існування матерії, а потім, поетапно, починаючи з фотонів, кварків та глюонів, і всі інші елементарні частинки. З часом вони об’єдналися в ядра, а пізніше - в іони, атоми та молекули. В результаті подальшої еволюції утворилися зірки та планети, в тому числі і та, на якій ми живемо.

Космологічна сингулярність випливає із загальної теорії відносності і характеризується нескінченною густиною та нескінченною температурою. Еволюція Всесвіту здійснювалася згідно законів фізики, але далеко не всі етапи цього розвитку зрозумілі сучасним вченим.

Передбачається, що подальший розвиток може здійснюватися кількома шляхами в залежності від середньої густини речовини у Всесвіті. І тут космологічні проблеми знову перетинаються з питаннями щодо властивостей елементарних частинок.

Характеризуючи сучасну фізику в цілому, можна сказати, що вона справляє враження достатньо гармонійної теорії. Але історія має непоодинокі приклади, коли відповідь на здавалось невелике питання кардинально змінювала уявлення про навколишній світ. І таких питань ще багато. Сподіваємося, що наш посібник підштовхне когось із читачів до їх вирішення.

Додатки

1. Основні фізичні константи

Атомна одиниця маси	1 а.о.м. = $(1{,}6605402 \pm 0{,}0000010)\cdot 10^{-27}$ кг
Гравітаційна стала	$G = (6{,}67259 \pm 0{,}00085)\cdot 10^{-11}$ Н·м^2/кг^2
Нормальне прискорення вільного падіння	$g = 9{,}81$ м/с^2
Елементарний заряд	$e = (1{,}60217733 \pm 0{,}00000049)\cdot 10^{-19}$ Кл
Електрична стала (діелектрична проникність вакууму)	$\varepsilon_0 = 8{,}854187817\cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнітна стала (магнітна проникність вакууму)	$\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7} = 1{,}2566370614\cdot 10^{-8}$ Гн/м
Магнетон Бора	$\mu_Б = (9{,}2740154 \pm 0{,}0000031)\cdot 10^{-24}$ А·м^2
Маса спокою електрона	$m_e = (9{,}1093897 \pm 0{,}0000054)\cdot 10^{-31}$ кг
Маса спокою протона	$m_p = (1{,}672623 \pm 0{,}0000010)\cdot 10^{-27}$ кг
Маса спокою нейтрона	$m_n = (1{,}6749286 \pm 0{,}0000010)\cdot 10^{-27}$ кг
Молярний об'єм ідеального газу за нормальних умов ($T = 273{,}15$ К, $P = 101325$ Па)	$V_\mu = (22{,}41410 \pm 0{,}00019)\cdot 10^{-3}$ м^3/моль
Стала Больцмана	$k = R/N_A = (1{,}380658 \pm 0{,}000012)\cdot 10^{-23}$ Дж/К
Стала Віна	$b = (2{,}897756 \pm 0{,}000024)\cdot 10^{-3}$ м·К
Стала Планка	$h = (6{,}6260755 \pm 0{,}0000040)\cdot 10^{-34}$ Дж·с
	$\hbar = h/2\pi = 1{,}05457266 \pm 0{,}00000063)\cdot 10^{-34}$ Дж·с
Стала Рідберга	$R_\lambda = (1{,}097373153 \pm 0{,}000000001)\cdot 10^{7}$ м$^{-1}$
	$(R_\nu = 3{,}2898\cdot 10^{15}$ с$^{-1}$, $R_\omega = 2{,}0671\cdot 10^{16}$ с$^{-1})$
Стала Стефана-Больцмана	$\sigma = (5{,}6705 \pm 0{,}00019)\cdot 10^{8}$ Вт/(м^2·К^4)
Універсальна газова стала	$R = (8{,}314510 \pm 0{,}000070)$ Дж/(К·моль)
Число Авогадро	$N_A = (6{,}022136 \pm 0{,}0000036)\cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Швидкість світла в вакуумі	$c = 299792458$ м/с
Ядерний магнетон	$\mu_я = (5{,}0507866 \pm 0{,}0000017)\cdot 10^{-27}$ А·м^2

2. Астрономічні величини

3. Грецька абетка

Маса Сонця	$m_C = 1{,}989\cdot 10^{30}$ кг
Маса Землі	$m_З = 5{,}976\cdot 10^{24}$ кг
Маса Місяця	$m_M = 7{,}35\cdot 10^{22}$ кг
Радіус Сонця	$r_C = 6{,}9599\cdot 10^{8}$ м
Радіус Землі	
середній	$r_З = 6\ 371\ 030$ м
полярний	$r_З = 6\ 356\ 799$ м
екваторіальний	$r_З = 6\ 378\ 164$ м

Середня відстань від Землі до Сонця	$l_{З\text{-}С}$=1, 49597870·10^{11}м
Середня відстань між Землею та Місяцем	$l_{З\text{-}М}$=3, 84400·10^{8} м
Астрономічна одиниця	а.о.=1,49597870·10^{11}м
Світловий рік	св.рік = 9,46073·10^{15}м
Парсек	пс = 3,085678·10^{16} м

Α, α - альфа	Ν, ν - ню
Β, β - бета	Ξ, ξ - ксі
Γ, γ - гамма	Ο, ο - омікрон
Δ, δ - дельта	Π, π - пі
Ε, ε - епсілон	Ρ, ρ - ро
Ζ, ζ - дзета	Σ, σ - сігма
Η, η - ета	Τ, τ - тау
Θ, θ - тета	Υ, υ - іпсілон
Ι, ι - йота	Φ, φ - фі
Κ, κ - капа	Χ, χ - хі
Λ,λ - ламбда	Ψ, ψ - псі
Μ, μ - мю	Ω, ω - омега

4. Одиниці фізичних величин Міжнародної системи (СІ)

Величина	Символ	Позначення		Найменування	Розмір-ність
		українське	міжнародне		
Основні одиниці					
Довжина	l	м	m	метр	L
Маса	m	кг	kg	кілограм	M
Час	t	с	s	секунда	T
Сила електричного струму	I	А	A	ампер	I
Температура	T	К	K	кельвін	Θ
Кількість речовини	ν	моль	mol	моль	N
Сила світла	I_v	кд	cd	кандела	J
Додаткові одиниці					
Площинний кут	α, β, γ	рад	rad	радіан	-
Просторовий кут	Ω	ср	sr	стерадіан	-
Одиниці величин, що описують простір і час					
Площа	S	$м^2$	m^2	квадратний метр	L^2
Об'єм	V	$м^3$	m^3	кубічний метр	L^3
Частота обертання	n	$с^{-1}$	s^{-1}	секунда в мінус першому степені	T^{-1}
Частота періоди-ного процесу	ν	Гц	Hz	герц	T^{-1}
Швидкість	υ	м/с	m/s	метр за секунду	LT^{-1}
Прискорення	a	$м/с^2$	m/s^2	метр на секунду в квадраті	LT^{-2}
Кутова швидкість	ω	рад/с	rad/s	радіан за секунду	T^{-1}
Кутове прискорення	ε	$рад/с^2$	rad/s^2	радіан на секунду в квадраті	T^{-2}
Період	T	с	s	секунда	T
Довжина хвилі	λ	м	m	метр	L
Одиниці механічних величин					
Густина	ρ	$кг/м^3$	kg/m^3	кілограм на кубічний метр	$L^{-3}M$
Сила	F	Н	N	ньютон	LMT^{-2}
Тиск	P	Па	Pa	паскаль	$L^{-1}MT^{-2}$

Імпульс	p	кг·м/с	kg·m/s	кілограм-метр за секунду	LMT^{-1}
Момент інерції	J	кг·м^2	kg·m^2	кілограм-метр у квадраті	L^2M
Момент сили	M	Н·м	N·m	ньютон-метр	L^2MT^{-2}
Момент імпульсу	L	кг·м^2/с	kg·m^2/s	кілограм- квадратний метр за секунду	L^2MT^{-1}
Енергія	E	Дж	J	джоуль	L^2MT^{-2}
Робота	A	Дж	J	джоуль	L^2MT^{-2}
Потужність	P	Вт	W	ват	L^2MT^{-3}
Поверхневий натяг	σ	Н/м	N/m	ньютон на метр	MT^{-2}
Коефіцієнт динамічної в'язкості	η	Па·с	Pa·s	паскаль-секунда	$L^{-1}MT^{-1}$
Коефіцієнт кінематичної в'язкості	ν	м^2/с	m^2/s	квадратний метр на секунду	L^2T^{-1}
Величина	**Символ**	**Позначення**		**Найменування**	**Розмірність**
		українське	**міжнародне**		
Одиниці теплових величин					
Кількість теплоти	Q	Дж	J	джоуль	L^2MT^{-2}
Теплоємкість	C	Дж/К	J/K	джоуль на кельвін	$L^2MT^{-2}\Theta^{-1}$
Ентропія	S	Дж/К	J/k	джоуль на кельвін	$L^2MT^{-2}\Theta^{-1}$
Коефіцієнт теплопровідності	k	Вт/(м·К)	W/(m·K)	ват на метр-кельвін	$LMT^{-3}\,\Theta^{-1}$
Коефіцієнт дифузії	D	м^2/с	m^2/s	квадратний метр на секунду	L^2T^{-1}
Одиниці електричних та магнітних величин					
Електричний заряд	q	Кл	C	кулон	TI
Густина електричного струму	i	А/м^2	A/m^2	ампер на квадратний метр	$L^{-2}\,I$
Потенціал	φ	В	V	вольт	$L^2\,MT^{-3}\,I^{-1}$
Напруга	U	В	V	вольт	$L^2\,MT^{-3}\,I^{-1}$
Електрорушійна сила	$\mathscr{E}$	В	V	вольт	$L^2\,MT^{-3}\,I^{-1}$
Емність	C	Ф	F	фарад	$L^{-2}M^{-1}T^4T^2$
Індуктивність	L	Гн	H	генрі	$L^2\,MT^{-2}\,I^{-2}$
Опір	R	Ом	Ω	ом	$L^2\,MT^{-3}\,I^{-2}$
Питомий опір	ρ	Ом·м	Ω·m	ом-метр	$L^3\,MT^{-3}\,I^{-2}$
Провідність	G	См	S	сименс	$L^{-2}M^{-1}T^3I^2$
Питома провідність	σ	См/м	S/m	сименс на метр	$L^{-3}M^{-1}T^3\,I^2$
Напруженість електричного поля	E	В/м	V/m	вольт на метр	$LMT^{-3}\,I^{-1}$
Індукція електричного поля	D	Кл/м^2	C/m^2	кулон на квадратний метр	$L^{-2}\,TI$
Напруженість магнітного поля	H	А/м	A/m	ампер на метр	$L^{-1}\,I$
Індукція магнітного поля (магнітна індукція)	B	Т	T	тесла	$MT^{-2}\,I^{-1}$
Магнітний потік	Φ_B	Вб	Wb	вебер	$L^2\,MT^{-2}\,I^{-1}$
Поляризованість	$\mathcal{P}$	Кл/м^2	C/m^2	кулон на квадратний метр	$L^{-2}\,TI$
Намагніченість	J	А/м	A/m	ампер на метр	$L^{-1}\,I$

Електричний дипольний момент	p	Кл·м	C·m	кулон-метр	L TI
Магнітний момент	μ	А·м^2	A·m^2	ампер- квадратний метр	L^2 I
Густина енергії електромагнітного поля	w	Дж/м^3	J/ m^3	джоуль на кубічний метр	L^{-1}MT^{-2}
Одиниці величин випромінювань					
Енергетична світність	R_T	Вт/м^2	W/m^2	ват на квадратний метр	MT^{-3}
Випромінювальна здатність	r_T	Вт/м^3	W/m^3	ват на кубічний метр	MT^{-3}
Світловий потік	Φ_v	лм	lm	люмен	J
Освітленість	E_v	лк	lx	люкс	L^{-2} J
Яскравість	L_v	кд/м^2	cd/m^2	кандела на квадратний метр	L^{-2} J

Величина	**Символ**	**Позначення**		**Найменування**	**Розмірність**
		українське	**міжнародне**		
Активність ізотопа	A	Бк	Bq	бекерель	T^{-1}
Доза експозиційна	X	C/kg	Gy	кулон на кілограм	M^{-1}TI
Доза поглинена	D	Гр	Gy	грей	L^{2}T^{-2}
Доза еквівалентна	H	Зв	Sv	зиверт	L^{2}T^{-2}

5. Десяткові приставки

Множник	Приставка			Множник	Приставка		
	Назва	Позначення			Назва	Позначення	
		українське	міжнародне			українське	міжнародне
10^{18}	екса	Е	E	10^{-1}	деци	д	d
10^{15}	пета	П	p	10^{-2}	санти	с	c
10^{12}	тера	Т	T	10^{-3}	мілі	м	m
10^{9}	гіга	Г	G	10^{-6}	мікро	мк	μ
10^{6}	мега	М	M	10^{-9}	нано	н	n
10^{3}	кіло	к	k	10^{-12}	піко	п	p
10^{2}	гекто	г	h	10^{-15}	фемто	ф	f
10^{1}	дека	да	da	10^{-18}	атто	а	a

6. Вектори

Векторами називаються величини, які характеризуються числовим значенням і напрямком і які додаються за правилом паралелограма.

Числове значення вектора називається його ***модулем*** - $\left|\vec{a}\right|$.

Модуль вектора - скалярна величина, причому завжди додатна.

Вектор позначається буквою зі стрілкою над нею; модуль вектора позначається тією ж буквою зі стрілкою, з боків якої ставлять вертикальні риски. На малюнках вектор зображується у вигляді прямолінійних відрізків зі стрілкою на кінці, що вказує напрямок вектора. Довжина відрізка у встановленому масштабі дає модуль вектора.

Додавання й віднімання векторів

Вектори додаються за правилом паралелограма: $|\vec{a}|+|\vec{b}| \neq \underbrace{|\vec{a}+\vec{b}|}_{\vec{c}}$

Різницею векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ називається такий вектор $\vec{c}$, що у сумі з $\vec{b}$ дає $\vec{a}$

$$|\vec{a}|-|\vec{b}| \neq \underbrace{|\vec{a}-\vec{b}|}_{\vec{c}}$$

У випадку додавання більше двох векторів початок кожного наступного вектора сполучається з кінцем попереднього. У результаті виходить ламана лінія. Замикаюча цієї лінії, проведена з початку першого доданка в кінець останнього, дає результуючий вектор. Результуючий вектор не залежить від послідовності, у якій додаються задані вектори.

У випадку віднімання двох векторів різниця векторів називається збільшенням вектора. Збільшення позначається символом Δ (дельта). Модуль збільшення вектора не дорівнює збільшенню модуля вектора: $|\Delta\vec{a}| \neq \Delta|\vec{a}|$

Множення вектора на скаляр

Будь-який вектор можна представити у вигляді добутку: $\vec{a} = a\vec{e}_a$, де a - модуль вектора $\vec{a}$, $\vec{e}_a$ - вектор з модулем рівним одиниці, спрямований так само, як і вектор $\vec{a}$.

Вектор $\vec{e}_a$ називається одиничним вектором або *ортом* вектора $\vec{a}$. Орт можна зіставити не тільки векторам, але й напрямкам у просторі, наприклад, координатним осям: $\vec{e}_x$ - орт осі *x*, $\vec{e}_y$ - орт осі *y*, $\vec{e}_z$ - орт осі *z*.

Скалярний добуток векторів

Скалярним добутком двох векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ називається скалярна величина c, яка дорівнює добутку модулів векторів, що перемножуються, на косинус кута (*α*) між ними:

$$c = (\vec{a}, \vec{b}) = ab\cos\alpha$$

Векторний добуток векторів

Векторним добутком двох векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ називається вектор $\vec{c}$

$$\vec{c} = \left[\vec{a}, \vec{b}\right],$$

що має наступні властивості:

1) модуль вектора $\vec{c}$ дорівнює добутку модулів векторів, що перемножуються, на синус кута (*α*) між ними: $c = |\vec{c}| = ab\sin\alpha$;

2) вектор $\vec{c}$ перпендикулярний до площини, у якій лежать вектори $\vec{a}$ й $\vec{b}$, причому напрямок його пов'язаний з напрямками векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ за правилом правого гвинта.

Результат векторного множення двох векторів залежить від порядку співмножників. Зміна порядку співмножників викликає зміну напрямку результуючого вектора на протилежний:

$$\left[\vec{a}, \vec{b}\right] = -\left[\vec{b}, \vec{a}\right].$$

Векторний добуток двох полярних або двох аксіальних векторів є аксіальним вектором. Векторний добуток аксіального вектора на полярний або полярного вектора на аксіальний є полярним вектором.

$$\left[\vec{a}, \left[\vec{b}, \vec{a}\right]\right] = a^2\vec{b}.$$

Проекція вектора на вісь

Проекцією вектора $\vec{a}$ на вісь l називається величина:

$$a_l = a\cos\varphi,$$

a - модуль вектора $\vec{a}$, φ - кут між напрямком вектора й віссю l.

Кожний вектор можна представити у вигляді суми будь-якого числа доданків, називаних складовими вектора (складові вектора є векторами). Тобто кожний вектор можна виразити через його проекції на координатні осі й орти цих осей. Проекції на координатні осі називаються компонентами вектора (компоненти вектора - скаляри).

Вектори, які мають модуль і напрям, але не мають однозначної точки прикладання, називаються аксіальними (наприклад, аксіальними є вектор кутової швидкості, вектор момента імпульсу).

Елементи векторного аналізу

У векторному аналізі застосовують векторний диференціальний оператор, називаний оператором Гамильтона, який позначається символом ∇ (набла):

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z}\vec{e}_z.$$

Якщо оператор ∇ помножити на скаляр, результатом буде вектор:

$$\nabla a = \frac{\partial a}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial a}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial a}{\partial z}\vec{e}_z = \mathbf{grad}\, a.$$

Якщо оператор ∇ помножити скалярно на вектор $\vec{a}$, вийде скаляр:

$$\nabla\vec{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z} = \mathbf{div}\,\vec{a}.$$

Якщо оператор ∇ помножити векторно на вектор $\vec{a}$, вийде вектор:

$$[\nabla\vec{a}] = \left(\frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z}\right)\vec{e}_x + \left(\frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x}\right)\vec{e}_y + \left(\frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y}\right)\vec{e}_z = \mathbf{rot}\,\vec{a}.$$

Теорема Остроградського-Гаусса: $\oint_S (\vec{a}, d\vec{S}) = \int_V \mathbf{div}\,\vec{a}\; dV$.

Теорема Стокса: $\oint_l (\vec{a}, d\vec{l}) = \int_S \mathbf{rot}\,\vec{a}\; d\vec{S}$.

Список літератури

1. Прохоров А. М. Физическая энциклопедия : в 5 т. / А. М. Прохоров ; под. ред. А. М. Прохорова. – М. : Сов. энцикл., 1988-1995.
2. Прохоров А. М. Физический энциклопедический словарь / А. М. Прохоров ; под ред. А. М. Прохорова. – М. : Сов. энцикл., 1983. – 928 с.
3. Савельев И. В. Курс физики : в 3 т. / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1989.
4. Яворский Б. М. Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – М. : Наука, 1985. – 512 с.
5. Трофимова Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высш. шк., 2001. – 542 с.

6. Трофимова Т. И. Сборник задач по курсу физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высш. шк., 1991. – 303 с.
7. Савельев И. В. Сборник вопросов и задач по общей физике / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1982. – 272 с.
8. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – М. : Наука, 1969. – 464 с.
9. Чертов А. Г. Задачник по физике / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – М. : Высш. шк., 1981. – 496 с.
10. Гофман Ю. В. Законы, формулы, задачи по физике :[справочник] / Ю. В. Гофман. – К. : Наук. думка, 1977. – 576 с.
11. Коршак Е. В. Методика розв’язування задач з фізики : [практикум] / Е. В. Коршак, С. У. Гончаренко, Н. М. Коршак. – К. : Вища шк., 1976. - 240 с.
12. Величко О. М. Фізичні величини та їх одиниці : [довід. посіб.] / О. М. Величко, М. Я. Мухаровський. – К. : Основа, 2004. – 248 с.
13. Кузьмичев В.Е. Законы и формулы физики: :[справочник] / В. Е. Кузьмичев. – К. : Наук. думка, 1989. – 864 с.

Навчальне видання

ПОРКУЯН Ольга Вікторівна
ОВСІЄНКО Ольга Леонідівна

ФІЗИКА

ДЛЯ ЕКОЛОГІВ

Оригінал-макет О.В. Мельник

Підписано до друку 25.11.2010.
Формат 60x84 1/16. Папір типогр. Гарнітура Times.
Друк офсетний. Умов. друк. арк. 16.5. Обл. вид. арк. 18.4.
Тираж 200 прим. Вид. № 2642. Замов. № ______.
Ціна договірна

Видавництво
Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля
Свідоцтво про реєстрацію: серія ДК №1620 від 18.12.2003.

Адреса видавництва: 91034, м. Луганськ, кв. Молодіжний, 20а
Телефон: 8 (0642) 41-34-12. **Факс**: 8 (0642) 41-31-60
E-mail: uni@snu.ua. **http**://snu.edu.ua

Надруковано ПП «ВКП «Пєтіт»
93400, м. Сєвєродонецьк, Луганська обл., вул. Федоренко, 10