

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
СХІДНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
імені ВОЛОДИМИРА ДАЛЯ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до самостійної роботи з дисципліни «Опір матеріалів в будівництві»  
для здобувачів вищої освіти спеціальності G19 «Будівництво та цивільна інженерія»  
(Електронне видання)

ЗАТВЕРДЖЕНО

на засіданні кафедри  
будівництва, урбаністики та  
просторового планування

Протокол № 5 від 13.12.2025 р.

Київ, 2025 р.

УДК 539.3/6

Методичні вказівки до самостійної роботи з дисципліни «Опір матеріалів в будівництві» для здобувачів вищої освіти спеціальності G19 «Будівництво та цивільна інженерія» (Електронне видання) / Уклад.: К. В. Соколенко – Київ: вид-во СНУ ім. В. Даля, 2025. – 57 с.

Методичні вказівки призначені для допомоги при самостійному вивченні теоретичної частини, та виконанні розрахунково-графічних робіт з дисципліни «Опір матеріалів в будівництві». Метою курсу є розкриття понять та методів розрахунку елементів конструкцій будівель та споруд на міцність, жорсткість та стійкість, що працюють при різних механічних та фізичних впливах, розв'язання задач з визначення внутрішніх силових факторів, напружень і деформацій, що виникають у елементах конструкцій під дією зовнішніх навантажень. Вказівки призначені для використання студентами спеціальності G19 «Будівництво та цивільна інженерія» денної форми та заочної форми навчання, які навчаються за індивідуальними навчальними планами.

Рецензент:

О.А. Черних, доц., к.т.н.

Укладачі:

К. В. Соколенко, ст. викл., PhD

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1 Тематичний план .....	8
2 Розподіл навчального часу .....	11
3 Критерії оцінювання .....	11
4 Індивідуальні завдання .....	15
5 Загальні вказівки щодо виконання індивідуальних завдань.....	16
6 Контрольні питання з дисципліни .....	18
РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА .....	27
ДОДАТОК А.....	29
ДОДАТОК Б.....	33
ДОДАТОК В .....	40
ДОДАТОК Г.....	49
ДОДАТОК Д.....	56

## ВСТУП

Дисципліна «Опір матеріалів у будівництві» є необхідною складовою фахової підготовки для кваліфікованого виконання професійних обов'язків фахівців спеціальності G19 «Будівництво та цивільна інженерія» та її вивчення спрямоване на отримання знань, щодо основ проектування будівель і споруд різного призначення.

Метою курсу є розкриття понять та методів розрахунку елементів конструкцій будівель та споруд на міцність, жорсткість та стійкість, що працюють при різних механічних та фізичних впливах, розв'язання задач з визначення внутрішніх силових факторів, напружень і деформацій, що виникають у елементах конструкцій під дією зовнішніх навантажень, застосування набутих навичок у про-цесі навчання і майбутній професійній діяльності у галузі будівництва та цивільній інженерії.

У процесі навчання, під час лекцій та практичних занять, здобувачі опановують теоретичні і практичні навички аналізу напружено-деформованого стану елементів конструкції, опрацьовують базові методи розрахунку конструктивних елементів на міцність та жорсткість.

**Передумови для вивчення** – до початку вивчення дисципліни, студенти повинні мати знання із наступних дисциплін: інженерна графіка (основи креслення та проєкційне зображення; читання та виконання будівельних креслень; нанесення розмірів і умовних позначень; виконання аксонометричних та ізометричних проєкцій; оформлення технічної графічної документації), фізика (основи механіки: закони ньютонів та умови рівноваги; пружність і пластичність матеріалів; напруження та деформації у твердих тілах; момент сили та важільні механізми; сили тертя та нормальна реакція опор), вища математика (лінійна алгебра; векторна алгебра; функції та границі; диференціальне числення; інтегральне числення), теоретична механіка (основи статичної рівноваги твердого тіла; сили, їх рівнодійна та момент сил; реакції опор і зв'язків; рівновага систем сил, умови рівноваги).

**Метою** дисципліни є:

- набуття базових знань з механічних властивостей будівельних матеріалів та закономірностей їх деформування і руйнування під дією навантажень;
- формування навичок розрахунку внутрішніх сил, напружень і переміщень у будівельних конструкціях різного типу;
- оволодіння методами аналізу міцності, жорсткості та стійкості елементів конструкцій;
- підготовка до практичного застосування теоретичних знань для розрахунків елементів споруд у будівельній галузі;
- розвиток інженерного мислення та здатності самостійно вирішувати технічні задачі, що стосуються механіки матеріалів і конструкцій.

**Завдання** вивчення дисципліни:

- ознайомлення з основами механіки деформованого твердого тіла, зокрема з поняттями напружень, деформацій, внутрішніх зусиль і законами їх розподілу;
- формування практичних навичок аналізу роботи елементів конструкцій під дією різних видів навантажень;
- оволодіння методами розрахунку на міцність і жорсткість конструктивних елементів при розтязі, стиску, згині, зсуві та кручення;
- розвиток просторового уявлення, інженерного мислення та здатності до вирішення прикладних задач опору матеріалів у будівництві;
- забезпечення базової підготовки для професійної діяльності у сфері проектування та експлуатації будівельних конструкцій.

При вивченні дисципліни «Опір матеріалів у будівництві» відповідно до освітньої програми «Будівництво та цивільна інженерія» першого (бакалаврського) освітнього рівня вищої освіти повинні бути сформовані програмні компетентності та програмні результати навчання, а здобувачі повинні частково або повною мірою набути **компетентностей**:

**ІК (інтегральна компетентність)** – здатність розв’язувати складні спеціалізовані та практичні завдання і проблеми у сфері будівництва та цивільної інженерії, що характеризуються комплексністю, системністю, поєднанням теорії і практики, та передбачають застосування положень і методів опору матеріалів для аналізу, розрахунку й оцінки роботи конструкцій.

**Загальні компетентності:**

- ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
- ЗК02. Знання та розуміння предметної області та професійної діяльності.

**Спеціальні (фахові, предметні компетентності):**

- СК01. Здатність використовувати концептуальні наукові та практичні знання з математики, хімії та фізики для розв’язання складних практичних проблем в галузі будівництва та цивільної інженерії.
- СК04. Здатність обирати і використовувати відповідні обладнання, матеріали, інструменти та методи для проектування та реалізації технологічних процесів будівельного виробництва.

В результаті вивчення дисципліни «Опір матеріалів у будівництві» здобувач вищої освіти отримає наступні **програмні результати навчання**:

- РН01. Застосовувати основні теорії, методи та принципи математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук, сучасні моделі, методи та програмні засоби підтримки прийняття рішень для розв’язання складних задач будівництва та цивільної інженерії.

- РН02. Брати участь у дослідженнях та розробках у сфері архітектури та будівництва.
- РН04. Проектувати та реалізовувати технологічні процеси будівельного виробництва, використовуючи відповідне обладнання, матеріали, інструменти та методи.
- РН08. Раціонально застосовувати сучасні будівельні матеріали, вироби та конструкції на основі знань про їх технічні характеристики та технологію виготовлення.
- РН12. Мати поглиблені когнітивні та практичні уміння/навички, майстерність та інноваційність на рівні, необхідному для розв'язання складних спеціалізованих задач в галузі будівництва та цивільної інженерії (відповідно до спеціалізації).

За результатами вивчення дисципліни «Опір матеріалів у будівництві» здобувачі вищої освіти повинні набути:

**Знання:**

- основних понять опору матеріалів: напруження, деформація, внутрішні зусилля, умови міцності, жорсткості та стійкості;
- законів розподілу напружень і деформацій у стержнях при простих видах навантаження (розтяг/стиск, згин, кручення, зсув);
- методів статичного розрахунку простих елементів конструкцій;
- принципів побудови епюр внутрішніх зусиль;
- критеріїв міцності та стійкості матеріалів і конструкцій (максимально допустимі напруження, запас міцності).
- основних принципів вибору матеріалів і профілів перерізів для забезпечення заданих показників міцності та жорсткості.

Вміння застосовувати на **практиці**:

- аналізувати та формалізувати задачу з опору матеріалів: виконувати перехід від реального тіла до розрахункової схеми.
- будувати епюри поздовжньої сили, згинального моменту, поперечної сили і крутного моменту для стержнів різної геометрії і способу закріплення.
- виконувати розрахунок простих елементів (розтяг/стиск, згин, кручення, зсув) на міцність та жорсткість.
- розраховувати допустиме та граничне навантаження для конструкції;
- інтерпретувати результати обчислень у контексті проектування будівельних конструкцій.

**Навички:**

- проводити розрахунки на міцність, жорсткість і стійкість конструктивних елементів під дією різних видів навантажень (розтяг, стиск, згин, кручення, зсув).
- будувати епюри внутрішніх сил (поздовжньої сили, згинального та крутного моментів, поперечної сили) для стержневих елементів.
- аналізувати напружено-деформований стан матеріалів і конструкцій.
- застосовувати методи розрахунку для оцінки запасу міцності та стійкості конструкційних елементів
- інтерпретувати результати розрахунків для прийняття технічно обґрунтованих рішень при проектуванні будівельних конструкцій.
- самостійно знаходити та застосовувати методи розв'язання інженерних задач в галузі опору матеріалів.

Метою самостійної роботи студентів є вивчення теоретичної частини курсу – набуття теоретичних і практичних навичок аналізу напружено-деформованого стану елементів будівельних конструкцій, практичної частини курсу – вміння застосовувати методи опору матеріалів для розрахунку конструктивних елементів будівель та споруд на міцність, жорсткість та стійкість.

Дані методичні вказівки мають на меті допомогти здобувачам організувати свою роботу за наведеними в них рекомендаціями, використовуючи при цьому методичні навчальні видання, нормативну та довідкову літературу та інші джерела вказану в списку літератури.

## 1 ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН

Теоретичну складову дисципліни рекомендується вивчати за навчальною літературою наведеною в списку рекомендованої літератури. Наведений нижче в таблиці 1 перелік тем містить: короткий зміст питань для кожної теми які розглядаються у межах теоретичної та практичної частини курсу; питань, які виносяться на самостійне опрацювання; відповідні посилання на джерела в списку рекомендованої літератури.

Таблиця 1

### Перелік тем лекційних, практичних занять та самостійної роботи студента, їх короткий зміст із посиланнями на літературні джерела.

№ з/п	Вид заняття	Перелік тем теоретичної та практичної частини дисципліни та їх короткий зміст	Рекомендована література
ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ. ГЕОМЕТРИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОПЕРЕЧНИХ ПЕРЕРІЗІВ. РОЗТЯГ-СТИСК. СКЛАДНИЙ НАПРУЖЕНИЙ СТАН.			
Тема 1. <u>Основні поняття.</u>			
1	Лекції	<u>Стислий зміст.</u> Вступ. Розрахункова схема. Навантаження. Внутрішні сили. Напруження. Деформації і переміщення. Основні передумови та гіпотези опору матеріалів. Метод перерізів.	[1] – с. 6-17 [2] – с. 10-26 [4] – с. 9-16, 37-43
2	Самостійна робота	<u>Стислий зміст.</u> Класифікація тіл, що приймається в опорі матеріалів. Поняття про деформації. Сили та їх класифікація. Зовнішні і внутрішні сили. Умови рівноваги. Поняття про напруження. Типи напружень. Прості види деформацій.	[1] – с. 6-17 [2] – с. 10-26 [4] – с. 9-16
Тема 2. <u>Розтяг та стиск</u>			
3	Лекції	<u>Стислий зміст.</u> Поздовжня сила. Напруження в поперечних та похилих перерізах бруса. Поздовжні та поперечні деформації. Діаграми розтягу та стиску. Переміщення поперечних перерізів бруса. Робота сили при її статичній дії. Потенційна енергія деформації. Власна вага бруса. Допустимі напруження. Розрахунки на міцність. Статично визначені системи.	[1] – с. 18-37 [3] – с. 10-16 [4] – с. 83-96
4	Практичні заняття	Тема. <u>Розрахунок стержнів на стиск-розтяг.</u> <u>Стислий зміст.</u> Розрахунок стержнів на стиск-розтяг. Закон Гука. Стержневі системи, що працюють на розтяг-стиск. Визначення зусиль в стержнях. Підбір перерізу. Визначення переміщень.	[2] – с. 27-42 [4] – с. 115-129

№ з/п	Вид заняття	Перелік тем теоретичної та практичної частини дисципліни та їх короткий зміст	Рекомендована література
5	Самостійна робота	<u>Стислий зміст.</u> Діаграма розтягу-стиску для крихких та пластичних матеріалів. Порівнювальні характеристики пластичних та крихких матеріалів. Основні положення для вибору коефіцієнта запасу міцності та допустимих напружень. Статично невизначені системи. Температурні та монтажні напруження. Урахування власної ваги при розтягу-стиску. Виконання РГР №1.	[2] – с. 43-48 [4] – с. 88-112, 130-140 [5] – с. 7-32
<i>Тема 3. Геометричні характеристики поперечних перерізів</i>			
6	Лекції	<u>Стислий зміст.</u> Загальні відомості. Статичні моменти інерції перерізів. Моменти інерції перерізів. Обчислення моментів інерції перерізів простої форми. Зміна моментів інерції при паралельному переносі осей. Зміна моментів інерції при повороті осей. Головні моменти інерції. Обчислення моментів інерції складних перерізів.	[1] – с. 48-69 [3] – с. 17-28 [4] – с. 17-36
7	Практичні заняття	Тема. <u>Визначення геометричних характеристик перерізів.</u> <u>Стислий зміст.</u> Визначення геометричних характеристик простих фігур та прокатних профілів. Визначення центру ваги складеного перерізу. Визначення моментів інерції складеного перерізу. Визначення головних моментів інерції та моментів опору складеного перерізу. Побудова еліпса інерції.	[2] – с. 53-55 [5] – с. 49-72
8	Самостійна робота	<u>Стислий зміст.</u> Класифікація геометричних характеристик перерізів. Площа. Статичний момент площі відносно осі. Моменти інерції площ. Моменти опору. Радіус інерції. Перетворення моментів інерції при паралельному перенесенні та при повороті осей. Головні осі інерції. Головні моменти інерції. Еліпс інерції. Обчислення моментів інерції та опору для характерних перерізів. Визначення геометричних характеристик для прокатних профілів. Виконання РГР №2.	[1] – с. 48-69 [2] – с. 53-55 [3] – с. 17-28 [4] – с. 17-36 [5] – с. 49-72
<i>Тема 4. Основи теорії напруженого стану. Чистий зсув</i>			
9	Лекції	<u>Стислий зміст.</u> Види напруженого стану. Плоский напружений стан. Головні напруження та площадки. Екстремальні дотичні напруження. Поняття про просторовий напружений стан. Узагальнений закон Гука. Чистий зсув. Деформація при зсуві. Закон Гука при зсуві.	[1] – с. 94-120, 200-208 [4] – с. 152-179, 193-205
10	Практичні заняття	Тема. <u>Практичні розрахунки деяких найпростіших конструкцій, що працюють на зсув.</u> <u>Стислий зміст.</u> Зріз та зминання. Болтові та заклепкові з'єднання. Зварні з'єднання. З'єднання на врубках.	[2] – с. 69-79 [5] – с. 33-48
11	Самостійна робота	<u>Стислий зміст.</u> Дослідження плоского напруженого стану за допомогою кола Мора. Об'ємна деформація. Потенційна енергія деформації. Об'ємна деформація та потенційна енергія при чистому зсуві. Залежність між $E$ , $G$ , $\mu$ . Аналітичні виведення, пряма та обернена задачі. Теорії міцності. Теорія міцності Мора. Єдина теорія міцності.	[4] – с. 152-179, 180-192

№ з/п	Вид заняття	Перелік тем теоретичної та практичної частини дисципліни та їх короткий зміст	Рекомендована література
<b>ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 2.</b> <b>КРУЧЕННЯ. ЗГИН. СКЛАДНИЙ ОПІР. СТІЙКІСТЬ СТИСНУТИХ СТЕРЖНІВ</b>			
<i>Тема 5. Кручення.</i>			
12	Лекції	<u>Стислий зміст.</u> Основні поняття. Крутний момент. Кручення прямого бруса круглого поперечного перерізу. Розрахунок бруса круглого поперечного перерізу на міцність та жорсткість при крученні. Брус прямокутного перерізу.	[1] – с. 209-219 [3] – с. 29-35 [4] – с. 206-212
13	Практичні заняття	Тема. <u>Розрахунок вала на міцність і жорсткість.</u> <u>Стислий зміст.</u> Кручення стержнів круглого поперечних перерізів. Визначення дотичних напружень та кутів повороту перерізу.	[2] – с. 58-68 [5] – с. 73-102
14	Самостійна робота	<u>Стислий зміст.</u> Головні напруження та потенціальна енергія деформації при крученні бруса круглого поперечного перерізу. Тонкостінні стержні відкритого профілю. Статично невизначені задачі при крученні	[4] – с. 212-236
<i>Тема 6. Прямий згин</i>			
15	Лекції	<u>Стислий зміст.</u> Загальні поняття. Внутрішні зусилля. Опори та опорні реакції. Диференціальні залежності між згинаючим моментом, поперечною силою та інтенсивністю розподіленого навантаження. Епюри внутрішніх зусиль. Прямий чистий згин. Поперечний згин. Головні напруження при прямому поперечному згині. Розрахунки на міцність при згині. Визначення переміщень в балках методом безпосереднього інтегрування. Виконання РГР №3.	[1] – с. 70-93, 121-152 [3] – с. 36-47 [4] – с. 237-275 [5] – с.
16	Практичні заняття	Тема. <u>Згин прямих брусів.</u> <u>Стислий зміст.</u> Розрахунок на міцність та жорсткість при згинанні статично визначуваних балок. Повний розрахунок прокатної балки. Визначення переміщень. Визначення нормальних та дотичних напружень при плоскому згині.	[2] – с. 80-126 [5] – с. 103-126
17	Самостійна робота	<u>Стислий зміст.</u> Балки постійного поперечного перерізу з пластичних та крихких матеріалів. Балки змінного поперечного перерізу. Поняття про центр згину. Поняття про розрахунок складених балок. Визначення переміщень в балках методом початкових параметрів. Розрахунок статично невизначених балок.	[4] – с. 276-304, 305-324
<i>Тема 7. Складний опір</i>			
18	Лекції	<u>Стислий зміст.</u> Косий згин. Визначення напружень при косому згині. Умова міцності. Визначення переміщень при косому згині. Позацентровий розтяг та стиск брусів великої жорсткості. Напруження при позацентровому розтягу-стиску. Розрахунок на міцність. Ядро перерізу.	[3] – с. 48-55 [4] – с. 325-338

№ з/п	Вид заняття	Перелік тем теоретичної та практичної частини дисципліни та їх короткий зміст	Рекомендована література
19	Практичні заняття	Тема. <u>Складний опір при розрахунку брусів.</u> <u>Стислий зміст.</u> Розрахунок балок при згині в двох площинах. Розрахунок стержнів на позacentровий стиск-розтяг.	[2] – с. 144-156 [5] – с. 157-198
20	Самостійна робота	<u>Стислий зміст.</u> Згин з крученням брусів круглого перерізу. Загальний випадок дії сил на брус круглого перерізу. Виконання РГР №4.	[2] – с. 159-165 [4] – с. 338-353 [5] – с. 157-198
<b>Тема 8. <u>Стійкість стиснутих стержнів</u></b>			
21	Лекції	<u>Стислий зміст.</u> Поняття про стійкість рівноваги пружних систем. Поздовжній згин. Критична сила. Формули Ейлера та Ясинського для визначення критичної сили. Вплив умов закріплення стержня на величину критичної сили. Розрахунок на стійкість за допомогою коефіцієнтів зменшення допустимого напруження.	[1] – с. 220-232 [4] – с. 492-506
22	Практичні заняття	Тема. <u>Розрахунок стиснутих стержнів на стійкість.</u> <u>Стислий зміст.</u> Підбір поперечного перерізу із прокатних профілів, визначення критичної сили та коефіцієнту запасу на стійкість. Визначення найбільш допустимого навантаження.	[2] – с. 166-180 [4] – с. 502-507 [5] – с. 127-144
23	Самостійна робота	<u>Стислий зміст.</u> Поздовжньо-поперечний згин. Добір матеріалу і раціональних форм поперечних перерізів для стиснутих стержнів.	[4] – с. 507-515

## 2 РОЗПОДІЛ НАВЧАЛЬНОГО ЧАСУ

Таблиця 2

### Розподіл навчального часу по темах та формам навчання

Номер теми	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	всього	у тому числі					всього	у тому числі				
		лк	пз	лб	завд	с.р.		лк	пз	лб	завд	с.р.
1	12	2	2	-	-	8	10.5	0.5	-	-	-	10
2	14	2	2	-	-	10	13	0.5	0.5	-	-	12
3	14	2	2	-	-	10	15	0.5	0.5	-	-	14
4	12	2	2	-	-	8	14	-	-	-	-	14
5	12	2	2	-	-	8	14	-	-	-	-	14
6	20	4	4	-	-	12	19.5	1	0.5	-	-	18
7	20	4	4	-	-	12	17	1	-	-	-	16
8	16	4	2	-	-	10	17	0.5	0.5	-	-	16
Всього годин	120	22	20	-	-	78	120	4	2	-	-	114

## 3 КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Контроль знань і вмінь здобувачів вищої освіти здійснюється згідно з [«Положенням про порядок оцінювання результатів навчання здобувачів вищої освіти СНУ ім. В. Даля»](#)

Поточний контроль здійснюється двічі на семестр. Оцінювання проводиться за змістовним модулем форми тестового експрес-контролю. Метою такого контролю є перевірка засвоєння тем за змістовним модулем та рівня підготовленості здобувачів вищої освіти до виконання конкретної роботи. Максимальна сумарна кількість балів за результатами поточного контролю складає 40 балів.

Максимальна сумарна кількість балів за результатами виконання індивідуального завдання – розрахунково-графічної роботи (РГР) складає 20 балів.

Критеріями оцінювання всіх форм вивчення дисципліни «Опір матеріалів у будівництві» є:

- ступінь засвоєння, розуміння матеріалу, використання сучасної літератури з поставлених питань;
- вміння логічно і узагальнено викладати матеріал в письмових роботах, робити висновки;
- ступінь сформованості уміння поєднувати теорію і практику під час розгляду ситуацій, практичних завдань;
- рівень володіння розумовими операціями: вміння аналізувати, синтезувати, порівнювати, абстрагувати, узагальнювати, робити висновки з проблем, що розглядаються;
- здатність до самостійної роботи з навчально-методичною, науковою, допоміжною вітчизняною та зарубіжною літературою з питань, що розглядаються, уміння отримувати інформацію з різноманітних джерел.

Підсумковий контроль за модулем здійснюється у формі семестрового екзамену.

Максимальна кількість балів за результатами підсумкового контролю (семестрового екзамену) з дисципліни «Опір матеріалів у будівництві» складається з питань лекційного матеріалу і самостійної роботи, і відбувається у формі тестування. Об'єм відповіді зараховується в балах.

Умовою допуску до семестрового екзамену або підсумкового тесту є:

- сума накопичених балів за змістовними модулями не менше 51%;
- виконання розрахунково-графічних робіт з мінімальним рівнем 50% накопичених балів;
- відвідування занять.

Семестровий екзамен складається здобувачами вищої освіти у період екзаменаційних сесій за розкладом, який затверджується ректором і доводиться до викладачів і здобувачів вищої освіти до початку сесії. Всю вичерпну інформацію щодо термінів екзаменаційної сесії викладено у [інформаційній системі е-університету Time Table SNU](#).

Семестровий екзамен з дисципліни «Опір матеріалів у будівництві» проводиться у формі тестування з використанням комп'ютерних технологій у Електронному університеті СНУ ім. В. Даля – на порталі електронного навчання [Moodle](#). Зразок екзаменаційного білету наведений в додатку Д.

Врешті, сумарною кількістю балів з усіх видів контролю: поточного і підсумкового і визначається рейтинг здобувача вищої освіти. Максимальна кількість балів – 100.

Таблиця 3

### Критерії оцінювання навчальної діяльності

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	A	відмінно	зараховано
<p><u>Знати:</u> Основи теорії опору матеріалів, включаючи сучасні уявлення про напружено-деформований стан конструкцій та елементів. Відповідь характеризується повнотою та глибиною знань основ механіки деформованого твердого тіла, закономірностей напруженого і деформованого станів при розтягненні, стисканні, крученні, згині, а також при складному опорі. Здобувач вищої освіти демонструє впевнене володіння поняттями внутрішніх зусиль, дає чіткі визначення, пояснює суть фізичних процесів та зв'язків між ними, обґрунтовує свої висновки.</p> <p><u>Вміти:</u> Під час виконання практичного завдання здобувач вищої освіти впевнено застосовує набуті знання для аналізу і розрахунку елементів конструкцій на міцність, жорсткість та стійкість. Самостійно виконує побудову епюр внутрішніх зусиль, обчислює переміщення точок конструкцій, правильно добирає перерізи елементів згідно з умовами роботи. Відповіді повні, послідовні, аргументовані, логічні та точні. Демонструє вміння приймати інженерні рішення, формулювати власні висновки та пропозиції з урахуванням поставленої задачі, виявляє технічну грамотність та інженерну інтуїцію.</p>			
82 – 89	B	добре	зараховано
<p><u>Знати:</u> Здобувач вищої освіти повністю розкрив теоретичні питання на основі програмного та додаткового матеріалу дисципліни.</p> <p><u>Вміти:</u> При виконанні практичних завдань здобувач вищої освіти застосовує узагальнені знання навчального матеріалу, передбачені навчальною програмою. Відповідь вище середнього стандарту, але формулювання окремих положень є недостатньо чіткими, в яких допущені деякі поширені помилки.</p> <p>Здобувач вищої освіти добре володіє проблематикою дисципліни, що вивчається. Надає добре зрозумілі та доречні відповіді.</p>			
74 – 81	C	добре	зараховано
<p><u>Знати:</u> Здобувач вищої освіти розкрив теоретичні питання, програмний матеріал викладено у відповідності до вимог.</p>			

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
<p><b>Вміти:</b> Практичні завдання виконані в цілому правильно, але мають місце окремі неточності. Відповідь в цілому гарна, супроводжується необхідною кількістю прикладів, але формулювання окремих положень є нечіткими з помітними помилками.</p> <p>Здобувач вищої освіти добре володіє проблематикою дисципліни, що вивчається. Надає добре зрозумілі та доречні відповіді.</p>			
64 – 73	D	задовільно	зараховано
<p><b>Знати:</b> Здобувач вищої освіти розкрив теоретичні питання, проте при викладенні програмного матеріалу дисципліни допущені окремі помилки.</p> <p><b>Вміти:</b> При виконанні практичних завдань здобувач вищої освіти припускається помилок, за рахунок недостатнього розуміння матеріалу. Відповідь в цілому пристойна, супроводжується прикладами, але в формулюваннях допущені значні помилки.</p> <p>Здобувач вищої освіти задовільно володіє проблематикою дисципліни, що вивчається. Надає задовільні та доречні відповіді.</p>			
60 – 63	E	задовільно	зараховано
<p><b>Знати:</b> Здобувач вищої освіти неповністю розкрив теоретичні питання, його відповідь містить суттєві помилки та задовольняє мінімальним вимогам щодо формулювань теоретичних положень.</p> <p><b>Вміти:</b> При виконанні практичних завдань здобувач вищої освіти припускається значних помилок, а виконання завдань викликає значні труднощі. Відповідь характеризує уміння/навички застосовувати знання при виконанні завдань за зразком, але з окремими помилками.</p> <p>Здобувач вищої освіти фрагментарно володіє проблематикою відповідної дисципліни. Чіткість і зрозумілість його відповідей задовільна з суттєвими помилками.</p>			
35 – 59	Fx	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
<p><b>Знати:</b> Здобувач вищої освіти не розкрив теоретичні питання, здатність до викладення думки лише на елементарному рівні. Його відповідь не задовольняє мінімальним вимогам щодо формулювань теоретичних положень.</p> <p><b>Вміти:</b> Здобувач вищої освіти не може виконати розрахунково-графічні роботи.</p>			
0 – 34	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни
<p><b>Знати:</b> Здобувач вищої освіти не виконав навчальну програму дисципліни або якийсь елемент її складової, має фрагментарні знання, які не дозволяють розкрити теоретичні питання і виконати практичні завдання. Відповідь не виявляє теоретичних знань і основних положень опору матеріалів з грубими помилками. Здобувач вищої освіти не може викласти свою думку навіть на елементарному рівні.</p> <p><b>Вміти:</b> Здобувач вищої освіти не виконав вимоги щодо практичної підготовки – виконання розрахунково-графічних робіт.</p>			

## 4 ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

Індивідуальні завдання представлені у вигляді розрахунково-графічних робіт (РГР) з дисципліни та виконуються з метою закріплення та поглиблення теоретичних знань та вмінь, набутих студентом у процесі засвоєння всього навчального матеріалу дисципліни. Виконання РГР є важливим етапом у підготовці майбутнього фахівця.

Розробка кожної розрахункової графічної роботи передбачає виконання розрахунку, що оформлюється студентами у вигляді пояснювальної записки.

Виконання пояснювальної записки є передумовою допуску студента до іспиту. Оформлені належним чином роботи повинні бути здані до початку екзаменаційної сесії. Виконання та оформлення РГР здійснюється студентом в індивідуальному порядку. При перевірці та оцінюванні виконаної РГР перевіряється правильність і повнота розрахунків, відповідність методики виконання завданню, якість оформлення роботи, логічність викладу матеріалу, а також глибина розуміння студентом теоретичних основ і практичного застосування методів опору матеріалів.

Наведений нижче перелік містить найменування основних розрахунково-графічних робіт, їх зміст, структуру та вимоги до виконання та оцінювання.

### **РГР 1. Розрахунок стержнів на стиск-розтяг**

*Стислий зміст:* розрахунок стержня, що працює на осьове навантаження.

*Структура:* для заданого стержня необхідно побудувати епюру поздовжніх сил; визначити найбільше допустиме значення сили; обчислити напруження на кожній ділянці; визначити деформації окремих ділянок та повне подовження стержня; побудувати епюру переміщень; визначити вагу стержня.

*Вимоги до виконання та оцінювання:* оцінюється повнота рішення, правильність розрахунків, обґрунтованість висновків, оформлення.

### **РГР 2. Визначення геометричних характеристик перерізів**

*Стислий зміст:* розрахунок геометричних характеристик складного поперечного перерізу.

*Структура:* для заданого поперечного складеного перерізу визначити положення центра ваги; обчислити осьові та відцентровий моменти інерції відносно довільних осей, що проходять через центр ваги; визначити напрям головних центральних осей; знайти моменти інерції відносно головних центральних осей; побудувати переріз в масштабі із зазначенням усіх розмірів та позначенням осей.

*Вимоги до виконання та оцінювання:* оцінюється повнота рішення, правильність розрахунків, обґрунтованість висновків, оформлення.

### **РГР 3. Згин прямих брусків**

*Стислий зміст:* визначення внутрішніх силових факторів, підбір перерізів балки.

*Структура:* для заданих двох схем балок необхідно скласти загальні вирази для поперечних сил та згинального моменту на кожній ділянці, побудувати епюри, визначити максимальне значення згинального моменту, а також підібрати при заданому допустимому напруженні: для першої схеми дерев'яну балку круглого та прямокутного поперечного перерізу; для другої схеми сталеву балку двотаврового поперечного перерізу. Для підібраних перерізів побудувати епюру нормальних напружень.

*Вимоги до виконання та оцінювання:* оцінюється повнота рішення, правильність розрахунків, обґрунтованість висновків, оформлення.

#### **РГР 4. Складний опір – розрахунок позацентрово-стиснутого бруса**

*Стислий зміст:* Брус великої жорсткості стискається поздовжньою силою, прикладеної у точці з координатами, зазначеними в умові задачі. Потрібно визначити допустиму величину сили  $P$ .

*Структура:* для жорсткого бруса необхідно визначити геометричні характеристики перерізу, визначити положення нульової лінії, визначити допустиме значення стискаючої сили з умова на міцність при позацентровій дії навантаження.

*Вимоги до виконання та оцінювання:* оцінюється повнота рішення, правильність розрахунків, обґрунтованість висновків, оформлення.

В додатках А-Г даних методичних вказівок приведені вихідні дані до задач по варіантам для самостійного виконання та приклади розв'язання відповідних РГР.

### **5 ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ ЩОДО ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ**

Власний варіант студент обирає з таблиці, що додається до умови завдання, дані визначаються відповідно шифру який складається з останніх 6 цифр свого особистого номеру студентського білету (номеру залікової книжки) і вказаних нижче літер алфавіту, які слід розташувати під шифром, наприклад:

шифр:        2 1 8 0 9 7

літери:      а б в г д е

З кожного вертикального стовпця будь-якої таблиці, позначеного внизу певною літерою, треба взяти тільки одне число, що стоїть у тому горизонтальному рядку, номер якого збігається з номером літери.

Наприклад, вертикальні стовпці таблиці з вихідними умовами до задачі, позначені літерами «е», «д», «г» та «б». В цьому випадку, для останніх 6 цифр номеру студентського білету:

8 2 3 4 5 3

а б в г д е

У цьому випадку для даного номеру шифру студент повинен взяти зі стовпця «е» рядок № 3, зі стовпця «д» рядок № 5, зі стовпця «г» рядок № 4, зі стовпця «б» рядок № 2.

Не слід розпочинати виконання розрахунково-графічних робіт, не ознайомившись з матеріалом відповідного розділу курсу. Якщо студент слабо засвоїв основні тези теорії і не до кінця розібрався в наведених прикладах, то при виконанні робіт можуть виникнути великі труднощі.

Перед розв'язанням кожного завдання треба повністю вписати її умову з числовими даними, скласти акуратний ескіз в масштабі і вказати на ньому в числах всі величини, необхідні для розрахунку.

Оформлення виконаних розрахунків виконується у вигляді пояснювальної записки, яка оформлюється відповідно до ДСТУ 3008:2015 «Інформація та документація. Звіти у сфері науки і техніки. Структура та правила оформлення» та містить вихідні дані, хід розрахунку, необхідні схеми та пояснення. Пояснювальна записка виконується вручну на листах формату А4 або із застосуванням текстових препроцесорів. Для набирання формул слід використовувати редактори формул.

Таблиця 2

### Рекомендовані одиниці вимірювання

Величини		Одиниці виміру	Позначення	Перетворення величин
Габаритні розміри конструкцій		метри	м	1 м = 100 см
Розміри і геометричні характеристики поперечних перерізів		сантиметри	см, мм	1 см = 10 мм
Навантаження, рівномірно розподілені по площі		паскалі	Па	1 кН/м <sup>2</sup> = 1 кПа = 1000 Па
Навантаження, рівномірно розподілені вздовж конструкції		кілоньютони і метри	кН/м	1 кН/м = 1000 Н/м
Зосереджені навантаження, поздовжні та поперечні сили		кілоньютони	кН	1 кН = 1000 Н
Згинаючі, крутні та інші моменти сил	в статичних розрахунках	кілоньютони і метри	кН·м	1 кН·м = 100 кН·см = 10 <sup>6</sup> Н·мм
	при перевірках перерізів	кілоньютони і сантиметри	кН·см Н·мм	
Характеристичні й розрахункові опори, напруження в конструкціях		кілоньютони і сантиметри, міліметри	кН/см <sup>2</sup>	1 кН/см <sup>2</sup> = 10 МПа = 10 Н/мм <sup>2</sup>

При виконанні розрахунків доцільно користуватися інтернаціональною системою (СІ) одиниць вимірювання (табл. 2).

Рішення повинно супроводжуватися короткими, послідовними та грамотними без скорочення слів поясненнями та кресленнями, на яких всі величини, що входять до розрахунку, повинні бути показані в числах. Треба уникати багатослівних пояснень та переказу підручника: студент повинен знати, що мова техніки – формула та креслення. При користуванні формулами або даними, які відсутні у підручнику, необхідно коротко та точно вказувати джерело (автор, назва, видання, сторінка, номер формули).

Необхідно вказати розмірність всіх величин та підкреслити остаточні результати. Підставляючи в формули значення зовнішнього навантаження, а також розміри конструкції, слід переконатися в тому, що вони виражені в одній системі одиниць, щоб не були наплутані порядки чисел. Як правило, статичні розрахунки конструкцій виконують у метрах і кілоньютонах, а в формули перевірок несучої здатності елементів та з'єднань зручно підставляти величини у мм та ньютонах.

Не слід обчислювати велику кількість значущих цифр, обчислення повинні відповідати потрібній точності. Немає необхідності довжину дерев'яного бруса в кроквах обчислювати з точністю до міліметра, але було б помилкою округлювати до цілих міліметрів діаметр валу, на який буде насаджений кульковий підшипник.

Розв'язання задачі має закінчуватись аналізом отриманих результатів. Це розвиває у студента критичне мислення, привчає до здорової інженерної оцінки одержаних числових результатів.

Остаточно підготовлена та здане завдання, після оцінювання викладачем, не підлягає переробці та виправленню помилок.

## **6 КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ**

1. Дайте визначення предмету «Опір матеріалів». На яких припущеннях він базується?
2. Яким методом визначаються внутрішні силові фактори в навантажених тілах? Назвіть його сутність.
3. Назвіть типові елементи конструкцій. Чим відрізняється розрахункова схема від реального об'єкта?
4. Скільки внутрішніх силових факторів виникає в поперечних перерізах стрижня при його довільному навантаженні? Назвіть їх.
5. Дайте визначення напружень. В яких одиницях вони вимірюються?
6. Які напруження виникають в поперечному перерізі стрижня при його довільному навантаженні? Запишіть і пояснить формулу зв'язку між ними.
7. Наведіть і пояснить формули зв'язку між напруженнями і внутрішніми силовими факторами в поперечному перерізі стрижня.

8. Який вид навантаження стрижня зветься розтяганням – стисканням? Наведіть і поясніть формулу для визначення напружень в стрижні при цьому навантаженні.
9. Що таке волокно стрижня? Як деформуються волокна стрижня при розтяганні – стисканні?
10. Запишіть і поясніть закон Гука при розтяганні – стисканні. Назвіть значення модуля пружності першого роду для сталі.
11. За якою формулою підраховується абсолютне подовження або укорочення стрижня при розтяганні – стисканні? Поясніть її.
12. Що таке коефіцієнт Пуассона? Вкажіть границі його змінювання та значення для сталі.
13. Дайте визначення пластичності та крихкості. Наведіть приклади пластичних і крихких матеріалів.
14. Запишіть і поясніть умови міцності при розтяганні – стисканні.
15. Що таке небезпечне і допустиме напруження? Наведіть і поясніть формулу зв'язку між ними.
16. Які напруження вважаються небезпечними для пластичних і крихких матеріалів?
17. Наведіть і поясніть формулу для визначення допустимих напружень для пластичних матеріалів.
18. Наведіть і поясніть формулу для визначення допустимих напружень для крихких матеріалів.
19. Які механічні властивості можна визначити з діаграми розтягання маловуглецевої сталі?
20. Що зветься границею пропорційності матеріалу? Наведіть і поясніть формулу для її обчислення.
21. Що зветься границею пружності матеріалу? Наведіть і поясніть формулу для її обчислення.
22. Що зветься границею текучості матеріалу? За якою формулою вона визначається?
23. Що зветься границею міцності матеріалу? За якою формулою вона визначається?
24. Коли з'являється шийка у зразку при випробуванні на розтягання?
25. Які показники визначають пластичність сталі? Наведіть і поясніть формули для їх обчислення.
26. Які механічні властивості можна визначити при стисканні маловуглецевої сталі та чавуну?

27. Дайте визначення статично визначуваних і статично невизначуваних стрижневих систем.
28. Наведіть послідовність розрахунку зусиль у статично невизначуваних стрижневих системах, що працюють на розтягання – стискання.
29. Назвіть зміст основних етапів розрахунку статично невизначуваних стрижневих систем при розтяганні – стисканні.
30. Дайте визначення статичних моментів плоскої фігури.
31. Які осі плоскої фігури зветься центральними? Що таке центр ваги плоскої фігури?
32. Наведіть формули для визначення координат центру ваги плоскої фігури. Поясніть їх.
33. Якими методами визначається положення центрів ваги складних фігур? Назвіть сутність цих методів.
34. За якими формулами визначаються координати центру ваги складної фігури? Дайте необхідні пояснення.
35. Дайте визначення осьових моментів інерції плоскої фігури. Наведіть необхідну схему.
36. Дайте визначення полярного та відцентрового моментів інерції плоскої фігури. Наведіть необхідну схему.
37. Який зв'язок існує між осьовими і полярним моментами інерції плоскої фігури?
38. Наведіть одиниці виміру статичних моментів і моментів інерції плоскої фігури. Які з цих моментів можуть бути від'ємними?
39. Які осі зветься головними осями інерції плоскої фігури? Вкажіть на схемах їх положення у фігур з однією та двома осями симетрії.
40. Як визначити візуально знак відцентрового моменту інерції плоскої фігури відносно довільних осей координат? Покажіть на схемі.
41. Дайте визначення головних центральних осей і головних моментів інерції плоскої фігури.
42. Як підраховуються головні моменти інерції круга та прямокутника? Приведіть необхідні схеми і формули.
43. Запишіть і поясніть формули для перетворення осьових і відцентрового моментів інерції плоскої фігури при паралельному перенесенні осей координат.
44. Запишіть і поясніть формули для перетворення осьових моментів інерції плоскої фігури при повороті осей координат.
45. Запишіть і поясніть формулу для перетворення відцентрового моменту інерції плоскої фігури при повороті осей координат.

46. Як визначити кут, на який треба повернути довільні центральні осі плоскої фігури, щоб вони зробились головними? Наведіть і поясніть відповідну формулу.
47. Наведіть і поясніть схемою формули для підрахунку осьових і відцентрового моментів інерції складної фігури відносно довільно орієнтованих центральних осей.
48. Наведіть і поясніть схемою формули для визначення через кут повороту  $\alpha_0$  головних моментів інерції довільної плоскої фігури.
49. Наведіть і поясніть формули для визначення без використання кута повороту  $\alpha_0$  головних моментів інерції довільної плоскої фігури.
50. Дайте визначення напруженого стану в точці тіла. Як він задається?
51. Назвіть компоненти напруженого стану в точці тіла. Які індекси їм надають?
52. Сформулюйте закон парності дотичних напружень.
53. Дайте визначення головних напружень, головних площадок і головних напрямів.
54. Які типи напружених станів Вам відомі? Чим вони відрізняються один від одного?
55. Сформулюйте пряму задачу теорії напруженого стану.
56. Сформулюйте зворотну задачу теорії напруженого стану.
57. Якими методами розв'язують основні задачі теорії плоского і об'ємного напружених станів?
58. Як розв'язують пряму задачу теорії плоского напруженого стану за допомогою кругів Мора? Поясніть на прикладі.
59. Як розв'язують зворотну задачу теорії плоского напруженого стану за допомогою кругів Мора? Поясніть на прикладі.
60. В яких межах змінюються нормальні і дотичні напруження в точці тіла при об'ємному напруженому стані?
61. Наведіть і поясніть формулу для визначення максимальних дотичних напружень в точці тіла. Як розташована площадка їх дії?
62. Дайте визначення головних деформацій. Як їх позначають?
63. Запишіть і поясніть узагальнений закон Гука.
64. Дайте визначення питомої потенційної енергії пружної деформації. Назвіть її складові.
65. Назвіть призначення теорій міцності. Дайте визначення критерія міцності та еквівалентного напруження.
66. Сформулюйте першу теорію міцності. Назвіть область її застосування.
67. Запишіть і поясніть умову міцності за першою теорією міцності.

68. Наведіть формулу для підрахунку еквівалентного напруження за першою теорією міцності. Поясніть її.
69. Сформулюйте другу теорію міцності. Назвіть область її застосування.
70. Запишіть і поясніть умову міцності за другою теорією міцності.
71. Наведіть і поясніть формулу для підрахунку еквівалентного напруження за другою теорією міцності.
72. Сформулюйте третю теорію міцності. Вкажіть область її застосування.
73. Запишіть і поясніть умову міцності за третьою теорією міцності.
74. Наведіть і поясніть формулу для підрахунку еквівалентного напруження за третьою теорією міцності.
75. Сформулюйте четверту теорію міцності. Вкажіть область її застосування.
76. Запишіть і поясніть умову міцності за четвертою теорією міцності.
77. Наведіть і поясніть формулу для підрахунку еквівалентного напруження за четвертою теорією міцності.
78. Вкажіть область застосування теорії міцності Мора. Наведіть і поясніть умову міцності за цією теорією.
79. Наведіть і поясніть формулу для підрахунку еквівалентного напруження за теорією Мора.
80. Який вид напруженого стану зветься чистим зсувом?
81. Наведіть і поясніть закон Гука при зсуві.
82. Наведіть і поясніть формулу для визначення абсолютного зсуву.
83. Що визначає модуль пружності другого роду? Назвіть його значення для сталі.
84. Наведіть і поясніть формулу зв'язку модулів пружності першого і другого роду.
85. Наведіть і поясніть умову міцності при зсуві (зрізі).
86. Що зветься крученням? Як зветься стрижні, які працюють на кручення?
87. Яку форму поперечного перерізу мають стрижні, що працюють на кручення? Який її різновид більш доцільний?
88. Сформулюйте, як визначається крутний момент у довільному перерізі валу.
89. Запишіть і поясніть формулу зв'язку крутного моменту з потужністю, що передається валом.
90. Який вид напруженого стану і характер деформації виникають у валах при крученні?
91. Наведіть і поясніть формулу для визначення дотичних напружень у поперечному перерізі вала.

92. Наведіть і поясніть формулу для визначення максимальних дотичних напружень у поперечному перерізі вала.
93. Дайте визначення полярного моменту опору. Як він пов'язаний з осьовими моментами опору?
94. Наведіть і поясніть формули для обчислення полярних моментів опору для валів суцільного та пустотілого перерізів.
95. Зобразіть епюри дотичних напружень у поперечному перерізі суцільних та пустотілих валів, вкажіть на них місця максимуму цих напружень.
96. Наведіть і поясніть формулу для визначення погонного кута закручування вала.
97. Наведіть і поясніть умови міцності й жорсткості вала при крученні.
98. Дайте визначення балки, прогону, консолі.
99. Дайте визначення рами, стояка, ригеля.
100. Дайте визначення плоского, поперечного і чистого згинів.
101. Як поведуть себе волокна стрижня при згині? Що таке нейтральний шар?
102. Як розташований нейтральний шар при плоскому згині стрижня у
103. вертикальній і горизонтальній площинах?
104. Скільки і яких внутрішніх силових факторів виникає в балках при плоскому згині в загальному випадку навантаження? Назвіть правила знаків для цих факторів.
105. Скільки і яких внутрішніх силових факторів виникає в рамах при плоскому згині в загальному випадку навантаження? Назвіть правила знаків для них.
106. Дайте визначення характерних перерізів балок і рам. Яким методом визначаються внутрішні силові фактори в цих перерізах?
107. Запишіть і поясніть диференційні залежності при плоскому згині стрижня.
108. Сформулюйте правило визначення поперечних сил в довільному перерізі балки.
109. Сформулюйте правило визначення згинального моменту в довільному перерізі балки.
110. Сформулюйте правило визначення поздовжньої сили в довільному перерізі рами.
111. Сформулюйте правило визначення поперечної сили в довільному перерізі рами.
112. Сформулюйте правило визначення величини і напрямку згинального моменту в довільному перерізі рами. З якого боку бази він відкладається на епюрі?

113. Якими лініями зображуються епюри поперечних сил і згинальних моментів на ділянках балок і рам з рівномірно розподіленим навантаженням?
114. Якими лініями зображуються епюри поперечних сил і згинальних моментів на ділянках балок і рам, де розподілене навантаження відсутнє?
115. Схарактеризуйте особливості епюр поперечних сил і згинальних моментів у місцях прикладання до балки або рами зосереджених сил.
116. Схарактеризуйте особливості епюри згинальних моментів у місці прикладання до балки або до рами зосередженого моменту.
117. Схарактеризуйте особливості епюри згинальних моментів у місці, де епюра поперечних сил перетинає базу.
118. Як визначити переріз балки або рами, в якому згинальний момент є екстремальним? Поясніть схемою.
119. Наведіть і поясніть формулу для визначення нормальних напружень при плоскому згині стрижня.
120. Наведіть і поясніть формулу для визначення максимальних нормальних напружень в стрижні при плоскому згині.
121. Дайте визначення осьових моментів опору.
122. Наведіть і поясніть формулу для обчислення осьових моментів опору круга і прямокутника.
123. Зобразіть епюру нормальних напружень в поперечному перерізі стрижня при плоскому згині, вкажіть на ній місця максимуму цих напружень.
124. Наведіть і поясніть формулу для визначення дотичних напружень при плоскому згині стрижня.
125. Зобразіть епюри дотичних напружень при плоскому згині балки круглого і прямокутного перерізів, вкажіть на них місця максимуму цих напружень.
126. Наведіть і поясніть формули для обчислення максимальних дотичних напружень при плоскому згині балки круглого і прямокутного перерізів.
127. Зобразіть епюри дотичних напружень при плоскому згині швелера і двотаврової балки, вкажіть місця максимуму цих напружень.
128. Наведіть і поясніть формули для обчислення максимальних дотичних напружень при плоскому згині швелера і двотаврової балки.
129. Наведіть і поясніть формули для підрахунку еквівалентних напружень при плоскому згині стрижня за третьою та четвертою теоріями міцності.
130. Наведіть умови міцності стрижня при плоскому згині.
131. Запишіть формули для визначення допустимих дотичних напружень за третьою та четвертою теоріями міцності.
132. Що зветься складним опором? Які його види Ви знаєте?

133. Дайте визначення складного і косою згинів. Чим вони відрізняються один від одного?
134. Які напруження перевалюють в стрижнях при складному і косому згинах? Наведіть і поясніть формулу для їх визначення.
135. Наведіть і поясніть рівняння нейтральної лінії перерізу при складному і косому згинах стрижня. Зобразіть її на схемах.
136. Наведіть і поясніть умови міцності стрижня при складному і косому згинах. Як визначити найбільше напружені точки перерізу в зонах розтягання і стискання?
137. Наведіть і поясніть формулу для визначення максимальних за модулем нормальних напружень у поперечному перерізі стрижня при складному і косому згинах у випадку, коли переріз має дві осі симетрії і чотири крайніх кута.
138. Скільки і яких внутрішніх силових факторів виникає у валах при складному згині з крученням? Які з них враховуються у розрахунках на міцність?
139. Вкажіть на схемі положення небезпечних точок перерізу вала при складному згині з крученням.
140. Наведіть і поясніть формули для визначення за третьою і четвертою теоріями міцності максимальних еквівалентних напружень у поперечному перерізі вала при складному згині з крученням.
141. Наведіть і поясніть формулу для визначення нормальних напружень у поперечному перерізі стрижня при складному згині з розтяганням – стисканням.
142. Наведіть і поясніть формулу для визначення напружень в стрижні при позацентровому розтяганні – стисканні.
143. Наведіть і поясніть умови міцності при складному згині стрижня з розтяганням – стисканням і позацентровому розтяганні – стисканні. Як визначити найбільше напружені точки перерізу в зонах розтягання і стискання?
144. Покажіть на схемах, як будується нейтральна лінія перерізу при складному згині стрижня з розтяганням – стисканням і позацентровому розтяганні – стисканні.
145. Дайте визначення ядра перерізу. Який вид воно має у круга і прямокутника? Покажіть на схемах.
146. Які види пружної рівноваги стиснутого стрижня Вам відомі? Який з них є небезпечним з точки зору поздовжнього згину?
147. Дайте визначення стійкої рівноваги стиснутого стрижня.

148. Дайте визначення нестійкої рівноваги стиснутого стрижня.
149. Дайте визначення байдужої рівноваги стиснутого стрижня.
150. Дайте визначення критичної сили і критичного напруження для стиснутого стрижня.
151. Наведіть і поясніть формулу Ейлера для критичної сили. Наведіть і поясніть формулу Ейлера для критичного напруження.
152. Наведіть формулу для визначення приведеної довжини стиснутого стрижня. Назвіть фізичну сутність цієї величини.
153. Наведіть і поясніть формулу для визначення гнучкості стиснутого стрижня.
154. Вкажіть межі застосування формули Ейлера для критичного напруження.
155. Запишіть і поясніть формулу Ясинського для критичного напруження в сталевих стрижнях.
156. Вкажіть межі застосування формули Ясинського для критичного
157. напруження.
158. Що таке коефіцієнт зменшення основного допустимого напруження? Від яких факторів він залежить?
159. Наведіть і поясніть умову стійкості стиснутого стрижня при використанні коефіцієнта зменшення основного допустимого напруження.

## РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

### Основна література

1. Опір матеріалів : курс лекцій [для студентів усіх механічних спеціальностей денної і заочної прискорених форм навчання] / Ю. С. Холодняк, О. А. Костіков, Н. В. Чоста. – Краматорськ : ДДМА, 2023. – 259 с. ISBN 978-617-7889-42-6
2. Опір матеріалів: навчальний посібник до виконання розрахунково-графічних робіт і самостійної роботи / Т. А. Довбуш, Н. І. Хомик, А. В. Бабій, Г. Б. Цьонь, А. Д. Довбуш. Тернопіль: ФОП Паляниця В.А., 2022. 220 с.
3. Опір матеріалів у прикладах та завданнях: навч. посіб. / Д.Л. Колосов, В.Я. Кіба ; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т “Дніпровська політехніка“. – Дніпро : НТУ “ДП”, 2021. – 106 с.
4. Опір матеріалів: Підручник / Г.С. Писаренко, О.Л. Квітка, Е.С. Уманський; За ред. Г.С. Писаренка. – 2-ге вид., допов. і перероб. – К.: Вища шк., 2004. – 655 с.: іл.

### Додаткова література

5. Опір матеріалів. Розрахункові роботи. Навчальний посібник / Ковтун В.В., Павлов В.С. Дорофеев О.А. – Львів: Афіша, 2002. – 280 с. ISBN 966-95063-73-1
6. Шваб'юк В.І. Опір матеріалів: Підручник. – К.: Знання, 2016. – 400 с.
7. Гурняк Л. І., Гуцуляк Ю. В., Юзьків Т. Б. Опір матеріалів: Посібник для вивчення курсу при кредитно-модульній системі навчання. – Львів: “Новий світ – 2000”, 2019. – 363 с.
8. Корнілов О. А. Опір матеріалів: Підручник – К.: Логос, 2000. – 551 с.
9. Філатов Г. В. Опір матеріалів в задачах і прикладах: Розрахунок статично визначуваних стержневих систем Кн.1: Навч. посіб. – К.: Вид-во Ліра-К, 2019. – 360 с.
10. Мильніков О.В. Опір матеріалів: Конспект лекцій. – Тернопіль: Вид-во ТНТУ, 2010. – 257с.
11. Піскунов В.Г. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності. Книга I : Загальні основи курсу. Ч.1: Підручник у трьох книгах / В.Г. Піскунов, В.К. Присяжнюк; За ред. проф. В.Г. Піскунова. – К. : Вища школа, 1994. – 204 с.
12. Шпачук В.П. та ін. Опір матеріалів стержневих елементів конструкцій при базових навантаженнях. Конспект лекцій / В. П. Шпачук, О. О. Чупринін, Н. В. Середа, В. О. Склярів. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2019. – 115 с.

13. Чихладзе Е. Д. Опір матеріалів: Навч. посібник / Чихладзе Е.Д. – Х: Укр-ДАЗТ. 2002. – 362 с.
14. Бабенко А. Є. Теорія пружності: Підручник. Ч.1 / А. Є. Бабенко, М. І. Бобир, С. Л. Бойко, О. О. Боронко. – К. : Основа, 2009. – 239 с.

#### **Методичне забезпечення**

15. УДК 539.3/8 (075.8) Конспект лекцій з дисципліни: "Опір матеріалів у будівництві" Ч.1 (для здобувачів вищої освіти спеціальності 192 «Будівництво та цивільна інженерія») (Електронне видання) / Уклад.: І.І. Медвідь. – Сєверодонецьк: вид-во СНУ ім. В. Даля, 2022. – 44 с.
16. УДК 539.3 Методичні вказівки до практичних занять з курсу: "Опір матеріалів у будівництві" (для здобувачів вищої освіти спеціальності 192 «Будівництво та цивільна інженерія») (Електронне видання) / Уклад.: І.І. Медвідь – Сєверодонецьк: вид-во СНУ ім. В. Даля, 2022. – 28 с.

#### **Інші джерела**

17. Електронний університет Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля / [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://moodle2.snu.edu.ua/course/view.php?id=6417>
18. Наукова бібліотека Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля / [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://library.snu.edu.ua>
19. Національна бібліотека України імені В.І. Вернадського / [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://nbuv.gov.ua/>
20. Навчальна діяльність кафедри опору матеріалів. Київський національний університет будівництва і архітектури / [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://www.knuba.edu.ua/faculties/bf/kafedri-bf/kafedra-oporu-materialiv/16870-2/>
21. Київський нац. ун-т будівництва і архітектури. Науково-технічний збірник наукових праць «Опір матеріалів і теорія споруд». Опір матеріалів і теорія споруд / [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://opir.knuba.edu.ua/>.

## ДОДАТОК А

## РГР №1. РОЗРАХУНОК СТЕРЖНІВ НА СТИСК-РОЗТЯГ

Для заданого стрижня (рис. А.1) потрібно: побудувати епюру поздовжніх внутрішніх зусиль; визначити найбільшу допустиму силу; визначити напруження на кожній ділянці; визначити деформації кожної ділянки і повне подовження стрижня; побудувати епюру переміщень; порівняти вагу стрижня суцільного перерізу (прийняти найбільше значення площі перерізу) та змінного перерізу. Матеріал стрижня – сталь ( $E = 2.06 \cdot 10^5$ ). Вихідні дані взяти з таблиці А.1.

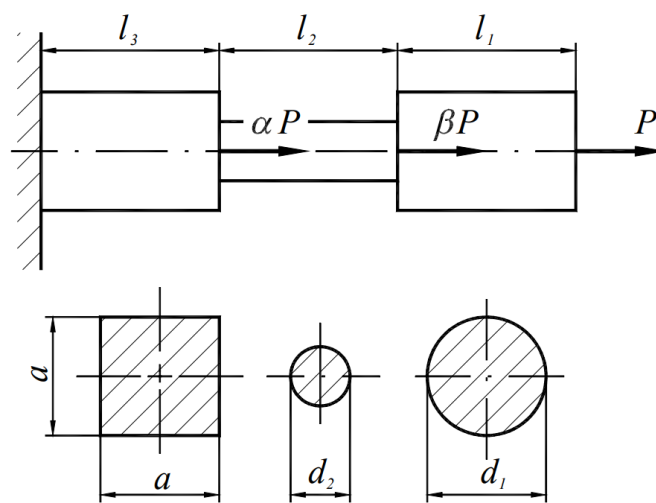


Рисунок А.1. Розрахункова схема

Таблиця А.1

## Вихідні дані до задачі

№ вар.	$l_1, м$	$l_2, м$	$l_3, м$	$d_1, м$	$d_2, м$	$a, мм$	$\alpha$	$\beta$	$\sigma_m, МПа$	$n$
1	1	2	3	30	22	24	-2	3	240	1.5
2	2	3	2	24	24	20	-3	2	250	1.6
3	3	1	3	25	20	30	-1	4	260	1.5
4	4	3	4	20	18	15	-4	3	280	1.8
5	2	4	2	18	16	12	-5	2	260	1.6
6	3	2	1	10	15	16	4	-3	250	1.5
7	4	5	5	12	12	22	3	-4	320	1.8
8	1	4	3	15	12	15	2	-5	300	2.6
9	2	3	2	16	10	20	1	-4	280	1.5
0	3	4	4	18	15	18	3	-3	280	1.8
	$\delta$	$\delta$	$\varepsilon$	$\delta$	$e$	$e$	$\varepsilon$	$e$	$\varepsilon$	$\delta$

**Приклад.**

Вихідні дані:

$$l_1 = 1 \text{ м}; l_2 = 0.8 \text{ м}; l_3 = 0.7 \text{ м};$$

$$a = 12 \text{ мм}; d_2 = 18 \text{ мм}; d_1 = 20 \text{ мм};$$

$$\alpha = 2.2; \beta = -1.9; \sigma_t = 260 \text{ МПа}; n = 1.4$$

Рішення.

1. Визначаємо зусилля яке діє на кожній ділянці, використовуючи метод перерізів:

Ділянка 1:

$$\sum F_x = 0; -N_1 + P = 0; N_1 = P$$

Ділянка 2:

$$\sum F_x = 0; -N_2 + \beta P + P = 0; N_2 = \beta P + P = -1.9P + P = -0.9P$$

Ділянка 3:

$$\sum F_x = 0; -N_3 + \alpha P + \beta P + P = 0; N_3 = \alpha P + \beta P + P = 2.2P - 1.9P + P = 1.3P$$

2. Визначаємо найбільшу допустиму силу  $P$ .

Використовуємо умову міцності при розтягу та стиску:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma];$$

Допустиме напруження дорівнює:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_t}{n} = \frac{260}{1.4} = 185.714 \text{ МПа} \cong 186 \text{ МПа}$$

3. Визначаємо площі поперечних перерізів на кожній ділянці:

$$A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{3.14 \cdot 20^2}{4} = 314 \text{ мм}^2;$$

$$A_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{3.14 \cdot 18^2}{4} = 254.34 \cong 254 \text{ мм}^2;$$

$$A_3 = a^2 = 12^2 = 144 \text{ мм}^2$$

Допустиме значення сили  $P$ , визначимо з умови міцності:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} \leq [\sigma]; \frac{P}{A_1} \leq [\sigma]; P = A_1 \cdot [\sigma] = 314 \text{ мм}^2 \cdot 186 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = 58404 \text{ Н};$$

$$\frac{N_2}{A_2} \leq [\sigma]; \frac{-0.9P}{A_1} \leq [\sigma]; P = -\frac{A_1 \cdot [\sigma]}{0.9} = -\frac{254 \cdot 186}{0.9} \cong -52493 \text{ Н};$$

$$\frac{N_3}{A_3} \leq [\sigma]; \frac{1.3P}{A_1} \leq [\sigma]; P = \frac{A_1 \cdot [\sigma]}{1.3} = \frac{144 \cdot 186}{1.3} = 20603 \text{ Н}$$

Приймаємо допустиме значення сили  $[P] = 20603 \text{ Н}$ .

4. Визначаємо напруження на кожній ділянці:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{P}{A_1} = \frac{20603}{314} = 65.614 \cong 66 \text{ МПа} \leq [\sigma] = 186 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{-0.9P}{A_2} = \frac{-0.9 \cdot 20603}{254} = -73.002 \cong -73 \text{ МПа} \leq [\sigma];$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{1.3P}{A_3} = \frac{1.3 \cdot 20603}{144} = 185.999 \cong 186 \text{ МПа} \leq [\sigma]$$

5. Визначаємо переміщення характерних перерізів стержня:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA_1} = \frac{Pl_1}{EA_1} = \frac{20603 \cdot 1000}{2.1 \cdot 10^5 \cdot 314} = 0.312 \text{ мм};$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EA_2} = \frac{-0.9Pl_2}{EA_2} = \frac{-0.9 \cdot 20603 \cdot 800}{2.1 \cdot 10^5 \cdot 254} = -0.278 \text{ мм};$$

$$\Delta l_3 = \frac{N_3 l_3}{EA_3} = \frac{1.3Pl_3}{EA_3} = \frac{1.3 \cdot 20603 \cdot 700}{2.1 \cdot 10^5 \cdot 314} = 0.619 \text{ мм};$$

6. Повне подовження стержня:

$$\sum_{i=1}^{k=3} \Delta l_i = 0.312 + (-0.278) + 0.619 = 0.653 \text{ мм}$$

Аналогічні обчислення виконуються для проміжних ділянок, приймаючи, що переміщення опорного перерізу  $\Delta_A = 0$

7. Визначимо вагу стержня постійного поперечного перерізу.

Найбільший поперечний переріз –  $A_1 = 314 \text{ мм}^2$

$$Q = \gamma A_1 (l_1 + l_2 + l_3) = \gamma \cdot 314 (1000 + 700 + 800) = 785000\gamma$$

Для стержня змінного перерізу:

$$Q^* = \gamma \sum_{i=1}^{k=3} A_i \cdot l_i = \gamma \cdot (314 \cdot 1000 + 254 \cdot 800 + 144 \cdot 700) = 618000\gamma$$

Порівняємо вагу стержня змінного та постійного перерізу:

$$\frac{Q}{Q^*} = \frac{785000\gamma}{618000\gamma} = 1.27$$

Вага стержня постійного перерізу в 1,27 рази більша ваги ступінчастого стержня, останній таким чином є більш економічним за витратою матеріалу.

Вага стержня (сталь –  $7850 \text{ кг/м}^3$ ):

$$Q^* = \frac{618000}{10^9} \cdot 7850 = 4.851 \text{ кг}$$

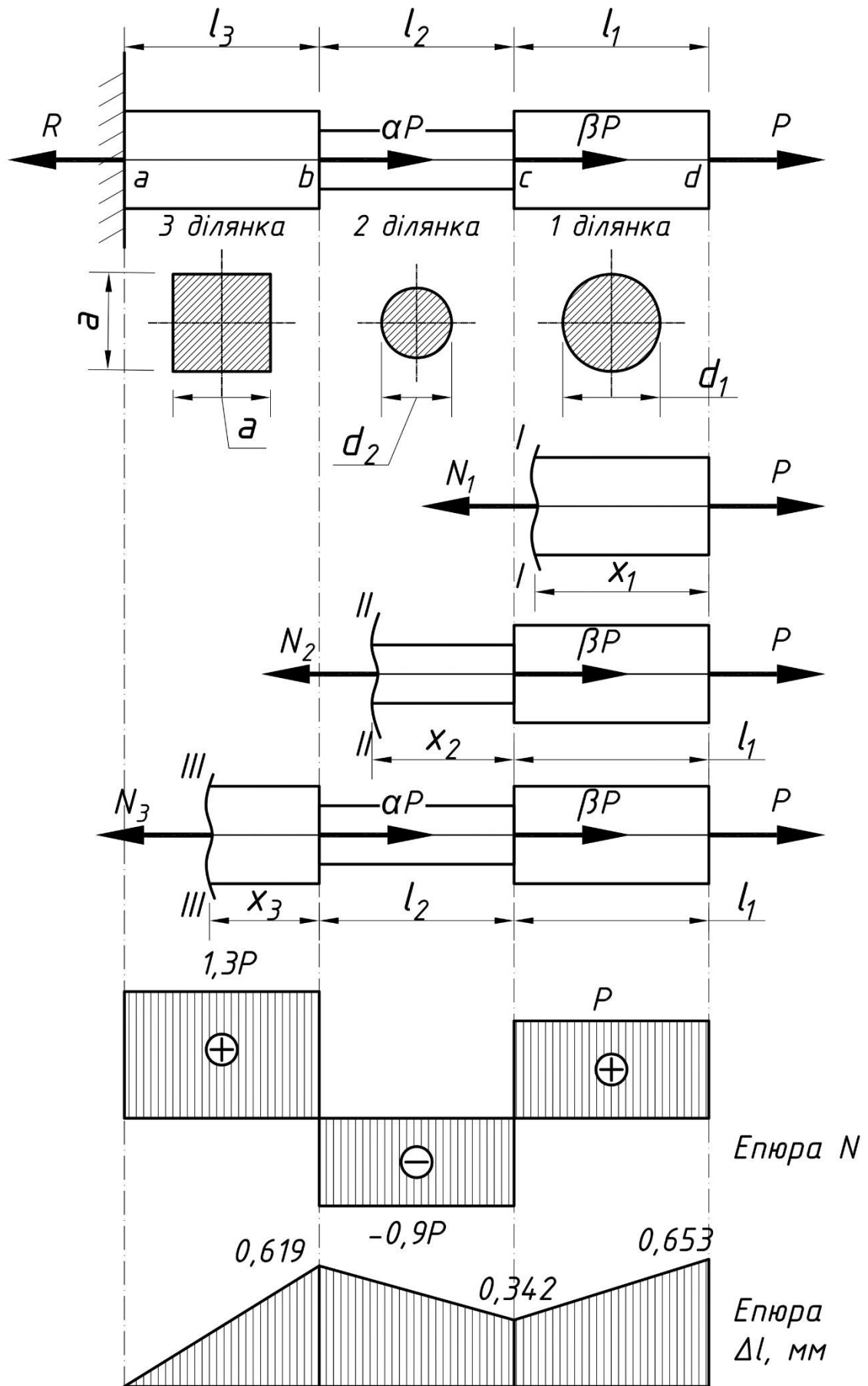


Рисунок А.2. Розрахункова схема та епюри

## ДОДАТОК Б

## РГР №2. ВИЗНАЧЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЕРЕРІЗІВ

Для заданого в таблиці Б.1 поперечного складеного перерізу (рис. А.1) потрібно:

1. Визначити положення центру ваги.
2. Знайти осьові та відцентровий момент інерції відносно випадкових осей, що проходять через центр ваги ( $Z_c$ ,  $Y_c$ ).
3. Визначити напрямок головних центральних осей ( $U$ ,  $V$ ).
4. Знайти моменти інерції відносно головних центральних осей.
5. Обчислити радіуси інерції перерізу відносно осей  $Z_c$  і  $Y_c$ .
6. Обчислити моменти опору відносно осей  $Z_c$  і  $Y_c$ .
7. Викреслити переріз у масштабі та вказати на ньому всі розміри в числах і всі осі.

Таблиця Б.1

## Вихідні дані до задачі

№ з/п	Тип перерізу за рисунком	Двотавр (ДСТУ 8768-2018)	Швелер (ДСТУ 3436-96)	Кутик нерівнополічні (ДСТУ 8769)
1	I	16	20	90×56×8
2	II	18	18	75×50×8
3	III	20	16	100×63×10
4	IV	22	14	100×63×6
5	V	24	18	110×70×8
6	VI	18	20	125×80×10
7	VII	27	18	140×90×10
8	VIII	30	16	160×100×10
9	IX	30	20	180×110×10
0	X	27	22	125×80×12
	<i>e</i>	<i>δ</i>	<i>z</i>	<i>e</i>

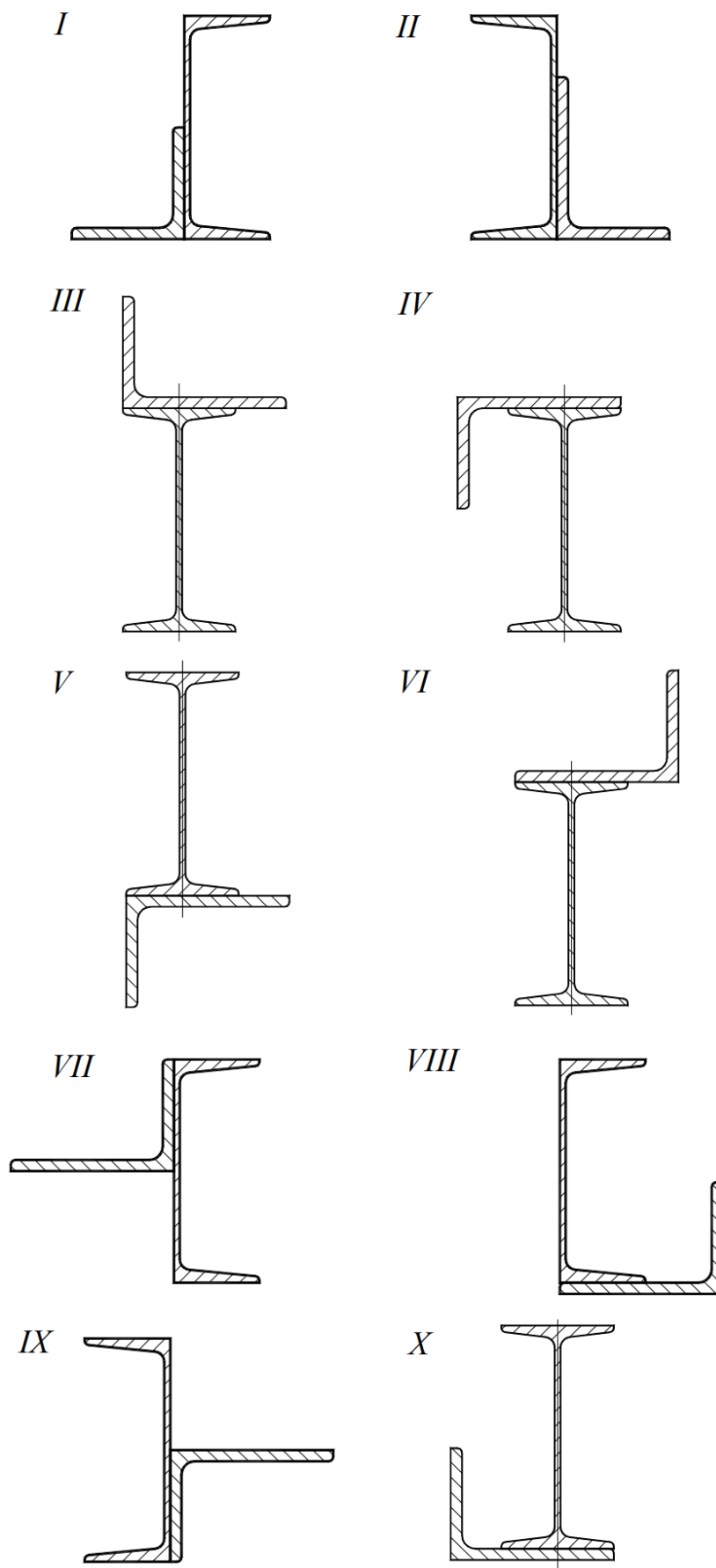


Рисунок Б.1. Схеми перерізів

### Приклад.

Відповідно до вихідних даних, складений переріз являє собою комбінацію прямокутника розмірами  $140 \times 12$  мм; швелера №12У (відповідно до ДСТУ 3436-96) та кутика нерівнополічного 7/4,5 (розмірами  $70 \times 45 \times 5$  мм за ДСТУ 8769). Для прокатних профілів з таблиць відповідних сортаментів визначають усі необхідні дані. Геометрія перерізу, з усіма необхідними для розрахунку даними наведена на рис. Б.2

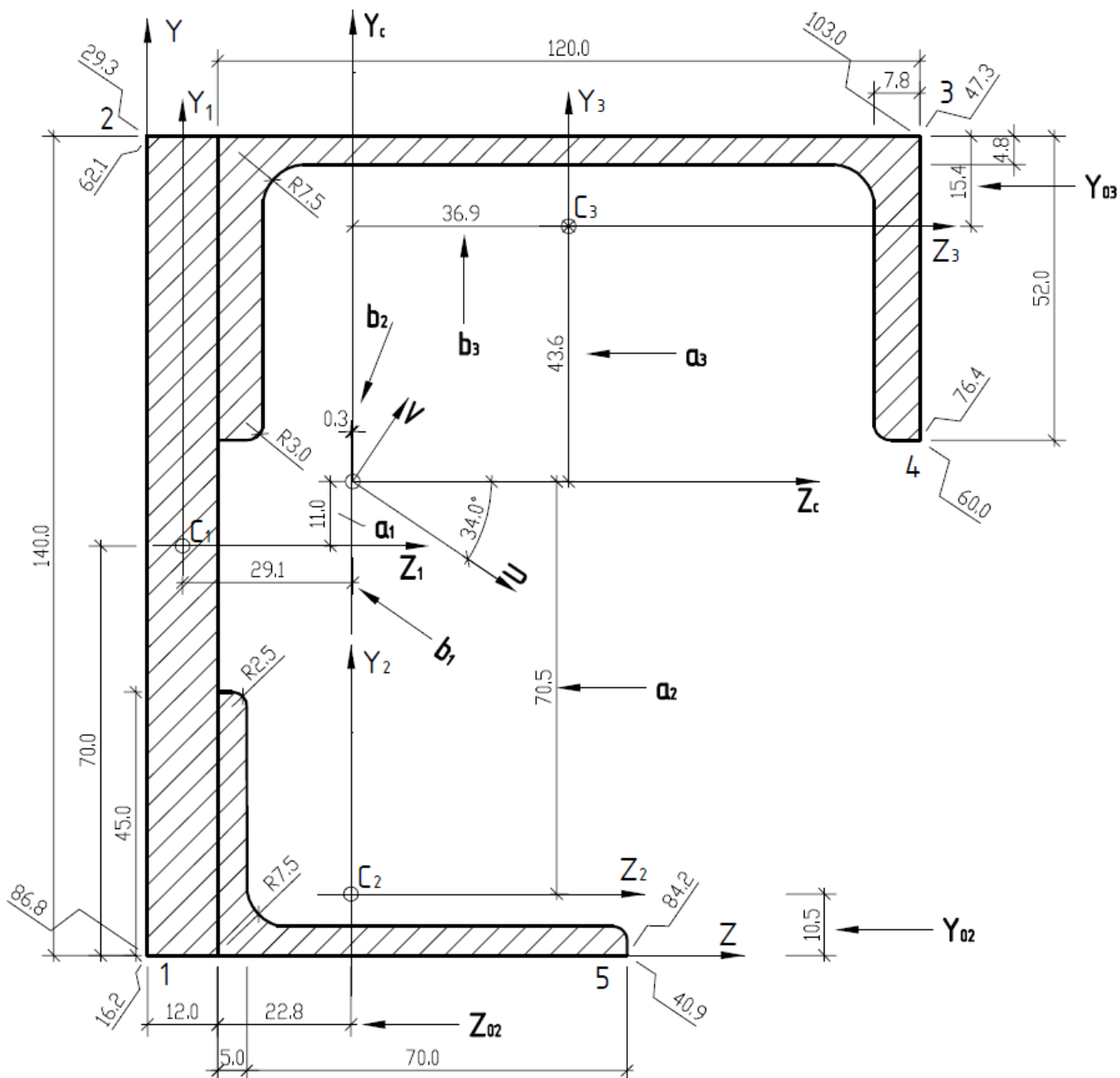


Рисунок Б.2. Геометрія перерізу

### 2. Визначення координат центру ваги перерізу

Віднесемо переріз до довільних осей координат  $y$  та  $z$   
Координати центра ваги визначаються за формулами:

$$y_c = \frac{\sum S_z}{A} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i y_i}{A_i}; z_c = \frac{\sum S_y}{A} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i z_i}{A_i}$$

Де  $S_y, S_z$  – статичні моменти опору перерізу відносно довільних осей,  $y$  та  $z$ ;  $A_i, (i = 1, 2, 3 \dots n)$  – площі елементів перерізу;  $y_i, z_i$  – координати центрів ваги елементів перерізу в осях  $y$  та  $z$

$$y_c = \frac{7 \times 16.8 \times 1.05 \times 5.59 \times 12.46 \times 13.30}{35.69} = 8.103 \text{ см}$$

$$z_c = \frac{0.6 \times 16.8 + 3.48 \times 5.59 + 7.2 \times 13.30}{35.69} = 3.511 \text{ см}$$

Для перевірки розрахунків, статичні моменти інерції відносно центральних осей, повинні дорівнювати нулю

$$S_z = \frac{A_1(-(y_c - y_1)) + A_2(-(y_c - y_2)) + A_3(-(y_3 - y_c))}{A_1 + A_2 + A_3} =$$

$$= \frac{16.8 \times (-(8.103 - 7)) + 5.59 \times (-(8.103 - 1.05)) +$$

$$+ 13.30 \times (12.46 - 8.103)}{35.69} \cong 0$$

$$S_y = \frac{A_1(-(z_c - z_1)) + A_2(-(z_c - z_2)) + A_3(-(z_3 - z_c))}{A_1 + A_2 + A_3} =$$

$$= \frac{16.8 \times (-(3.511 - 0.6)) + 5.59 \times (-(3.511 - 3.48)) +$$

$$+ 13.30 \times (7.2 - 3.511)}{35.69} \cong 0$$

3. Визначаємо осьові та відцентрові моменти інерції елементів перерізу відносно власних центральних осей.

$$I_{z1} = \frac{bh^3}{12} = \frac{1.2 \times 14^3}{12} = 274.4 \text{ см}^4;$$

$$I_{y1} = \frac{hb^3}{12} = \frac{14 \times 1.2^3}{12} = 2.016 \text{ см}^4; I_{y1z1} = 0$$

$$I_{y2} = 27.76 \text{ см}^4; I_{z2} = 9.05 \text{ см}^4; I_{y2z2} = 9.12 \text{ см}^4;$$

$$I_{y3} = 304 \text{ см}^4; I_{z3} = 31.20 \text{ см}^4; I_{y3z3} = 0 \text{ см}^4$$

4. Визначаємо осьові та відцентрові моменти інерції перерізу відносно центральних осей  $z_c$  та  $y_c$

$$I_{z_c} = (I_{z_1} + a_1^2 A_1) + (I_{z_2} + a_2^2 A_2) + (I_{z_3} + a_3^2 A_3) =$$

$$(274.7 + 1.1^2 \times 16.8) + (9.05 + 7.05^2 \times 5.59) + (31.20 +$$

$$+ (-4.36)^2 \times 13.30) = 865.642 \text{ см}^4$$

$$I_{y_c} = (I_{y_1} + b_1^2 A_1) + (I_{y_2} + b_2^2 A_2) + (I_{y_3} + b_3^2 A_3) =$$

$$= (2.016 + 2.91^2 \times 16.8) + (27.76 + 0.03^2 \times 5.59) + (304 +$$

$$+ (-3.69)^2 \times 13.30) = 657.139 \text{ см}^4$$

Де  $a_i, b_i$  – координати центрів ваги елементів перерізу в осях  $z_c$  та  $y_c$   
Визначення координат центрів ваги елементів:

$$a_1 = y_c + h/2 = 81 - 70 = 11 \text{ мм};$$

$$a_2 = y_c + y_{02} = 81 - 10.5 = 70.5 \text{ мм};$$

$$a_3 = y_c + (h - x_{03}) = 81 - (140 - 15.4) = -43.6 \text{ мм};$$

$$b_1 = z_c - b/2 = 35.1 - 6 = 29.1 \text{ мм};$$

$$b_2 = z_c - (z_{02} + b_{nl}) = 35.1 - (22.8 + 12) = 0.3 \text{ мм};$$

$$b_3 = z_c - (h/2 + b_{nl}) = 35.1 - (120/2 + 12) = -36.9 \text{ мм};$$

$$I_{z_c y_c} = (I_{z_1 y_1} + a_1 b_1 \times A_1) + (I_{z_2 y_2} + a_2 b_2 \times A_2) + (I_{z_3 y_3} + a_3 b_3 \times A_3) =$$

$$= 0 + 1.1 \times 2.91 \times 16.8 + (-9.12) + 7.05 \times 0.03 \times 5.59 + 0 +$$

$$+ (-4.34) \times (-3.69) \times 13.30 = 258.833 \text{ см}^4$$

5. Визначення положення головних центральних осей інерції перерізу

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2I_{z_c y_c}}{I_{z_c} - I_{y_c}} = -\frac{2 \times 258.833}{865.642 - 657.139} = -2.483 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2\alpha = -68.096 = -68^\circ 3' 48'' \cong -34^\circ$$

Поворот осей необхідно виконати по ходу часової стрілки на кут  $34^\circ$

6. Визначення головних моментів інерції

$$I_{\frac{\max}{\min}} = \frac{I_{z_c} + I_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{z_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{z_c y_c}^2} =$$

$$= \frac{865.642 + 657.139}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(865.642 - 657.139)^2 + 4 \times 258.833^2} =$$

$$= 761.391 \pm 279.039;$$

$$I_{\max} = 1040.43 \text{ см}^4; I_{\min} = 482.352 \text{ см}^4$$

Перевірка:

$$I_{\max} + I_{\min} = I_{z_c} + I_{y_c} = \text{const}$$

$$1040.43 + 482.352 = 865.642 + 657.139 \rightarrow 1522.782 \approx 1522.781$$

Відцентровий момент інерції площі перерізу відносно головних центральних осей повинен дорівнювати нулю:

$$I_{UV} = \left( \frac{I_{zc} - I_{yc}}{2} \right) \cdot \sin(2\alpha) + I_{zcx} \cos(2\alpha) =$$

$$= \left( \frac{865.642 - 657.139}{2} \right) \cdot \sin\left(2 \cdot (-34.048^\circ)\right) + 258.833 \cdot \cos\left(2 \cdot (-34.048^\circ)\right) =$$

$$= -96.726 + 96.558 = -0.167 \approx 0$$

7. Визначення головних радіусів інерції

$$i_{\max} = \sqrt{\frac{I_{\max}}{A_{tot}}} = \sqrt{\frac{1040.43}{35.69}} = 5.4 \text{ см};$$

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A_{tot}}} = \sqrt{\frac{482.352}{35.69}} = 3.68 \text{ см}$$

8. Визначаємо координат найбільш віддалених від головних осей точок.

Для точки 1

$$z_1 = 3.511 \times \sin 34^\circ + 8.103 \times \cos 34^\circ = 8.68 \text{ см};$$

$$y_1 = -3.511 \times \cos 34^\circ + 8.103 \times \sin 34^\circ = 1.62 \text{ см}$$

Для інших точок, координати визначаємо графічно та заносимо їх у таблицю Б.2

Таблиця Б.2

**Координати точок**

№ точки	$z_i$	$y_i$
1	-8.68	1.62
2	2.93	-6.21
3	10.3	4.73
4	-4.09	8.42

9. Визначення осьового моменту опору.

Момент опору відносно осі Y

$$W_{(Z+)} = \frac{I_{\max}}{z_3} = \frac{1040.43}{10.3} = 101.012 \text{ см}^3;$$

$$W_{(Z-)} = \frac{I_{\max}}{z_1} = \frac{1040.43}{8.68} = 119.86 \text{ см}^3$$

Момент опору відносно осі Z

$$W_{(Y+)} = \frac{I_{\min}}{y_4} = \frac{482.352}{8.42} = 57.286 \text{ см}^3;$$

$$W_{(Y-)} = \frac{I_{\min}}{y_2} = \frac{482.352}{6.21} = 77.673 \text{ см}^3;$$

Аналогічним чином розраховують осьові моменти опору для інших точок.

## ДОДАТОК В

## РГР №3. ЗГИН ПРЯМИХ БРУСІВ

Для заданих двох схем балок, необхідно написати вирази для поперечних сил  $Q$  та згинаючого моменту  $M$  для кожної ділянки в загальному вигляді, побудувати епюри  $Q$ ,  $M$ , знайти  $M_{\max}$  та підібрати:

1. Для схеми *a* дерев'яну балку круглого та прямокутного поперечного перерізу при  $[\sigma] = 10$  МПа;

2. Для схеми *б* сталеву балку двотаврового поперечного перерізу при  $[\sigma] = 160$  МПа

Для підібраних перерізів побудувати епюру нормальних напружень  $\sigma$   
Вихідні дані обрати з таблиці В.1

Таблиця В.1.

## Вихідні дані до задачі

№	Схема	$a, м$	$P, кН$	$q, кН/м$	$M, кН\cdot м$
1	I	2	10	2	4
2	II	1	12	4	6
3	III	3	8	5	8
4	IV	2	14	3	10
5	V	3	15	2	8
6	VI	2	10	3	6
7	VII	2	12	4	10
8	VIII	1	14	5	8
9	IX	3	8	4	6
0	X	2	6	2	8
	<i>e</i>	<i>z</i>	<i>δ</i>	<i>e</i>	<i>δ</i>

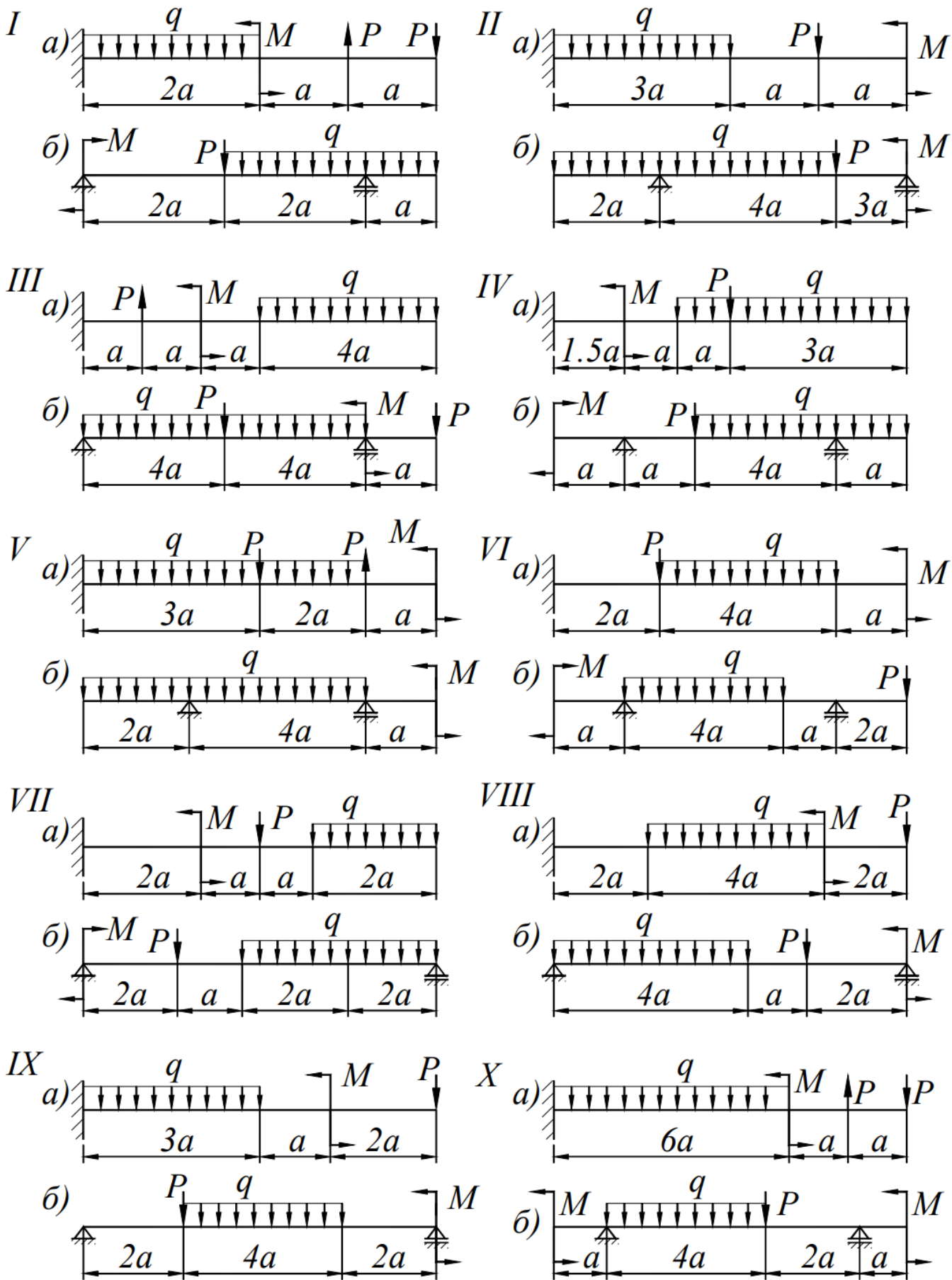


Рисунок В.1. Розрахункова схема

**Приклад 1**

**Дано:**  $q = 6 \text{ кН/м}$ ;  $M = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ;  $P = 15 \text{ кН}$ ;  $h/b = 2$ ;  $[\sigma] = 10 \text{ МПа}$

Схема завантаження показана на рисунку В.2.

**Визначити:** розміри прямокутного та круглого поперечного перерізу

Для схеми прямого бруса побудувати епюри внутрішніх зусиль  $Q$ ,  $M$ .

Побудувати епюру  $\sigma$  для обраних перерізів.

**Розв'язання**

1. Розбиваємо задану схему на ділянки. Складаємо вирази для поперечних сил  $Q$  та згинаючих моментів  $M$  у функції координати  $x$ .

2. Визначаємо значення  $Q$ ,  $M$  на межах ділянок та в характерних точках.

Ділянка 1 ( $0 \leq x_1 \leq 2$ )

$$Q_1(x_1) = qx_1; Q(0) = 0; Q(2) = 12 \text{ кН}$$

$$M_1(x_1) = -\frac{qx_1^2}{2};$$

$$M_1(0) = 0; M(1) = -\frac{6 \cdot 1^2}{2} = -3 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_2(2) = -\frac{6 \cdot 2^2}{2} = -12 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Ділянка 2 ( $2 \leq x_2 \leq 6$ )

$$Q_1(x_2) = qx_2; Q(2) = 12; Q(6) = 36 \text{ кН}$$

$$M_2(x_1) = -\frac{qx_2^2}{2} + M;$$

$$M_2(2) = -\frac{6 \cdot 2^2}{2} + 10 = -12 + 10 = -2 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_2(4) = -\frac{6 \cdot 4^2}{2} + 10 = -12 + 10 = -62 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_2(6) = -\frac{6 \cdot 6^2}{2} + 10 = -108 + 10 = -98 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Ділянка 3 ( $6 \leq x_3 \leq 9$ )

$$Q_1(x_3) = q \cdot 6 - P = 36 - 15 = 21 \text{ кН}$$

$$M_1(x_1) = -q \cdot 6 \cdot \left(x_3 - \frac{6}{2}\right) + M + P \cdot (x_3 - 6);$$

$$M(6) = -6 \cdot 6 \cdot (6 - 3) + M + P \cdot (6 - 6) = -108 + 10 + 0 = -98 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M(9) = -6 \cdot 6 \cdot (9 - 3) + M + P \cdot (9 - 6) = -216 + 10 + 15 \cdot 3 = -161 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

По отриманим даним будуємо епюри  $Q$  та  $M$  (рис. В.2)

Величина найбільшого згинаючого моменту дорівнює  $M_{max} = 161 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

3. Визначаємо розміри поперечного перерізу балки, використовуючи умову міцності при згині:

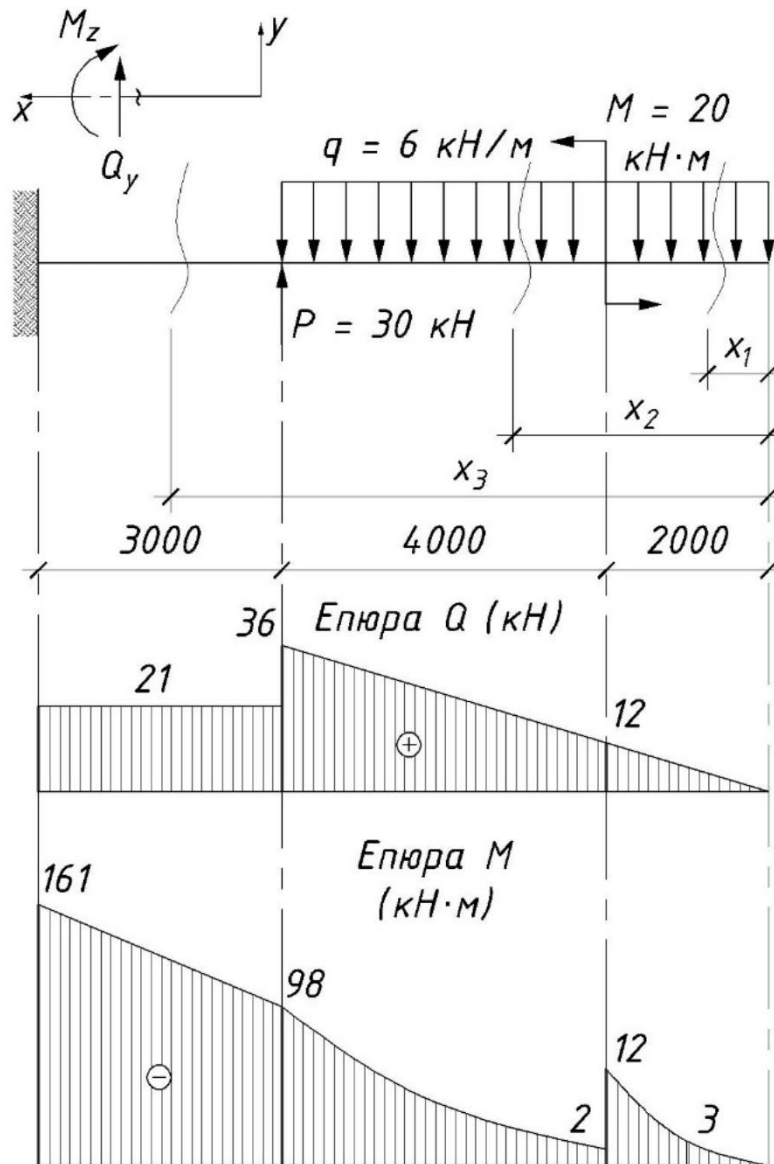


Рисунок В.2. Розрахункова схема балки та епюри

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma]$$

а) прямокутний переріз  $h/b = 2$

$W_z = bh^2/6$  – осьовий момент опору для прямокутного перерізу, враховуючи співвідношення сторін:  $h = 2b$ , отримаємо:

$$W_z = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{4b^3}{6} = \frac{2b^3}{3}$$

$$W_{z,req} = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{161 \cdot 10^6 [H \cdot мм]}{10 [H/мм^2]} = 16.1 \cdot 10^6 \text{ мм}^3;$$

$$\frac{2 \cdot b^3}{3} = W_{z,req} \rightarrow b = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 16.1 \cdot 10^6}{2}} = 289.05 \text{ мм} \approx 290 \text{ мм};$$

$$h = 2b = 2 \cdot 290 = 580 \text{ мм}$$

Максимальне напруження дорівнює:

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W_z} = \frac{161 \cdot 10^6 \cdot 6}{290 \cdot 580^2} = 9.902 \text{ МПа}$$

Недонапруження:

$$\frac{[\sigma] - \sigma}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{10 - 9.9}{10} \cdot 100\% = 1\%$$

Міцність брусу забезпечена. Епюра  $\sigma$  показана на рис. В.3.

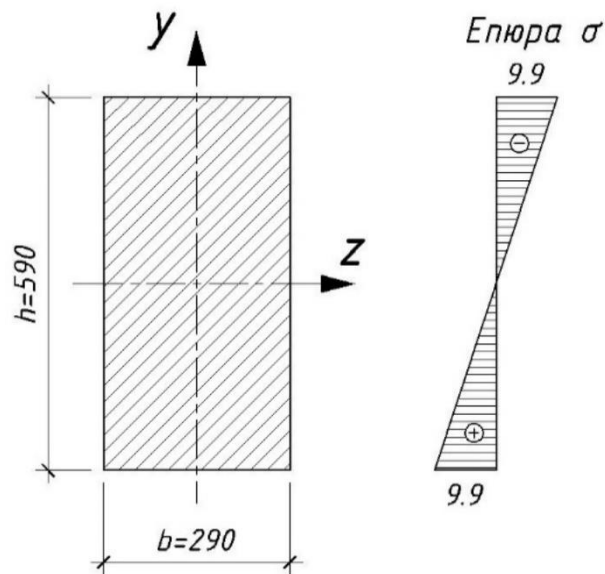


Рисунок В.3. Епюра нормальних напружень

б) круглий переріз

$W_z = \pi d^3 / 32 \approx 0.1d^3$  – осьовий момент опору для круглого перерізу.

$$0.1d^3 = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} \rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{161 \cdot 10^6}{0.1 \cdot 10}} = 544.01 \text{ мм}$$

Округлюючи приймаємо  $d = 550$  мм

Максимальне напруження дорівнює:

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W_z} = \frac{161 \cdot 10^6 \cdot 32}{3.14 \cdot 550^3} = 9.862 \text{ МПа}$$

Недонапруження:

$$\frac{[\sigma] - \sigma}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{10 - 9.862}{10} \cdot 100\% = 1.4\%$$

Міцність бруса забезпечена. Епюра  $\sigma$  показана на рис. В.4.

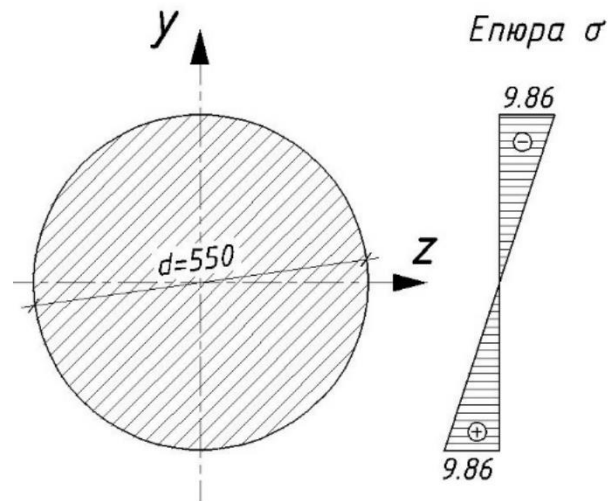


Рисунок В.4. Епюра нормальних напружень

### Приклад 2

**Дано:**  $q = 12 \text{ кН/м}$ ;  $M = 2 \text{ кН} \cdot \text{м}$ ;  $P = 14 \text{ кН}$

Схема завантаження показана на рисунку В.5.

**Визначити:** розміри двотаврового поперечного перерізу за ДСТУ 8768:2018

Для схеми побудувати епюри внутрішніх зусиль  $Q$ ,  $M$ .

Побудувати епюру  $\sigma$  для обраного перерізу.

1. Визначаємо реакції опор заданої схеми:

$$\sum M_A = 0; R_B \cdot 6 - q \cdot 4 \cdot \left( \frac{4}{2} + 4 \right) - M - P \cdot 5 = 0;$$

$$R_B = \frac{24q + M + 5P}{6} = \frac{288 + 2 + 70}{6} = 60 \text{ кН}$$

$$\sum M_B = 0; R_A \cdot 6 + M - P \cdot 1 - q \cdot 2 \cdot 1 + q \cdot 2 \cdot 1 = 0;$$

$$R_A = \frac{P - M}{6} = \frac{14 - 2}{6} = 2 \text{ кН}$$

Перевірка:

$$\sum F_y = 0; R_A + R_B - P + q \cdot 4 = 0;$$

$$2 + 60 - 14 - 12 \cdot 4 = 62 - 62 = 0$$

2. Розбиваємо задану схему на ділянки. Складаємо вирази у функції координати  $x$  для поперечних сил  $Q$  і згинальних моментів  $M$ . Визначаємо значення  $Q$  і  $M$  на межі ділянок і в характерних точках.

Ділянка 1 ( $0 \leq x_1 \leq 4$ )

$$Q_1 = R_A = 2 \text{ кН}; M_1(x_1) = R_A x_1;$$

$$M_1(0) = 0; M_1(4) = 2 \cdot 4 = 8 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Ділянка 2 ( $0 \leq x_2 \leq 2$ )

$$Q_2(x_2) = qx_2; Q_2(0) = 0; Q_2(2) = 12 \cdot 2 = 24 \text{ кН};$$

$$M_2(x_2) = -\frac{qx_2^2}{2}; M_2(0) = 0; M_2(1) = -\frac{12 \cdot 1}{2} = -6 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_2(2) = -\frac{12 \cdot 2^2}{2} = -24 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Ділянка 3 ( $2 \leq x_3 \leq 3$ )

$$Q_3(x_3) = qx_3 - R_B; Q_3(2) = 12 \cdot 2 - 60 = -36 \text{ кН}; Q_3(3) = 36 - 60 = -24 \text{ кН}$$

$$M_3(x_3) = -\frac{qx_3^2}{2} + R_B(x_3 - 2);$$

$$M_3(2) = -\frac{12 \cdot 2^2}{2} + 60 \cdot (2 - 2) = -24 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_3(3) = -\frac{12 \cdot 3^2}{2} + 60 \cdot (3 - 2) = -54 + 60 = 6 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

Ділянка 4 ( $3 \leq x_4 \leq 4$ )

$$Q_4(x_4) = qx_4 - R_B + P;$$

$$Q_3(3) = 12 \cdot 3 - 60 + 14 = -10 \text{ кН};$$

$$Q_3(4) = 12 \cdot 4 - 60 + 14 = 2 \text{ кН}$$

$$M_3(x_3) = -\frac{qx_4^2}{2} + R_B(x_4 - 2) - P(x_4 - 3);$$

$$M_3(4) = -\frac{12 \cdot 4^2}{2} + 60 \cdot (4 - 2) - 14 \cdot (4 - 3) = -96 + 120 - 14 = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Визначимо екстремальне значення згинального моменту, для чого обчислимо координату  $x_4$ , при якій поперечна сила дорівнює нулю.

$$qx_4 - R_B + P = 0 \rightarrow x_4 = \frac{R_B - P}{q} = \frac{60 - 14}{12} = 3.83 \text{ м}$$

$$M_3(3.83) = -\frac{12 \cdot 3.83^2}{2} + 60 \cdot (3.83 - 2) - 14 \cdot (3.83 - 3) = 10.167 \approx 10.17 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

За отриманими даними будуюмо епюри Q і M (рис. В.5)

3. Визначимо розміри поперечного перерізу двотаврової балки за сортаментом, використовуючи умову міцності при згині:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma]$$

Максимальний згинальний момент плечей:  $M_{\max} = -24 \text{ кН} \cdot \text{м}$

$$W_{z, \text{req}} = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{-24 \cdot 10^6 [\text{Н} \cdot \text{мм}]}{160 [\text{Н}/\text{мм}^2]} \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^3 = 150 \text{ см}^3$$

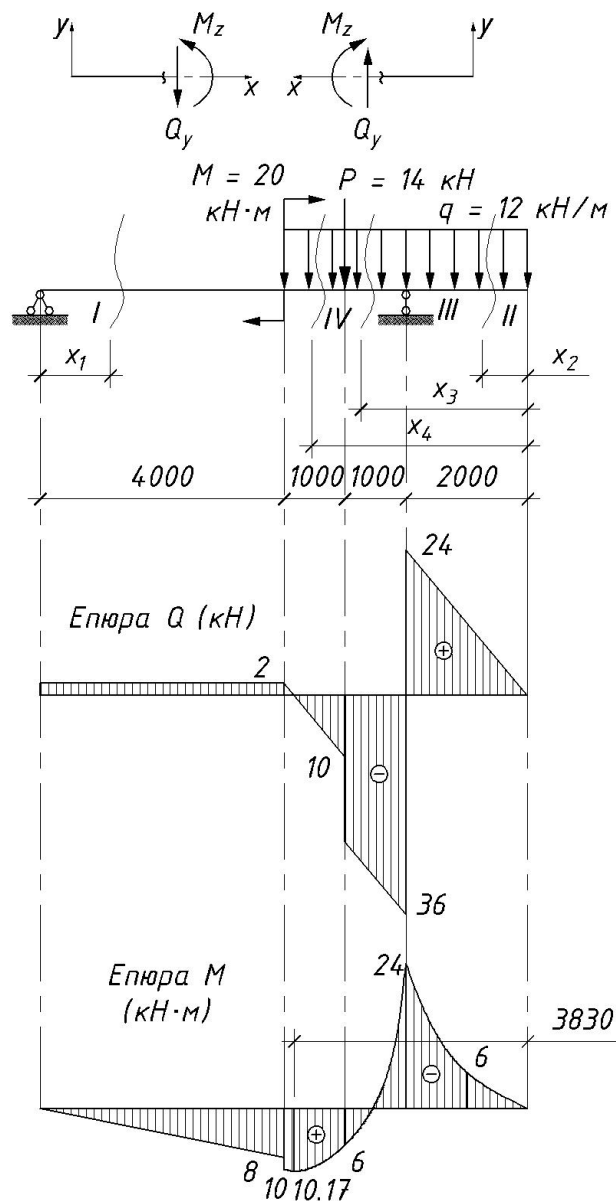


Рисунок В.5. Розрахункова схема балки та епюри

Розміри перерізу двотаврової балки визначаємо з таблиці сортаментів:

$$W_{z,req} = 150 \text{ см}^3 \rightarrow \text{двотавр №20 за ДСТУ 8768:2018} (W_z = 184 \text{ см}^3)$$

Максимальне напруження дорівнює:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} = \frac{24 \cdot 10^6}{184 \cdot 10^3} = 130.435$$

Недонапруження становить:

$$\frac{[\sigma] - \sigma}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{160 - 130.435}{160} \cdot 100\% = 18.48\%$$

Міцність балки забезпечена. Підібрати більш економічний без перевищення допустимих напружень неможливо. Епюра  $\sigma$  показана на рис. В.6.

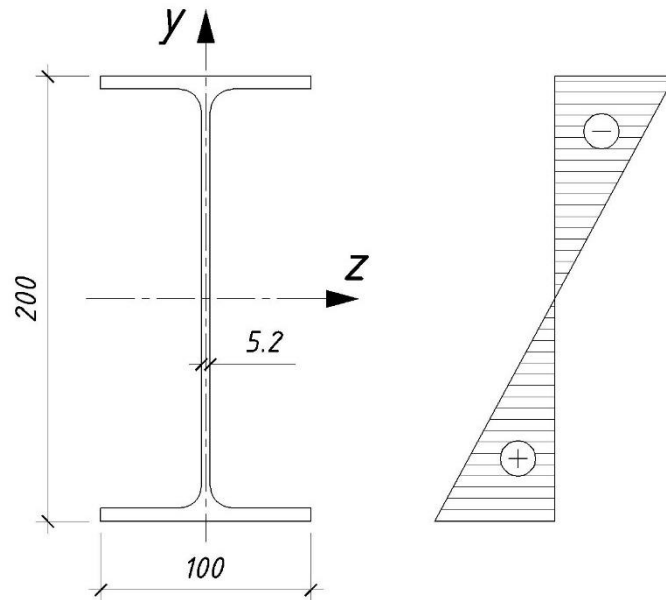


Рисунок В.6. Епюра нормальних напружень

## ДОДАТОК Г

## РГР №4. СКЛАДНИЙ ОПІР – РОЗРАХУНОК ПОЗАЦЕНТРОВО-СТИСНУТОГО БРУСА

Брус великої жорсткості стискається поздовжньою силою  $P$ , прикладеною в точці з координатами, які вказані в умові до задачі. Необхідно визначити допустиму величину сили  $[P]$ .

Порядок розрахунку

1. Визначити положення центру тяжкості перерізу.
2. Обчислити основні моменти інерції.
3. Визначити квадрати радіусів інерції перерізу.
4. Визначити положення нульової лінії.
5. Виразити напруження в небезпечних точках перерізу через силу.
6. Визначити допустиму величину сили.
7. Визначити напруження в небезпечних точках перерізу за прийнятим значенням сили  $[P]$ .
8. Побудувати епюру напружень для небезпечних точок перерізу.

Дані взяти із таблиці Г.1.

Таблиця Г.1

## Вихідні дані до задачі

№ Варіанта (схеми)	Координати точки прикладання зовнішнього навантаження		$a$ , см	Допустиме напруження на розтяг та стиск, МПа	
	$Y_P$	$Z_P$		$[\sigma]_p$	$[\sigma]_c$
1 (V)	12	-14	40	20	120
2 (VI)	-10	-15	30	30	130
3 (I)	-20	12	36	18	150
4 (III)	14	-10	30	25	160
5 (IV)	-15	12	40	22	140
6 (VII)	20	-15	30	15	120
7 (VIII)	-12	15	40	20	110
8 (IX)	15	20	50	25	100
9 (II)	12	-20	30	15	120
0 (X)	-15	12	40	20	130
$e$	$\delta$	$e$	$e$	$\delta$	$e$

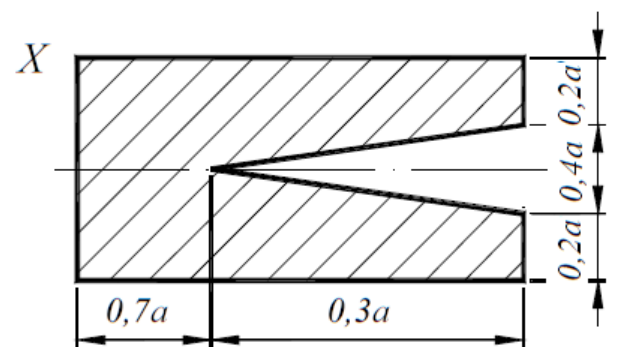
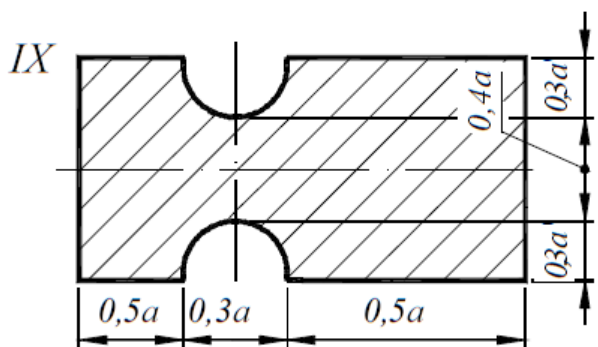
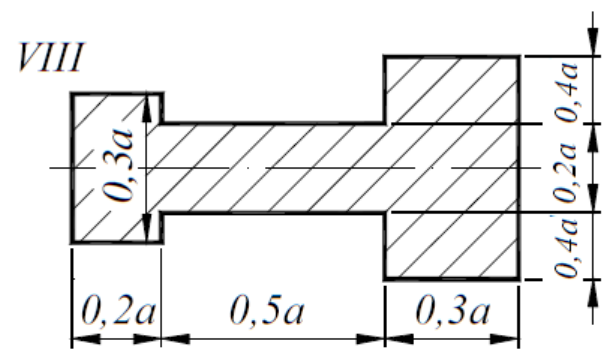
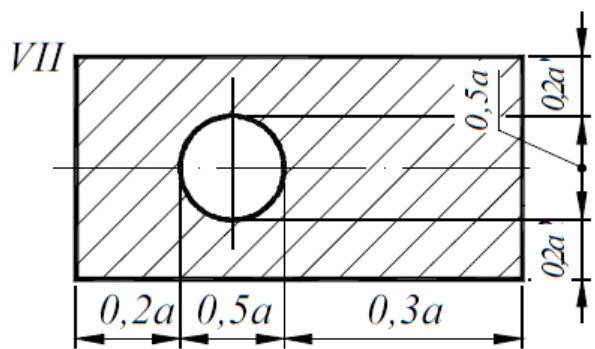
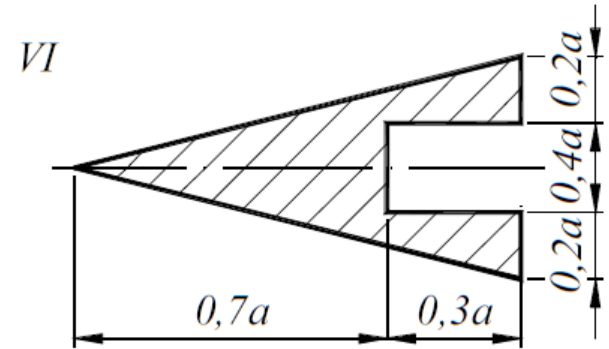
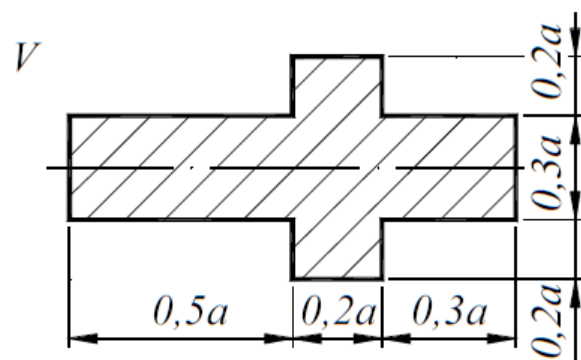
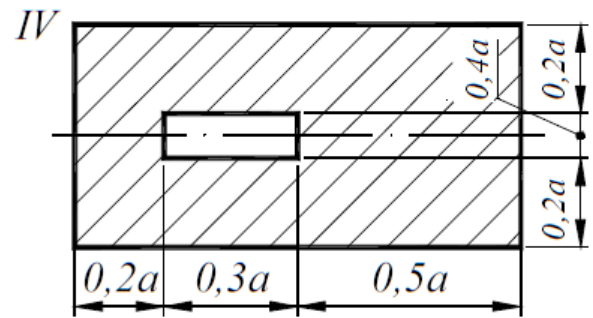
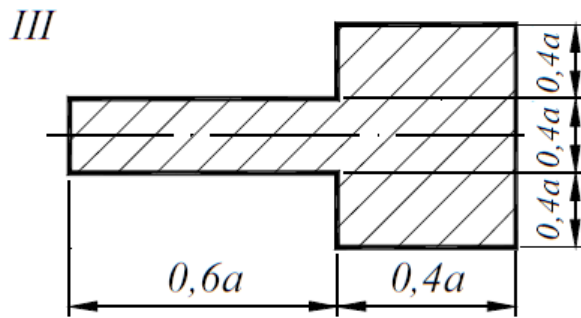
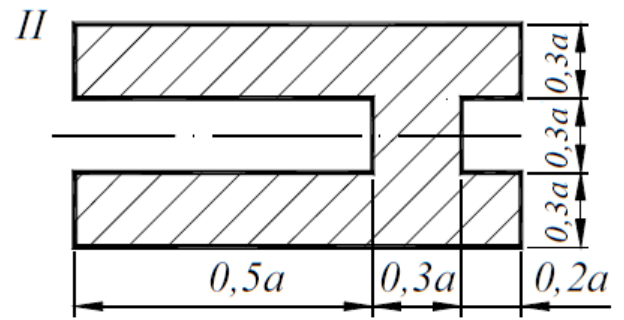
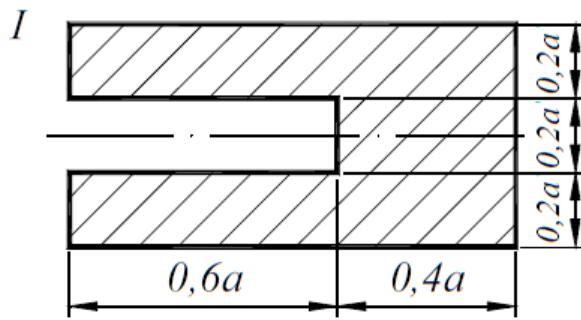


Рисунок Г.1. Розрахункова схема

**Приклад**

Колона стискається силою  $F = 800 \text{ кН}$   $F = 800 \text{ кН}$  позациентрово прикладеною в точці Р поперечного перерізу. Розрахунковий опір матеріалу на розтягування  $[\sigma]_p = 26 \text{ МПа}$ , на стиск  $[\sigma]_c = 148 \text{ МПа}$ . Власну вагу колони не враховувати. Розміри надані у міліметрах.

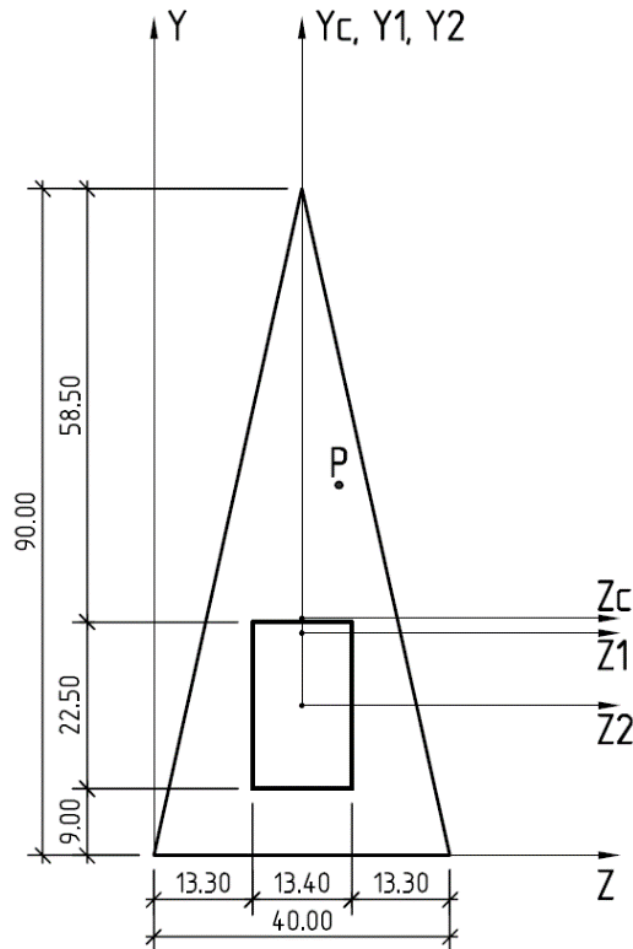


Рисунок Г.2. Поперечний переріз

1. Визначаємо координати центра ваги заданого поперечного перерізу.

Поперечний переріз колони має вісь симетрії  $y_c$ , отже центр ваги лежить на цій же осі, та для знаходження координати  $y_c$ , визначаємо площу перерізу.

$$A = A_1 - A_2$$

Де,  $A_1$ ,  $A_2$  – площа трикутника та прямокутника відповідно

$$A = 0.5 \times 9 \times 40 - 2.25 \times 13.40 = 18 - 3.015 = 14.985 \text{ см}^4$$

$$y_c = \frac{\sum S_z}{A} = \frac{A_1 \times y_1 - A_2 \times y_2}{A} = \frac{18 \times 4 - 3.015 \times 2.025}{14.985} = 3.196 \approx 3.2 \text{ см};$$

$$y_1 = 1/3 \times 9 = 3 \text{ см}; y_2 = 1/2 \times 2.25 + 0.9 = 2.025 \text{ см}$$

2. Осьові моменти інерції кожної фігури відносно свої центральних осей.

$$I_{z1} = \frac{4 \times 9^3}{36} = 81 \text{ см}^4; I_{y1} = \frac{4^3 \times 9}{48} = 12 \text{ см}^4$$

$$I_{z2} = \frac{1.34 \times 2.25^3}{12} = 1.272 \text{ см}^4; I_{y2} = \frac{1.34^3 \times 2.25}{12} = 0.451 \text{ см}^4$$

3. Осьові моменти інерції відносно центральних координаційних осей

$$I_{zc} = I_{z1} + a_1^2 A_1 - (I_{z2} + a_2^2 A_2) = 81 + (-0.2)^2 \times 18 - \\ - (1.272 + (-1.175)^2 \times 3.015) = 76.285 \text{ см}^4$$

$$a_1 = y_1 - y_c = 3 - 3.2 = -0.2 \text{ см}; a_2 = y_2 - y_c = 2.025 - 3.2 = -1.175 \text{ см}$$

$$I_{yc} = I_{y1} + b_1^2 A_1 - (I_{y2} + b_2^2 A_2), \text{ т.я. } b_1 = b_2 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow I_{y1} - I_{y2} = 12 - 0.451 = 11.549 \text{ см}^4$$

4. Визначаємо радіуси інерції

$$i_z^2 = \frac{I_{zc}}{A} = \frac{76.285}{14.985} = 5.091 \rightarrow i_z = \sqrt{5.091} = 2.256 \text{ см};$$

$$i_y^2 = \frac{I_{yc}}{A} = \frac{11.549}{14.985} = 0.77 \rightarrow i_y = \sqrt{0.77} = 0.877 \text{ см};$$

5. Визначаємо точку прикладення сили  $F$

Координати точки  $P$  в системі координат  $yOz$ :  $y = 50$ ;  $z = 25$

В системі координат  $y_c O z_c$ :

$$z_p = z - z_c = 25 - 20 = 5 \text{ см}; y_p = y - y_c = 50 - 32 = 18 \text{ см}$$

Координати точки  $P$  прикладання зовнішнього навантаження знаходяться в першій чверті відносно центра ваги перерізу, отже значення координат додатні.

6. Визначаємо положення нульової лінії

$$a_y = -\frac{i_z^2}{y_p} = -\frac{5.091}{1.8} = -2.83 \text{ см}; a_z = -\frac{i_y^2}{z_p} = -\frac{0.77}{0.5} = -1.54 \text{ см}$$

Відповідні відрізки відкладаються від центру системи координат  $y_c O z_c$ , та через отримані дві точки будується нульова лінія

Небезпечними точками є точки  $C$  (лівий нижній кут трикутника) та  $D$  (вершина трикутника) з координатами:

$$y_C = -32; y_D = h - y_C = 90 - 32 = 58; z_C = -20; z_D = 0$$

7. Визначаємо найбільші напруження стиску та розтягування.

Найбільш віддаленими від нульової лінії як було зазначено є точки  $C$  та  $D$ , напруження у цих точках не повинні перевищувати допустимих

Як відомо напруження в довільній точці перерізу можна визначити за формулою:

$$\sigma = \frac{P}{A} + \frac{M_y}{I_y} z + \frac{M_z}{I_z} y$$

Враховуючи, що  $-M_z = P y_p; M_y = P z_p; I_z = i_z^2 A; I_y = i_y^2 A$ , після перетворень отримаємо:

$$\sigma_{\substack{\text{compression} \\ \text{tension}}} = \pm \frac{P}{A} \left( 1 + \frac{z_p z}{i_y^2} + \frac{y_p y}{i_z^2} \right) \leq \left[ \frac{\sigma_c}{p} \right]$$

Де  $z$  та  $y$  – точки в яких виникає максимальне напруження розтягу чи стиску

$$\sigma_D = -\frac{800 \times 10^3}{1498.5} \times \left( 1 + \frac{5 \times 0}{77} + \frac{18 \times 58}{509.1} \right) = -1628.657 \text{ МПа} > 148 \text{ МПа};$$

$$\sigma_C = -\frac{800 \times 10^3}{1498.5} \times \left( 1 + \frac{5 \times (-20)}{77} + \frac{18 \times (-32)}{509.1} \right) = 763.489 \text{ МПа} > 26 \text{ МПа}$$

Побудована еюра напружень відображена на нульовій лінії зображена на рис. Г.3

При заданому навантаженні у поперечному перерізі виникають напруження, що значно перевищують допустимі. При стиску, напруження що виникає в точці  $D$  перевищує допустиме в 11 разів, при розтязі напруження в точці  $C$  перевищує допустиме в 29 разів.

8. Розраховуємо допустиме навантаження

З умови міцності на стиск у точці  $D$ :

$$\sigma_D = -\frac{F_u}{1498.5} \times \left( 1 + \frac{5 \times 0}{77} + \frac{18 \times 58}{509.1} \right) \leq 148 \text{ МПа} \left( \frac{H}{\text{мм}^2} \right);$$

$$\sigma_D = -\frac{F_u \times 3.05}{1498.5} \leq 148 \rightarrow F_u = -\frac{148 \times 1498.5}{3.05} = -72717.098 \text{ Н}$$

З умови міцності на розтяг у точці  $C$ :

$$\sigma_C = -\frac{F_u}{1498.5} \times \left( 1 + \frac{5 \times (-20)}{77} + \frac{18 \times (-32)}{509.1} \right) \leq 26 \text{ МПа} \left( \frac{H}{\text{мм}^2} \right);$$

$$\sigma_C = -\frac{F_u \times (-1.43)}{1498.5} \leq 148 \rightarrow F_u = \frac{26 \times 1498.5}{1.43} = 27245.454 \text{ Н}$$

Приймаємо  $[P] = 27245 \text{ Н}$

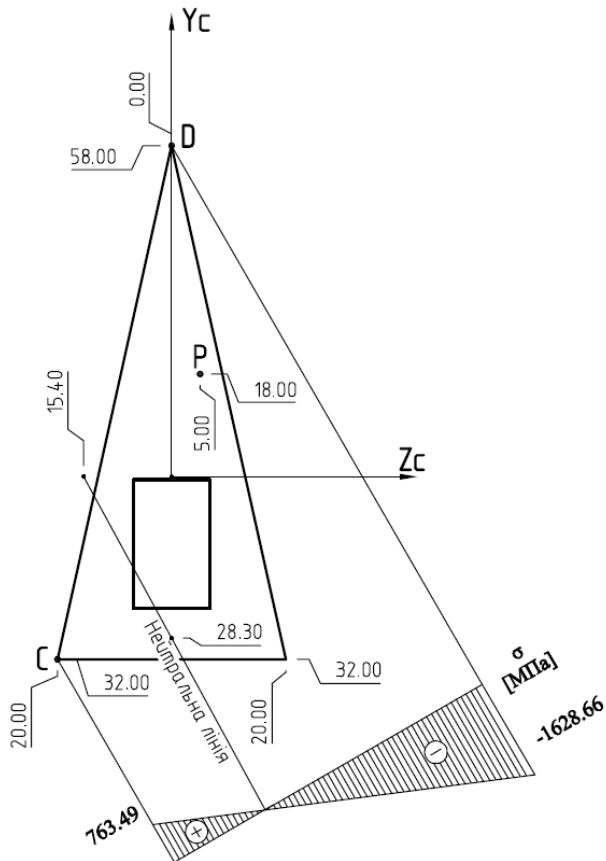


Рисунок Г.3. Переріз з побудованою епурою напружень

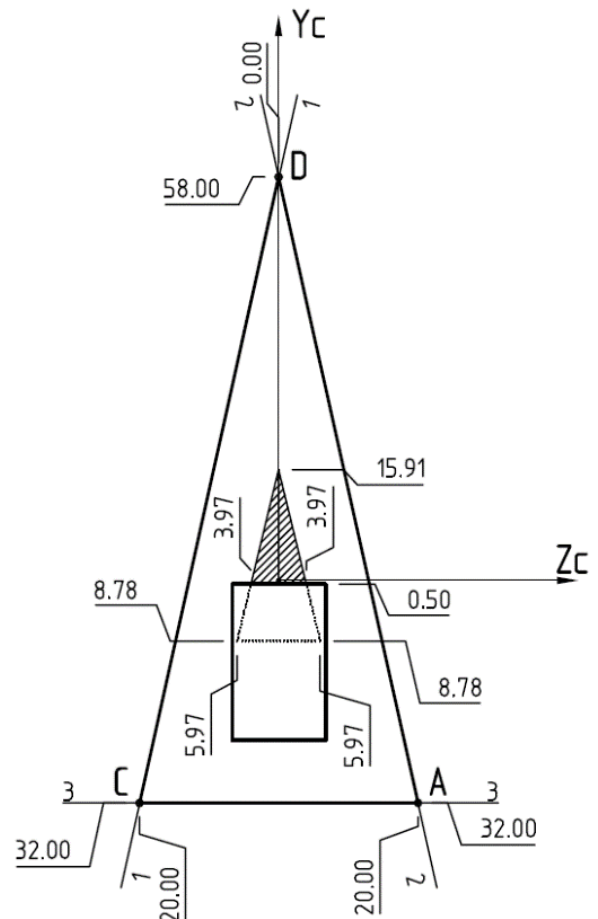


Рисунок Г.4. Ядро перерізу

Визначаємо напруження в точках  $C$  та  $D$  при прийнятому допустимому навантаженні:

$$\sigma_D = -\frac{27245 \times 3.05}{1498.5} = -55.45 \text{ МПа} \leq 148 \text{ МПа};$$

$$\sigma_C = -\frac{27245 \times (-1.43)}{1498.5} = 25.99 \leq 26 \text{ МПа}$$

Міцність забезпечена.

9. Побудова ядра перерізу.

Розглянемо положення нейтральної лінії 3-3. Візьмемо 2 точки  $C$  та  $A$  з координатами  $z, y$ :  $C(-20; -32)$ ;  $A(20; -32)$ .

Підставляємо координати точок в рівняння нульової лінії:

$$\begin{cases} 1 + \frac{z_3 z_C}{i_y^2} + \frac{y_3 y_C}{i_z^2} = 1 + \frac{z_3 \times (-20)}{0.77} + \frac{y_3 \times (-32)}{5.091} = 0 \\ 1 + \frac{z_3 z_A}{i_y^2} + \frac{y_3 y_A}{i_z^2} = 1 + \frac{z_3 \times 20}{0.77} + \frac{y_3 \times (-32)}{5.091} = 0 \end{cases}$$

Вирішуючи цю систему рівнянь з двома невідомими, отримуємо координати точки 3 – (0; 15.91).

Розглянемо положення нейтральної лінії 2-2. Візьмемо 2 точки А та D з координатами  $z, y$ :  $D(0;58)$ ;  $A(20;-32)$ .

Підставляємо координати точок в рівняння нульової лінії:

$$\begin{cases} 1 + \frac{z_3 z_D}{i_y^2} + \frac{y_3 y_D}{i_z^2} = 1 + \frac{z_3 \times 0}{0.77} + \frac{y_3 \times 58}{5.091} = 0 \\ 1 + \frac{z_3 z_A}{i_y^2} + \frac{y_3 y_A}{i_z^2} = 1 + \frac{z_3 \times 20}{0.77} + \frac{y_3 \times (-32)}{5.091} = 0 \end{cases}$$

Вирішуючи цю систему рівнянь з двома невідомими, отримуємо координати точки 2 – (-5.97; -8.78).

Координати точки 1 отримаємо з умови симетрії перерізу – (5.97; -8.78).

Координати ядра перерізу, що належить площині перерізу знаходимо з умови подібності трикутників:

$$\frac{(15.91 + 8.78)}{5.97} = \frac{(15.91 + (32 - (9 + 22.5)))}{z} \rightarrow z = 3.968 \text{ см}$$

Побудоване ядро перерізу зображено на рис. Г.4



Навчальне видання

## МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до самостійної роботи з дисципліни «Опір матеріалів в будівництві»  
для здобувачів вищої освіти спеціальності G19 «Будівництво та цивільна інженерія»  
(Електронне видання)

Укладачі:

Соколенко Костянтин Валерійович

Техн. Редактор  
Оригінал - макет

К. В. Соколенко  
К. В. Соколенко

Підписано до друку \_\_\_\_\_

Формат  $60 \times 84 \frac{1}{16}$ . Папір типограф. Гарнітура *Times*.

Друк офсетний. Умов. друк. арк. \_\_\_\_ . Обл.-вид.арк. \_\_\_\_ .

Тираж \_\_\_\_ прим. Вид. № \_\_\_\_ . Замовл. № \_\_\_\_ . Ціна договірна.

Видавництво СНУ ім. Володимира Даля

Адреса видавництва: Україна, 01042, м. Київ, вул. Іоанна Павла II, 17

Телефон: +38 (050) 218 04 78

E-mail: [izdat@snu.edu.ua](mailto:izdat@snu.edu.ua)