

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
СХІДНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
імені ВОЛОДИМИРА ДАЛЯ

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ  
до самостійної роботи з дисципліни  
«НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ, ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА  
ГРАФІКА»

Розділ 1 «Нарисна геометрія»

*(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
спеціальностей 131 Прикладна механіка, 133 Галузеве машинобудування)*

*Розділ 1 «Нарисна геометрія»*

*(Електронне видання)*

ЗАТВЕРДЖЕНО

на засіданні кафедри

машинобудування,

та прикладної механіки

Протокол № 5 від 08.12.2021 р.

Сєверодонецьк 2021

УДК 514.18 (075.8)

Методичні рекомендації до самостійної роботи з дисципліни «Нарисна геометрія інженерна та комп'ютерна графіка» Розділ 1 «Нарисна геометрія» (для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальностей 131 Прикладна механіка, 133 Галузеве машинобудування). (електронне видання) / Уклад.: О.В. Сергієнко. – Сєверодонецьк: вид-во СНУ ім. В. Даля, 2021. 32 с.

Наведено перелік розділів та тем, які винесені на самостійне опанування розділом «Нарисна геометрія» дисципліни «Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка», а також тем, що потребують поглибленого вивчення на основі знань, отриманих на лекціях та практичних заняттях. Також представлено перелік рекомендованої літератури та питання для самоконтролю.

Методичні рекомендації призначені для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальностей 131 Прикладна механіка, 133 Галузеве машинобудування та можуть бути корисними для здобувачів вищої освіти інших інженерних спеціальностей.

Укладач:

О.В. Сергієнко, к.т.н., доц.

Рецензент:

С.В. Кузьменко, к.т.н, доц.

© Сергієнко О.В., 2021

## ЗМІСТ

	Стор.
ВСТУП .....	4
ТЕМА 1. ЗАДАЧІ НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ. МЕТА І ВИДИ ПРОЕЦІЮВАННЯ. ПРОЕЦІЮВАННЯ ТОЧКИ.....	6
ТЕМА 2. ПРОЕЦІЮВАННЯ ПРЯМОЇ ЛІНІЇ .....	8
ТЕМА 3. ПЛОЩИНА. ПРОЕЦІЮВАННЯ ПЛОЩИНИ.....	11
ТЕМА 4. ВЗАЄМНЕ ПОЛОЖЕННЯ ДВОХ ПЛОЩИН.....	13
ТЕМА 5. ВЗАЄМНЕ ПОЛОЖЕННЯ ПРЯМОЇ ЛІНІЇ І ПЛОЩИНИ .	15
ТЕМА 6. СПОСОБИ ПЕРЕТВОРЕННЯ КОМПЛЕКСНОГО КРЕСЛЕНИКА .....	16
ТЕМА 7. ПРОЕЦІЮВАННЯ БАГАТОГРАННИКА. ПЕРЕТИН БАГАТОГРАННИКА ПЛОЩИНАМИ.....	18
ТЕМА 8. КРИВІ ЛІНІЇ. УТВОРЕННЯ КРИВИХ ПОВЕРХОНЬ .....	21
ТЕМА 9. ПЕРЕТИН КРИВИХ ПОВЕРХОНЬ ПЛОЩИНОЮ І ПРЯМОЮ ЛІНІЄЮ. РОЗГОРТКИ ПОВЕРХОНЬ.....	23
ТЕМА 10. ВЗАЄМНИЙ ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ .....	26
ТЕМА 11. АКСОНОМЕТРИЧНІ ПРОЕКЦІЇ .....	28
РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА .....	30

## ВСТУП

Дисципліна «Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка» є однією з обов'язкових дисциплін, яка вивчається здобувачами першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальностей 131 Прикладна механіка, 133 Галузеве машинобудування у першому та другому семестрі.

Метою викладання дисципліни є навчити студентів геометричному моделюванню об'єктів і процесів, надати їм знань, умінь і навичок, потрібних для виконання і читання креслеників різного призначення, як таких, що виконуються вручну, так і комп'ютерних, виконаних засобами сучасних САПР, складання інших геометричних моделей, а також розв'язування за рисунками, креслениками та моделями інженерно-геометричних задач, у тому числі й оптимізаційних.

Завданням дисципліни є:

- вивчення способів отримання зображень просторових форм;
- ознайомлення з теоретичними основами побудови зображень (у тому числі аксонометричні проєкції) точок, прямих, площин, та окремих видів ліній та поверхонь;
- отримання навиків рішення задач на взаємну приналежність та взаємний перетин геометричних фігур, а також на визначення дійсних величин геометричних фігур;
- вивчення способів побудови зображень простих предметів;
- отримання досвіду визначення геометричних форм деталей за їх зображеннями.

В результаті вивчення дисципліни студент повинен:

- знати: основні положення, пов'язані з методами побудови зображень геометричних фігур, властивостями проєкцій елементарних геометричних фігур: точки, прямої та площини, позиційними та метричними властивостями проєкцій пар елементарних геометричних фігур, основами параметризації елементарних геометричних фігур та умовами їх взаємного положення;

особливості конструювання об'єктів механічних систем і технологій з використанням вітчизняних, галузевих стандартів та інших нормативних документів.

- вміти: зображати геометричні фігури в проекційних системах; уявляти форму і положення геометричної фігури у просторі за її проекційним зображенням; за декартовими координатами точок об'єктів та його параметрами будувати зображення самого об'єкта; визначати взаємне положення двох елементарних геометричних фігур на рисунку; розв'язувати позиційні задачі з допомогою допоміжних перерізів, січних площин; обирати раціональні способи розв'язання метричних і позиційних задач; виконувати зображення складових елементів механічних систем і технологій, засобів і будов; виконувати зображення складових механізмів, обладнання і будов за вимогами державних стандартів; використовувати засоби інформаційних технологій проектування в задачах технічної підготовки виробництва.

Метою самостійної роботи за дисципліною є закріплення навчального матеріалу, отриманого на лекціях і практичних заняттях, з'ясування особливостей виконання індивідуальних графічних завдань, виконання цих завдань. У процесі самостійної роботи студентів надається можливість одержання консультації викладача по всьому навчальному матеріалу даної дисципліни.

Курс може бути корисним студентам за спеціальностями в галузі знань «13 Механічна інженерія», «14 Електрична інженерія», «15 Автоматизація та приладобудування», «16 Хімічна та біоінженерія», «18 Виробництво та технології», «19 Архітектура та будівництво», «27 Транспорт» а також майбутнім економістам, менеджерам та перекладачам, що планують працевлаштування на підприємства та фірми, діяльність яких пов'язана з машинобудівною галуззю знань.

## ТЕМА 1. ЗАДАЧІ НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ. МЕТА І ВИДИ ПРОЕЦІЮВАННЯ. ПРОЕЦІЮВАННЯ ТОЧКИ

*Зміст теми:*

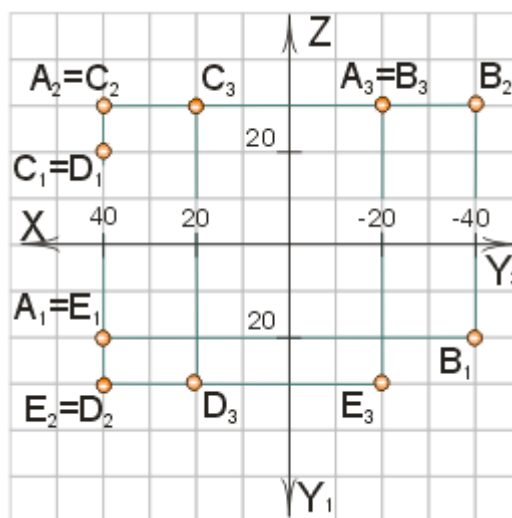
- 1.1 Основні задачі нарисної геометрії.
- 1.2 Види проєціювання. Центральне та паралельне проєціювання. Зворотність кресленика.
- 1.3 Проєціювання точки на 2 взаємно-перпендикулярні площини.
- 1.4 Проєціювання точки на 3 взаємно-перпендикулярні площини.
- 1.5 Комплексний кресленик точки.

### **1.6 Питання для самоконтролю**

1. У чому полягає предмет та метод досліджень нарисної геометрії?
2. Перелічіть основні завдання нарисної геометрії.
3. В чому полягає метод проєкцій?
4. Сформулюйте суть центрального проєкування точок на площину.
5. Сформулюйте суть паралельного ортогонального проєкування і перерахуйте його основні властивості.
6. Назвіть основні особливості проєкування точки на 2 і 3 взаємно-перпендикулярні площини (метод Г. Монжа).
7. Яким чином ділять простір 2 взаємно-перпендикулярні площини?
8. Яким чином ділять простір 3 взаємно-перпендикулярні площини?
9. Що таке комплексний кресленик точки?
10. Перелічіть три основних правила проєкційного зв'язку.
11. Яку частину простору називають чвертями, октантами? Скільки існує октантів і як їх позначають?
12. Які координати має точка в просторовій системі координат?
13. Якими способами можна побудувати третю проєкцію точки за двома її відомими?
14. У якій послідовності будують проєкції точки за її координатами?

### 1.7 Завдання для самостійної роботи

1. Побудувати три прямокутні проекції точки  $A(40, 0, 30)$ . Визначити, де знаходиться ця точка відносно площин проекцій.
2. Задано точку  $B(-30, -40, 50)$ . Побудувати три прямокутні проекції цієї точки. Визначити, в якому октанті знаходиться ця точка?
3. Побудувати точку  $E$ , яка знаходиться на однаковій відстані від трьох площин проекцій  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$ . Записати її координати.
4. Побудувати проекції точок  $A, B, C$  і  $D$  так, щоб: точка  $A$  лежала в площині  $\Pi_2$ ; точка  $B$  лежала в площині  $\Pi_1$ ; точка  $C$  лежала на вісі  $OY$ ; точка  $D$  була віддалена від  $\Pi_2$  на відстань  $30$  мм і рівновіддалена від  $\Pi_1$  і  $\Pi_3$ . (Величини координат вибирати довільно).
5. Яка з точок ( $A; B; C; D$  або  $E$ ) на комплексному кресленнику відповідає точці з координатами  $(-40, 20, 30)$ ?



Рекомендована література: [2, с. 15-25]; [3, с. 7-12]; [4]; [5, с. 8-18]; [6]; [7, с.51-60]; [9, с. 11-22]

## ТЕМА 2. ПРОЕЦІЮВАННЯ ПРЯМОЇ ЛІНІЇ

*Зміст теми:*

- 2.1 Проеціювання відрізка прямої лінії.
- 2.2 Класифікація прямих.
  - 2.2.1 Прямі рівня.
  - 2.2.2 Проеціювальні прямі.
  - 2.2.3 Прямі, що розташовані в площинах проекцій.
  - 2.2.4 Прямі загального положення. Визначення натуральної величини відрізка прямої загального положення.
- 2.3 Сліди прямої.
- 2.4 Взаємне положення точки і прямої. Розподілення відрізка прямої в заданому відношенні.
- 2.5 Взаємне положення двох прямих. Метод конкуруючих точок.
- 2.6 Проекції плоских кутів.

### **2.7 Питання для самоконтролю**

1. Як задається пряма лінія в нарисній геометрії? Як позначають пряму і її проекції?
2. Перерахуйте назви прямих залежно від їх положення по відношенню до площин проекцій.
3. Яка пряма називається прямою загального положення?
4. Які прямі називаються профільними прямими рівня?
5. Які прямі називаються проекціюючими?
6. Що таке слід прямої лінії?
7. Сформулюйте правила побудови слідів прямої лінії.
8. Назвіть умову приналежності точки прямій лінії.
9. Як визначають натуральну величину відрізка прямої загального положення та кути нахилу його до площин проекцій?.
10. Охарактеризуйте варіанти взаємного положення двох прямих.
11. Сформулюйте порядок визначення видимості ребер гранних

поверхонь методом конкуруючих точок.

12. Сформулюйте теорему про проектування прямого кута.

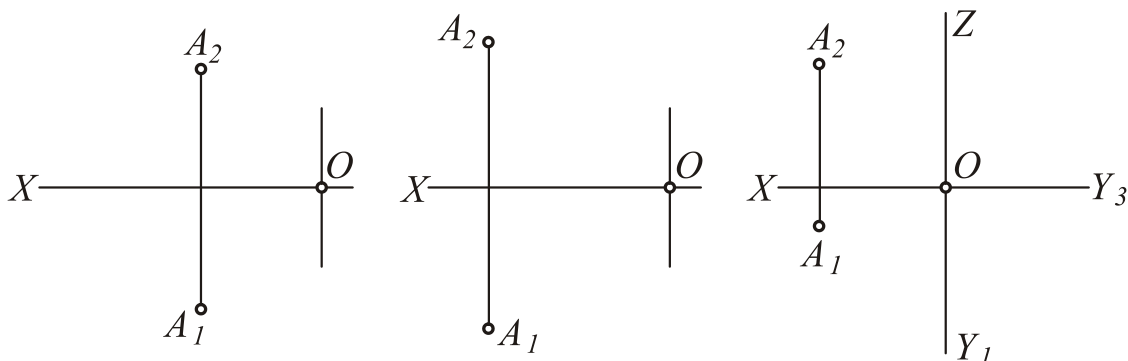
### 2.8 Завдання для самостійної роботи

1. Зобразити проєкції прямих довільної довжини, що проходять через точку  $A$  під заданими кутами до площин проєкцій. Записати назви цих прямих.

а)  $h \parallel \Pi_1; \beta = 45^\circ$

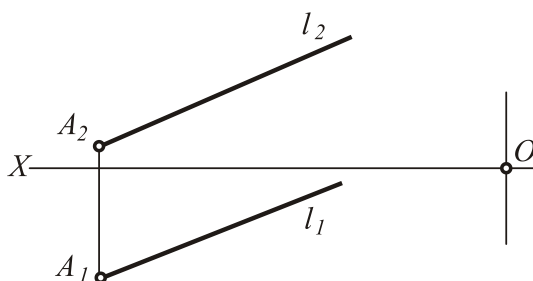
б)  $f \parallel \Pi_2; \alpha = 30^\circ$

в)  $p \parallel \Pi_3; \alpha = 60^\circ$

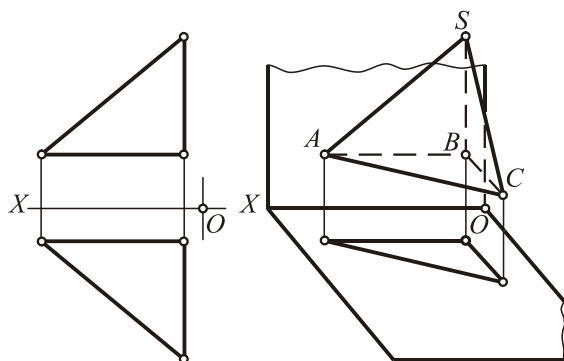


2. На прямій  $l$  від точки  $A$  відкласти відрізок  $AB$  довжиною  $30$  мм.

Знайти горизонтальний і фронтальний сліди прямої  $l$ .



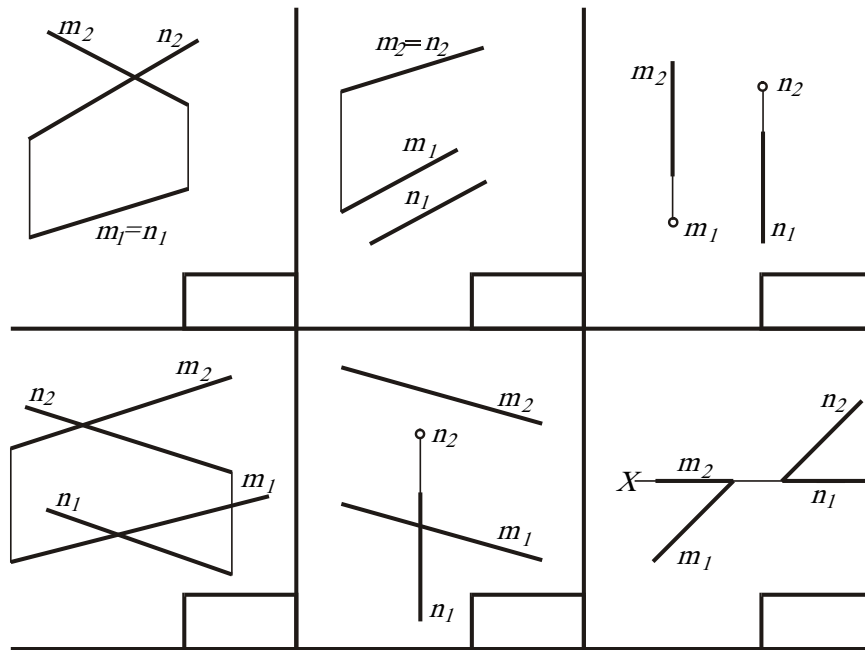
3. На комплексному рисунку позначити точками  $A, S, C, B$  проєкції вершин піраміди та записати у таблиці назви прямих (ребер) у залежності від їх положення відносно площин проєкцій.



$AB$	Пряма горизонтального рівня
$AC$	
$AS$	
$BC$	
$BS$	
$CS$	

4. Визначити взаємне розташування прямих  $m$  і  $n$  на кожному з рисунків.

(Записати символами, наприклад,  $a \parallel b$ ,  $a \cap b$ ,  $a \perp b$ ).



Таблиця 1

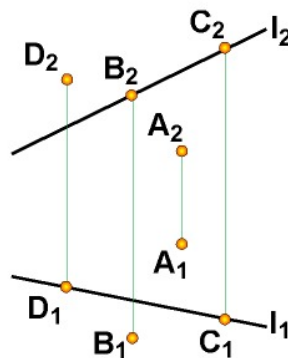
5. Дано: координати точок  $A$  і  $C$ , положення точки  $B$  (табл. 1).

Визначити:

1. Проекції точки  $B$  за умови, що  $X_A > X_B$ ;  $Y_A < Y_B$ .
2. Проекції трикутника  $ABC$ .
3. Сторону  $BC$  розділити точкою  $K$  в заданному відношенні.
4. Натуральну величину відрізка прямої  $[AC]$  та кут її нахилу до площини проєкцій  $\Pi_2$ .
5. Перпендикуляр з точки  $C$  до прямої  $AB$  та його сліди.

Точки	Координати		
	X	Y	Z
A	110	70	70
C	80	105	75
Положення точки B			
AB	$\beta$	$l_{AB}$ , мм	BK:KC
// $\Pi_1$	$45^\circ$	30	2:3

6. Визначити, яка з точок  $A, B, C, D$  належить прямій  $l$ .



Рекомендована література: [2, с. 25-39]; [3, с. 14-24]; [4]; [5, с. 19-30]; [7, с.61-78]; [9, с. 23-43]; [11].

### ТЕМА 3. ПЛОЩИНА. ПРОЕЦІЮВАННЯ ПЛОЩИНИ

*Зміст теми:*

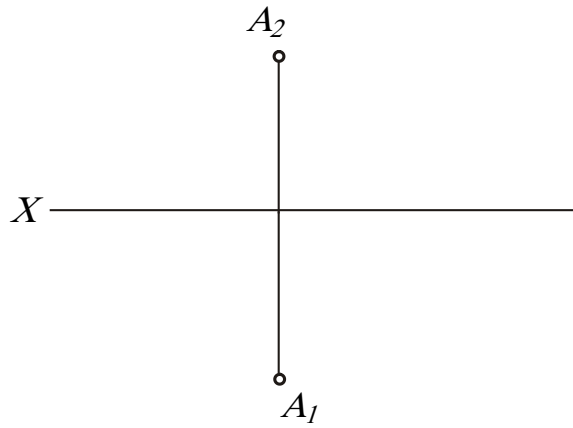
- 3.1 Площина. Способи завдання площин.
- 3.2 Приналежність точки і прямої лінії площині.
- 3.3 Класифікація площин.
- 3.4 Головні лінії площини.
- 3.5 Сліди площини.

#### **3.6 Питання для самоконтролю**

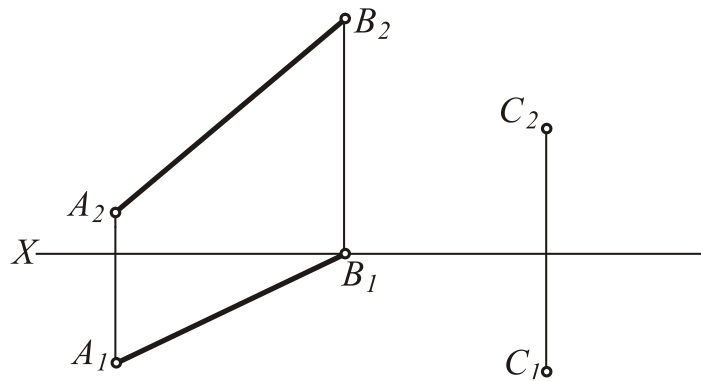
1. Назвіть способи завдання площин.
2. Назвіть площини в залежності від їх розташування по відношенню до площин проекцій.
3. Які площини називають площинами загального положення?
4. Скільки слідів має площина загального положення?
5. Перелічити і назвати площини особливого положення.
6. Які площини називають площинами рівня? Перелічити і назвати ці площини. Перелічити графічні характеристики цих площин.
7. Перелічіть випадки приналежності прямої і точки площині.
8. Які лінії є особливими (головними) лініями площини?
9. Що називають слідами площини? Як їх називають і позначають?
10. Які точки називають точками збігу слідів і як їх позначають?
11. Що називають слідом-проекцією площин окремого положення? Яка властивість слідів-проекцій?

#### **3.7 Завдання для самостійної роботи**

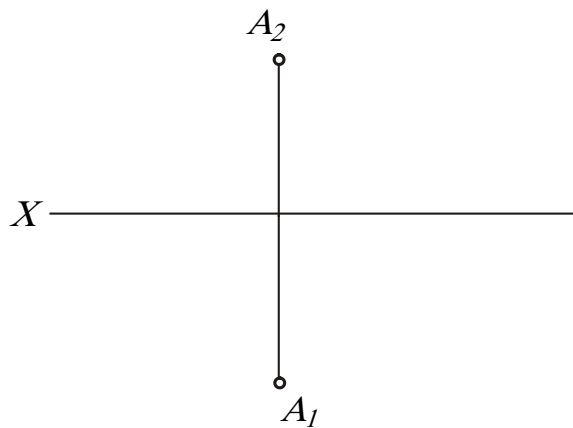
1. Через точку  $A (A_1, A_2)$  провести площину  $\Sigma(\triangle ABC) \parallel P_1$ . Координати точок  $B$  і  $C$  брати довільно. Позначити слід-проекцію площини  $\Sigma$ . Побудувати довільну точку  $K$  так, щоб вона належала площині  $\Sigma$  і була віддалена від  $P_2$  на відстань  $20$  мм.



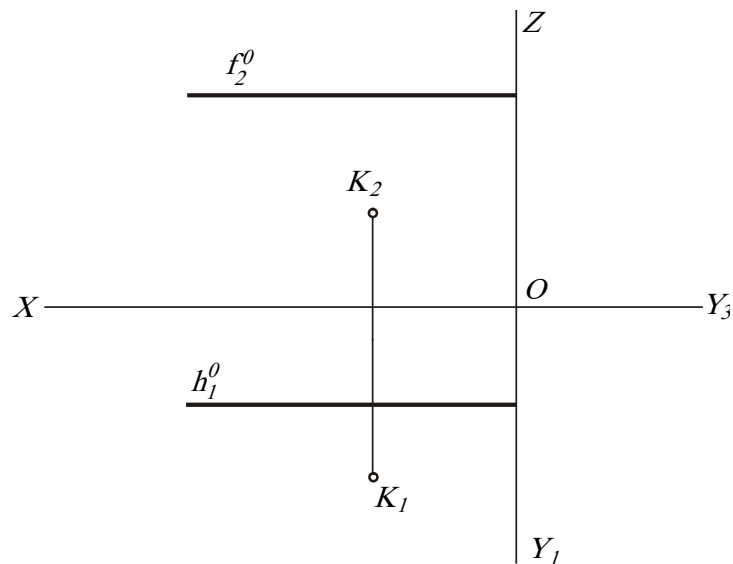
1. Задано площину  $\Sigma$  ( $AB, C$ ). Перезадати площину  $\Sigma$  її слідами, тобто  $\Sigma$  ( $h^0 \cap f^0$ ).



3. Через точку  $A$  ( $A_1, A_2$ ) побудувати довільну фронтально-проєціюючу площину  $\Sigma$  ( $h^0 \cap f^0$ ), нахилену до  $\Pi_1$  під кутом  $\alpha = 45^\circ$ . Побудувати у площині  $\Sigma$  точку  $K$ , віддалену від  $\Pi_1$  на  $25$  мм з довільною координатою  $Y$ .



4. Визначити, чи належить точка  $K$  профільно-проєціюючій площині  $\Sigma(h_1^0 || f_2^0)$ ?



Рекомендована література: [2, с. 42-60]; [3, с. 25-36]; [4]; [5, с. 31-46]; [7, с.81-94]; [9, с. 44-58]; [11].

#### **ТЕМА 4. ВЗАЄМНЕ ПОЛОЖЕННЯ ДВОХ ПЛОЩИН**

*Зміст теми:*

4.1 Огляд випадків взаємного положення двох площин.

4.2 Перетин площин.

4.3 Паралельність площин.

4.4 Взаємно перпендикулярні площини.

##### **4.5 Питання для самоконтролю**

1. Перелічіть умови паралельності площин.
2. Як провести площину через пряму паралельно заданій прямій?
3. Як провести через точку площину, паралельну заданій площині?
4. Розкажіть алгоритм побудови лінії перетину площин між собою.
5. Які площини-посередники використовуються для побудови лінії перетину площин і чому?
6. Побудуйте лінії перетину площин, у яких паралельні горизонтальні або фронтальні сліди?

7. Назвіть лінії, за якими площини загального положення перетинаються з площинами горизонтального і фронтального рівня.

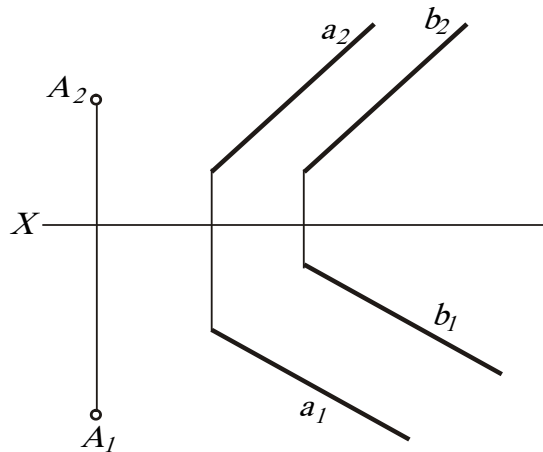
8. Де знаходяться проєкції лінії перетину горизонтально проєціюючої і фронтально проєціюючої площин?

9. Як називається лінія перетину двох горизонтально проєціюючих площин?

10. Як визначити видимість в разі перетину 2-х площин?

**4.6 Завдання для самостійної роботи**

1. Побудувати площину  $\theta(m \cap n)$ , що проходить через точку А паралельно до площин  $\Sigma(a \parallel b)$  і  $\Lambda(\Lambda_1)$ .



<p>2. Побудувати лінії перетину двох площин <math>\Sigma(h^0 \cap f^0) \cap \theta(h^{0'} \cap f^{0'})</math></p>	<p>3. Побудувати лінію перетину площин <math>\Sigma(\Delta ABC)</math> та <math>\Theta(f \cap h)</math>.</p>
<p>The diagram shows a horizontal line X. On the left, a plane <math>\Sigma</math> is defined by lines <math>f_2^0</math> and <math>h_1^0</math> above X, and <math>f_2^{0'}</math> and <math>h_1^{0'}</math> below X. On the right, a plane <math>\theta</math> is defined by lines <math>f_2^{0'}</math> and <math>h_1^{0'}</math> above X, and <math>f_2^0</math> and <math>h_1^0</math> below X. The intersection line is shown as a vertical line passing through the intersection of the horizontal projections of the lines.</p>	<p>The diagram shows a coordinate system with a horizontal line X and a vertical axis labeled 'x'. On the left, a triangle <math>\Delta ABC</math> is shown with vertices A1, B1, C1 below X and A2, B2, C2 above X. On the right, a plane <math>\Theta</math> is defined by lines f1, f2 above X and h1, h2 below X. The intersection line is shown as a vertical line passing through the intersection of the horizontal projections of the triangle's edges and the plane's lines.</p>

Рекомендована література: [2, с. 62-73]; [4]; [5, с. 47-53]; [7, с.95-104]; [9, с. 59-72]; [11].

## ТЕМА 5. ВЗАЄМНЕ ПОЛОЖЕННЯ ПРЯМОЇ ЛІНІЇ І ПЛОЩИНИ

*Зміст теми:*

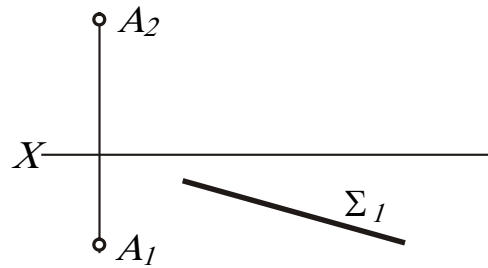
- 5.1 Перетин прямої лінії і площини.
- 5.2 Паралельність прямої лінії і площини.
- 5.3 Перпендикулярність прямої лінії і площини.
- 5.4 Побудова проєкцій кута між прямою лінією і площиною.

### **5.5 Питання для самоконтролю**

1. Назвіть умови паралельності прямої і площини.
2. Назвіть порядок (алгоритм побудов) для проведення прямої, паралельної двом площинам.
3. Вкажіть алгоритм побудови точки перетину прямої з площиною в загальному випадку.
4. Яка особливість побудови точки перетину прямої з проєкціювальними площинами?
5. Як визначити «видимість» геометричних елементів, що беруть участь в побудові точки перетину прямої з площиною?
6. Як провести через точку пряму, перпендикулярну до даної площини?
7. Як проводять на комплексному рисунку проєкції перпендикуляра через задану точку до заданої площини загального положення?
8. Як провести через задану точку площину, перпендикулярну до заданої прямої загального положення?
9. Як знайти відстань від точки до площини?
10. Як знайти відстань від точки до прямої загального положення?
11. Який алгоритм знаходження кута нахилу прямої лінії до заданої площини?

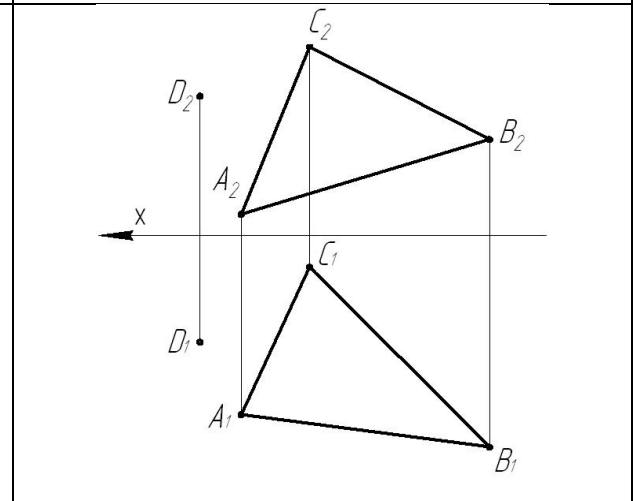
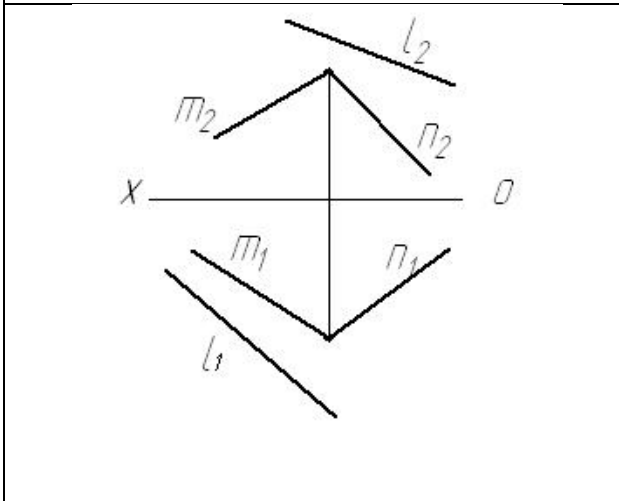
### **5.6 Завдання для самостійної роботи**

1. Через точку А провести пряму  $l$  ( $l_1, l_2$ ), паралельну заданій площині.



2. Визначити точку перетину прямої  $l$  з площиною  $\Sigma(m \cap n)$ .

3. Визначити відстань від точки  $D$  до площини  $\Sigma(\triangle ABC)$ .



Рекомендована література: [2, с. 62-73]; [4]; [5, с. 54-57]; [7, с.95-104]; [9, с. 73-86]; [11, с. 8-14].

## ТЕМА 6. СПОСОБИ ПЕРЕТВОРЕННЯ КОМПЛЕКСНОГО КРЕСЛЕНИКА

*Зміст теми:*

- 6.1 Спосіб заміни площин проєкцій.
- 6.2 Спосіб обертання.
- 6.3 Плоскопаралельне переміщення.
- 6.4 Обертання навколо ліній рівня.

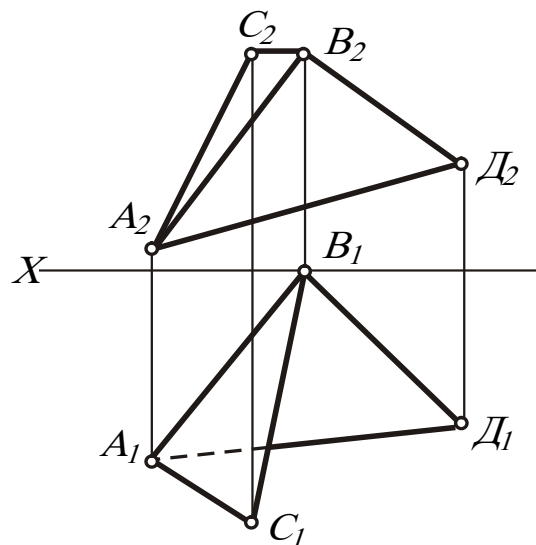
### **6.5 Питання для самоконтролю**

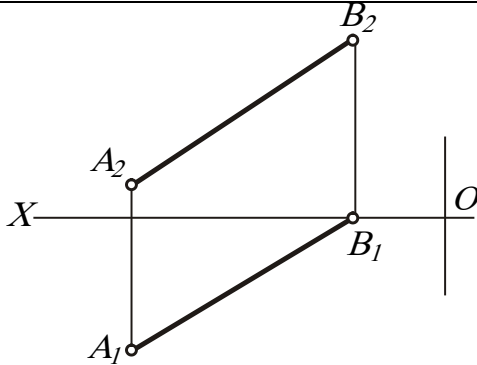
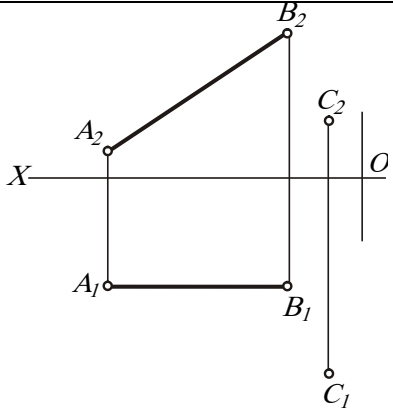
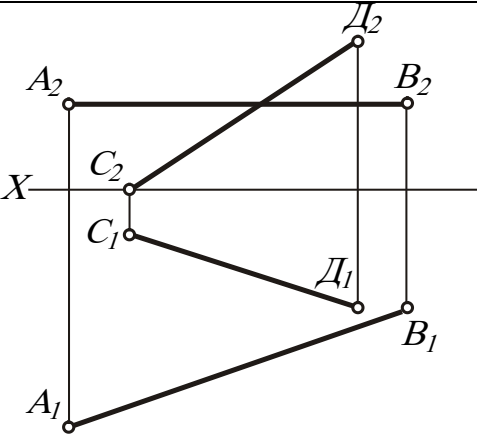
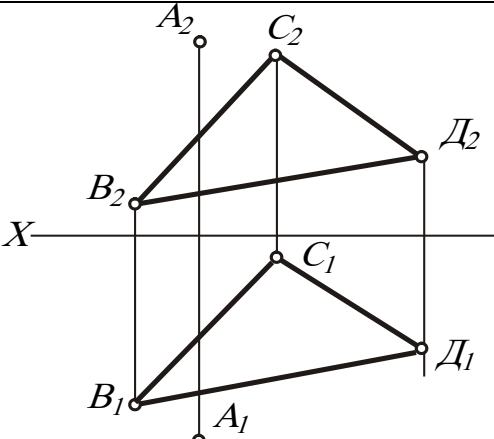
1. Назвіть способи обертання. У чому суть всіх способів обертання?

2. Чи можна шляхом повороту площини визначити кути її нахилу до  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$ ?
3. Що таке центр обертання точки при повороті її навколо деякої вісі?
4. В чому полягає перевага способу плоско-паралельного переміщення перед способом обертання навколо проєкціюючих вісей?
5. Що спільного між способом обертання навколо проєкціюючих осей і плоско-паралельним переміщенням?
6. У чому принципова відмінність способу заміни площин проєкцій від способів обертання?
7. Яке становище повинна зайняти площина  $\Pi_4$  по відношенню до  $\Pi_1$  при переході від системи  $\Pi_1/\Pi_2$  до системи  $\Pi_1/\Pi_4$ ?
8. Назвіть алгоритм побудов для перетворення прямої загального положення в проєкціюючу способом заміни площин проєкцій?
9. Які задачі нарисної геометрії можна розв'язати за допомогою одного паралельного переміщення?
10. Які задачі нарисної геометрії можна розв'язати за допомогою двох паралельних переміщень?

### 6.6 Завдання для самостійної роботи

1. Визначити величину двогранного кута  $\beta$  при ребрі  $AB$ .



<p>2. Способом заміни площин проєкцій визначити натуральну величину відрізка <math>AB</math> та кути нахилу його до площин проєкцій.</p>	<p>3. Способом заміни площин проєкцій визначити натуральну величину відстані точки <math>C</math> від відрізка <math>AB</math>.</p>
	
<p>4. Способом плоскопаралельного переміщення визначити відстань між відрізками <math>AB</math> і <math>CD</math>.</p>	<p>5. Способом обертання визначити натуральну величину відстані від точки <math>A</math> до площини <math>\Sigma(\triangle BCD)</math>.</p>
	

Рекомендована література: [2, с. 81-105]; [3, с. 48-65]; [5, с. 66-103]; [7, с.109-115]; [9, с. 87-98].

## ТЕМА 7. ПРОЕЦІЮВАННЯ БАГАТОГРАННИКА. ПЕРЕТИН БАГАТОГРАННИКА ПЛОЩИНАМИ

*Зміст теми:*

7.1 Проеціювання багатогранників.

7.2 Перетин багатогранників проєціюючими площинами.

7.3 Перетин багатогранників площинами загального положення.

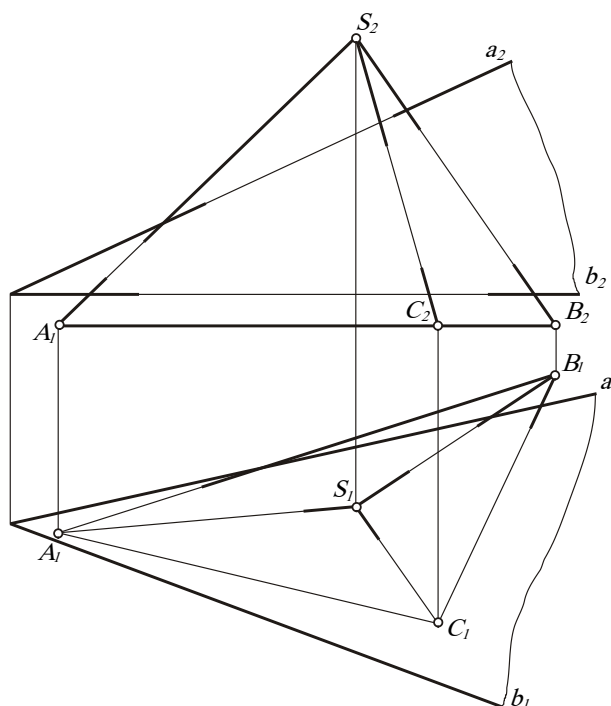
7.4 Перетин багатогранників з прямою лінією.

### 7.5 Питання для самоконтролю

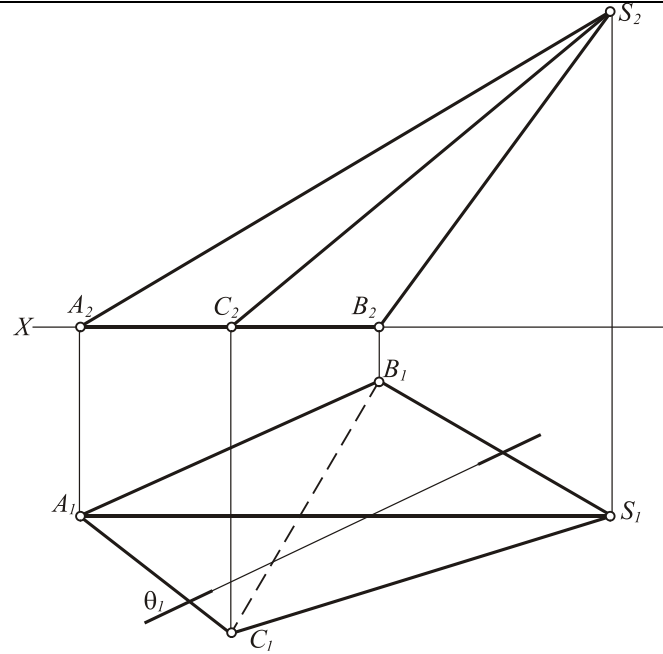
1. Що таке багатогранник?
2. Які види багатогранників Ви знаєте?
2. Які прості фігури перетину багатогранників можна отримати?
3. Сформулюйте суть «методу ребер» при побудові перетину гранних поверхонь площиною.
4. У якому випадку використовується «метод граней» при побудові перетину гранної поверхні?
5. Наведіть алгоритм рішення задачі на перетин багатогранника методом граней.
6. Наведіть алгоритм рішення задачі на перетин багатогранника методом ребер.

### 7.6 Завдання для самостійної роботи

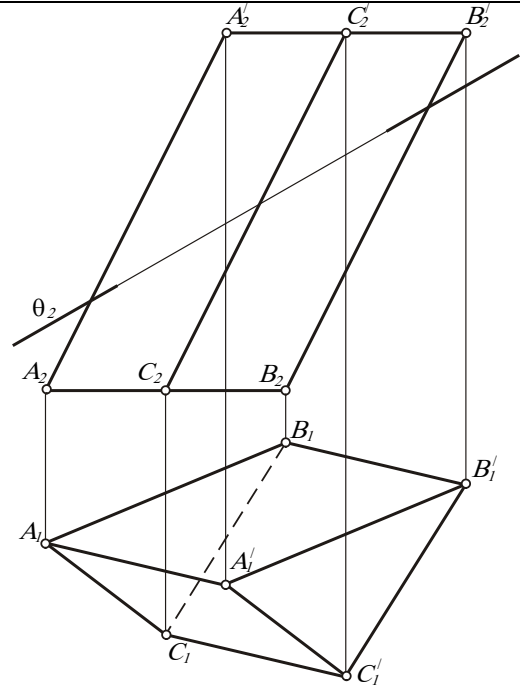
1. Дано пряму тригранну піраміду  $SABC$  і площину  $\Sigma(a \cap b)$ . Побудувати лінію перетину.



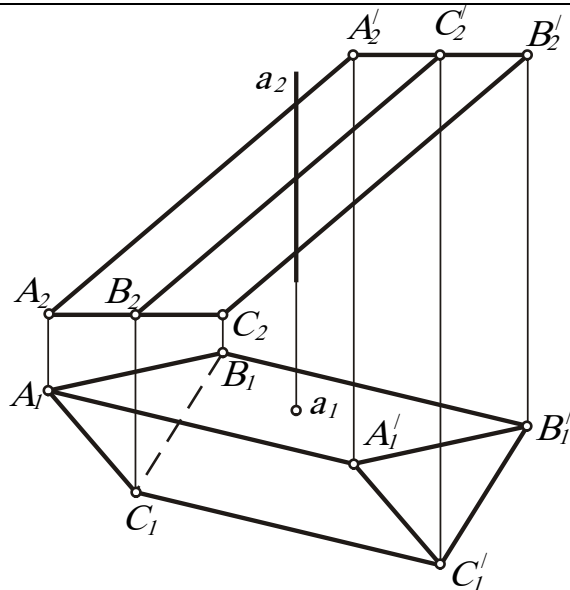
2. Побудувати лінію перетину похилої піраміди  $SABC$  горизонтально проєціюючою площиною  $\theta$  ( $\theta_1$ ).



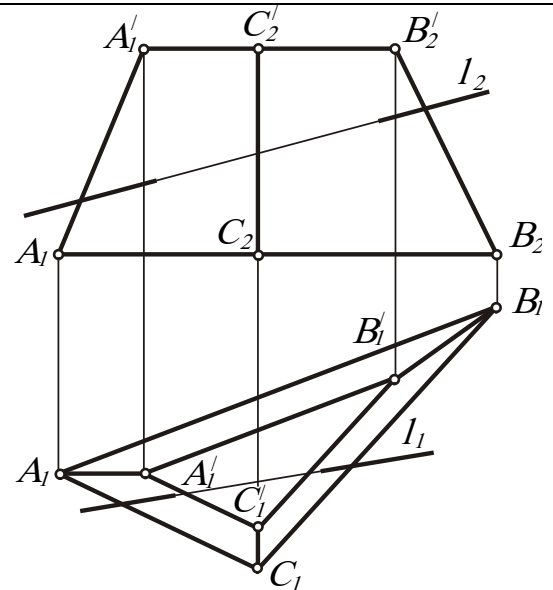
3. Побудувати лінію перетину похилої тригранної призми  $AA'/BB'/CC'$  фронтально-проєціюючою площиною  $\theta$  ( $\theta_2$ ).



4. Визначити точки перетину прямої  $a$  з поверхнею похилої тригранної призми  $ABCA'B'C'$ .



5. Визначити точки перетину прямої лінії  $l$  з поверхнею зрізаної тригранної піраміди.



Рекомендована література: [2, с. 107-123]; [4]; [7, с.123-126]; [9, с. 99-115].

## ТЕМА 8. КРИВІ ЛІНІЇ. УТВОРЕННЯ КРИВИХ ПОВЕРХОНЬ

*Зміст теми:*

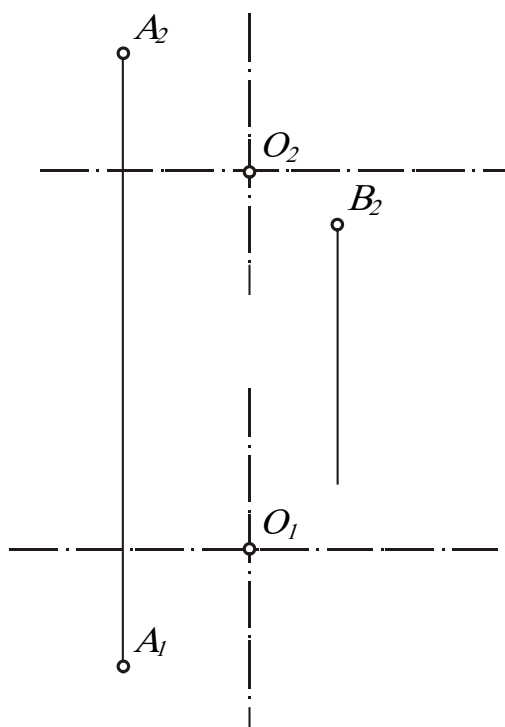
- 8.1 Криві лінії. Особливі точки кривої.
- 8.2 Класифікація кривих поверхонь.
- 8.3 Лінійчасті поверхні.
- 8.4 Поверхні з площиною паралелізма.
- 8.5 Поверхні обертання.
- 8.6 Гвинтові поверхні.

### **8.7 Питання для самоконтролю**

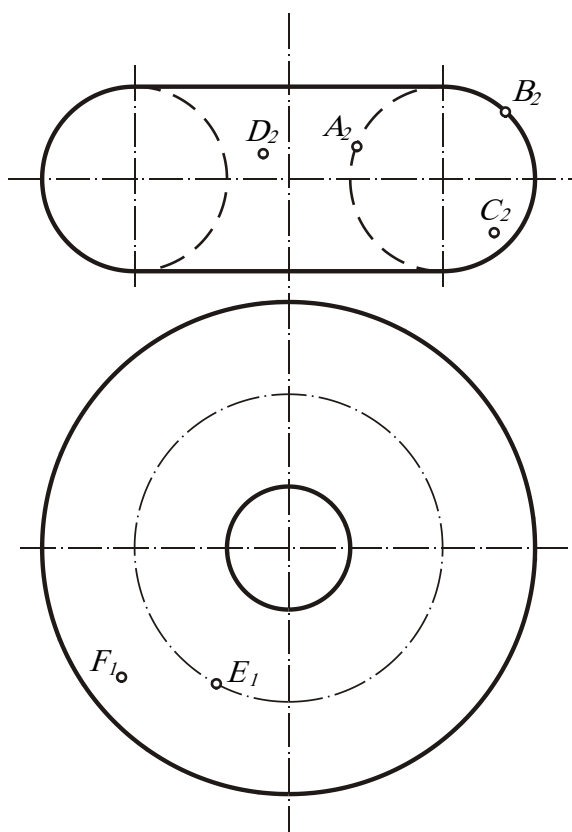
1. Як утворюється крива лінія?
2. Розкрийте поняття: січна, дотична, нормаль і кривина кривої лінії.
3. Які криві називають алгебраїчними? З якими з них ви найбільш часто зустрічаєтесь в побуті?
4. Які криві лінії називаються трансцендентними?
5. Як дізнатися з кресленика, що крива лінія плоска?
6. Що називається кривизною плоскої кривої в деякій її точці?
7. Чим відрізняється плоска крива лінія від просторової?
8. Як утворюється циліндрична гвинтова лінія?
9. Які параметри визначають циліндричну гвинтову лінію?
10. Що називається кроком гвинтової лінії?
11. Які плоскі криві є проєкціями циліндричної та конічної гвинтових ліній?

### **8.8 Завдання для самостійної роботи**

1. Задано сферу  $\Phi(O, A)$ , де точка  $O$  ( $O_1, O_2$ ) – центр сфери і точка  $A$  ( $A_1, A_2$ ), що належить її поверхні. Побудувати проєкції сфери. Знайти горизонтальну проєкцію  $B_1$  точки, що належить поверхні сфери.



2. Задано поверхню тора. Побудувати відсутні проекції точок, що належать його поверхні.



Рекомендована література: [2, с. 125-156]; [3, с. 66-105]; [4]; [5, с. 104-125]; [7, с.127-132]; [9, с. 116-134].

## ТЕМА 9. ПЕРЕТИН КРИВИХ ПОВЕРХОНЬ ПЛОЩИНОЮ І ПРЯМОЮ ЛІНІЄЮ. РОЗГОРТКИ ПОВЕРХОНЬ

*Зміст теми:*

9.1 Перетин кривих поверхонь площинами.

9.2 Конічні перетини.

9.3 Перетин прямої лінії з поверхнею.

9.4 Загальні відомості про розгортки. Розгортання гранних поверхонь.

9.5 Розгортання кривих поверхонь.

### **9.6 Питання для самоконтролю**

1. Які найпростіші фігури можна отримати при перетині циліндра площиною і за яких умов?

2. Які найпростіші фігури можна отримати при перетині конуса площиною і за яких умов?

3. Які площини використовуються при побудові точок перетину поверхонь прямими лініями?

4. Які вимоги пред'являються до площин-посередників при побудові точок перетину прямої з поверхнею обертання?

5. В якій послідовності проводиться побудова точок перетину прямої з поверхнею обертання?

6. Як провести допоміжну січну площину при перетині конуса прямою лінією, щоб в перерізі отримати просту лінію?

7. В якому випадку можна для спрощення завдання побудови точок проникнення використовувати спосіб заміни площин проєкцій?

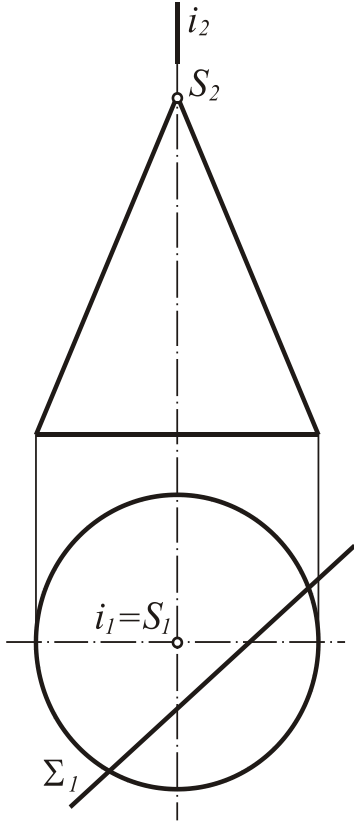
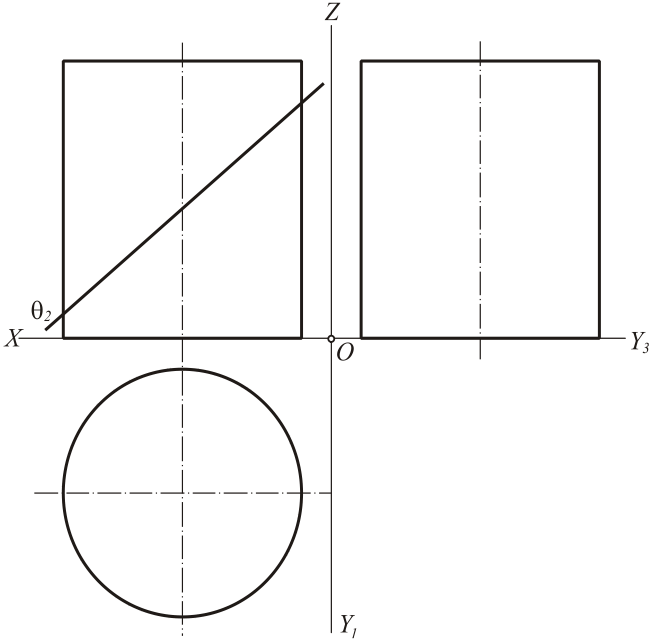
8. Яку площину-посередник доцільно використовувати при побудові точок перетину прямої загального положення з похилим циліндром?

9. Який посередник раціонально використати, щоб знайти точки перетину прямої загального положення з прямим конусом?

10. Який спосіб використовують для розв'язання задачі на визначення точок перетину прямої загального положення з поверхнею сфери?

11. Які поверхні вважаються тими, що розгортаються?
12. Чи можливо отримати розгортку поверхні, що не розгортається?
13. У чому полягає метод триангуляції?
14. Які способи отримання розгорток Ви знаєте?

### 9.7 Завдання для самостійної роботи

<p>1. Побудувати лінію перетину прямого конуса обертання горизонтально-проєціюючою площиною <math>\Sigma(\Sigma_1)</math> (рис. 1).</p>	<p>2. Побудувати в трьох проєкціях лінію перетину поверхні прямого циліндра фронтально-проєціюючою площиною <math>\theta(\theta_2)</math> (рис. 2).</p>
 <p style="text-align: center;">Рисунок 1</p>	 <p style="text-align: center;">Рисунок 2</p>
<p>3. Визначити точки перетину горизонтально-проєціюючої прямої <math>a</math> з поверхнею прямого конуса (рис.3).</p>	<p>4. Визначити точки перетину прямих <math>a</math> і <math>b</math> з поверхнею сфери (рис. 4).</p>

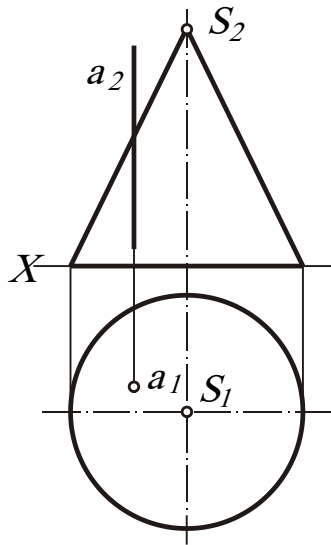


Рисунок 3

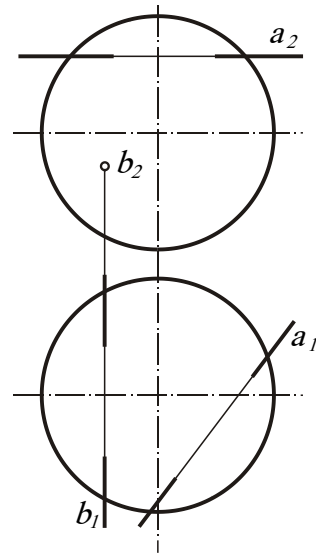


Рисунок 4

5. Побудувати натуральну величину нормального перерізу похилої тригранної призми та побудувати розгортку повної її поверхні (рис. 5).

6. Побудувати розгортку повної поверхні прямого конуса. На розгортці знайти місце положення точок М, К і N (рис. 6).

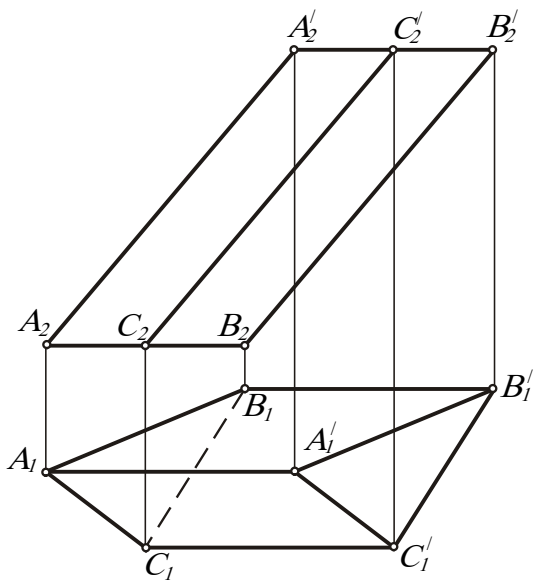


Рисунок 5

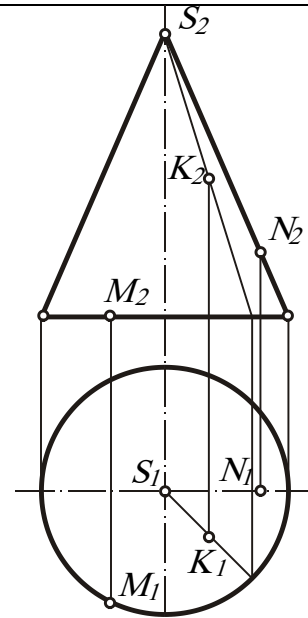


Рисунок 6

Рекомендована література: [2, с. 135-156]; [3, с. 76-105]; [4]; [5, с. 114-125]; [7, с.127-132]; [9, с. 135-154].

## ТЕМА 10. ВЗАЄМНИЙ ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ

*Зміст теми:*

10.1 Взаємний перетин багатогранників.

10.2 Взаємний перетин кривих поверхонь. Метод допоміжних січних площин рівня.

10.3 Застосування допоміжних січних сфер.

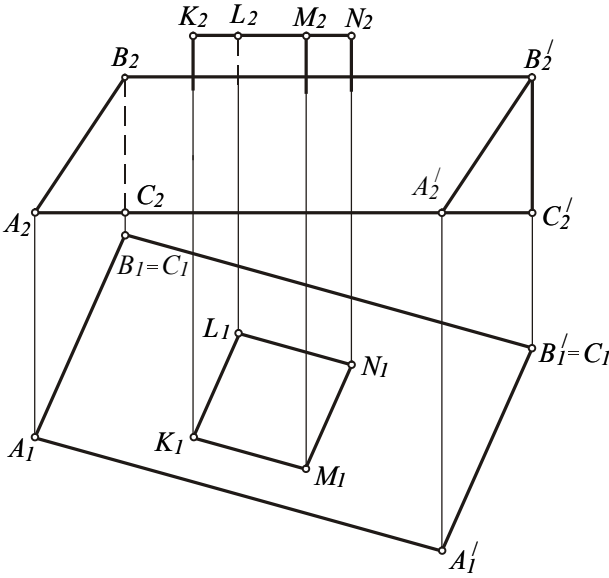
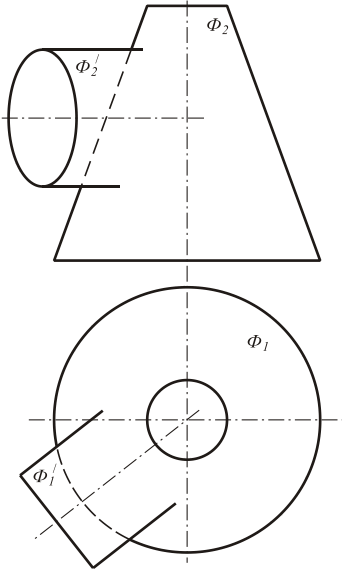
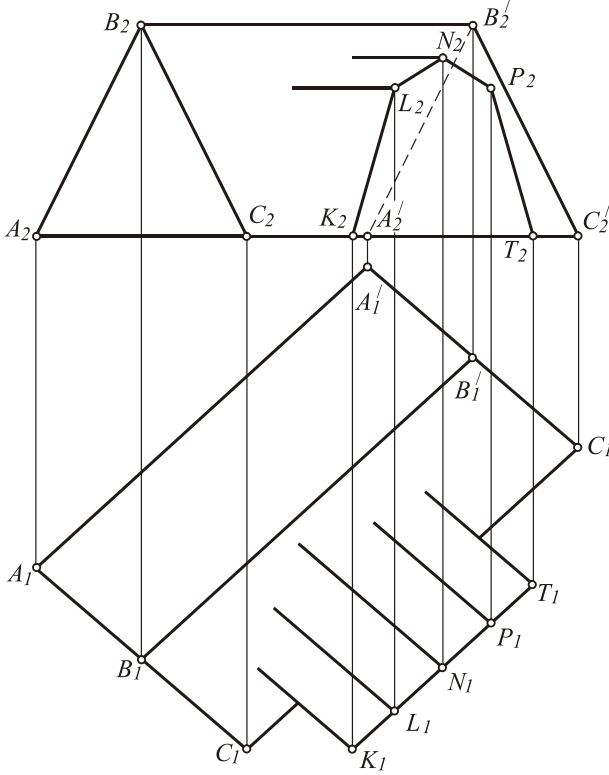
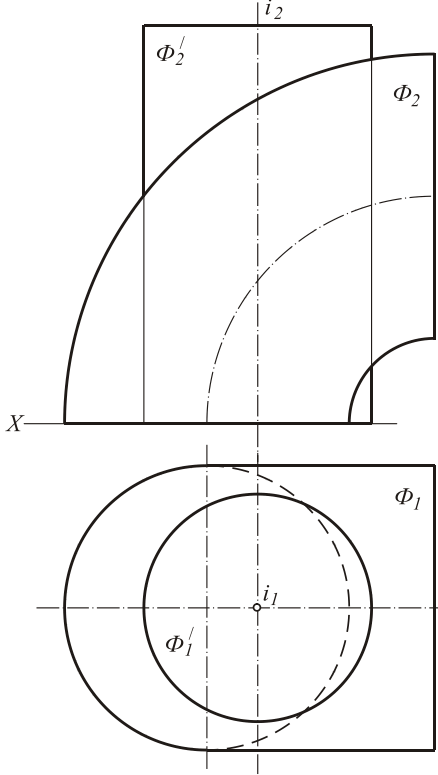
10.4 Побудова лінії перетину поверхонь з допомогою площин загального положення.

10.5 Особливі випадки перетину поверхонь.

### ***10.6 Питання для самоконтролю***

1. Як знаходять точки лінії перетину двох поверхонь між собою?
2. Які посередники використовують, щоб знайти лінію перетину поверхонь?
3. Як знаходять лінію перетину двох багатогранників?
4. Що уявляє собою лінія перетину двох багатогранників?
5. Що уявляє собою схема проф. Ананова Д.Г. і як вона використовується для з'єднання точок лінії перетину двох багатогранників?
6. Які посередники використовують для визначення точок лінії перетину двох кривих поверхонь?
7. За яких умов знаходять точки перетину безпосередньо на перетині контурних твірних даних поверхонь?
8. Яким способом користуються для знаходження вищої точки лінії перетину, якщо осі поверхонь не лежать у площині, паралельній одній із площин проєкцій?
9. Як знаходять мінімальний радіус сфери при перетині двох поверхонь другого порядку, осі яких перетинаються між собою і лежать в одній площині, паралельній площині проєкцій?
10. В яких випадках використовують метод ексцентричних сфер? Як знаходять центри і радіуси таких сфер?

### 10.7 Завдання для самостійної роботи

<p>1. Побудувати проєкції лінії взаємного перетину поверхонь двох призм.</p>	<p>2. Побудувати лінію перетину поверхонь <math>\Phi</math> і <math>\Phi'</math>.</p>
	
<p>3. Побудувати проєкції лінії взаємного перетину поверхонь двох геометричних тіл.</p>	<p>4. Побудувати лінію перетину кільця <math>\Phi</math> з поверхнею циліндра <math>\Phi'</math>.</p>
	

Рекомендована література: [2, с. 194-225]; [3, с. 126-149]; [5, с. 126-147]; [7, с.145-157]; [9, с. 155-171].

## ТЕМА 11. АКСОНОМЕТРИЧНІ ПРОЕКЦІЇ

*Зміст теми:*

11.1 Загальні відомості про наочні зображення.

11.2 Ізометричні і диметричні проекції.

11.3 Приклад виконання наочних зображень.

### ***11.4 Питання для самоконтролю***

1. Які проекції називаються аксонометричними?
2. У чому подібність аксонометричних проекцій?
3. Що називають коефіцієнтом спотворення в аксонометричних проекціях?
4. Як відбувається проєціювання об'єкта на аксонометричну площину проекцій?
5. Які аксонометричні проекції існують у залежності від коефіцієнтів спотворення?
6. Які коефіцієнти спотворення по осях координат в прямокутній ізометричній проекції?
7. Під яким кутом проводять аксонометричні осі в прямокутній диметрії?
8. Які коефіцієнти спотворення прийняті в прямокутній диметрії?

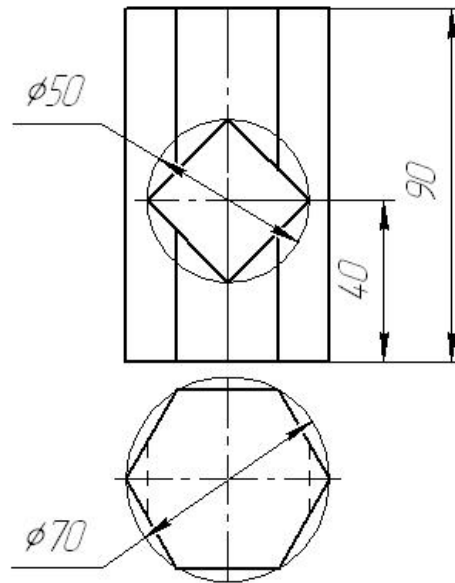
### ***11.5 Завдання для самостійної роботи***

1. Побудувати плоску криву лінію ABCDEFGH в прямокутній ізометрії з побудовою і використанням вторинної проекції цієї лінії. Координати точок: A (80, 20, 25), B (60, 15, 30), C (34, 20, 47), D (20, 28, 60), E (15, 42, 65), F (20, 56, 65), G (34, 70, 60), H (60, 80, 54).

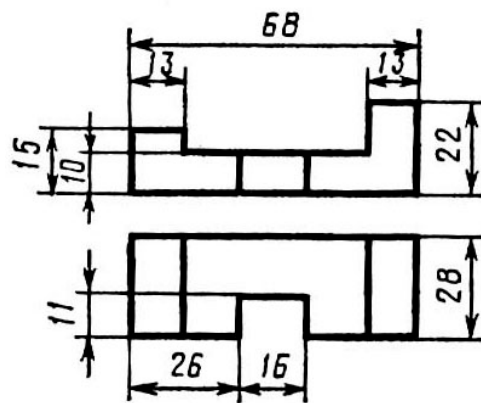
2. Побудувати три проекції шестикутника в прямокутній ізометрії, який вписаний в коло з діаметром 60 мм. Центри аксонометричних проекцій шестикутника  $E'$  ( $E_1'$ ,  $E_2'$ ,  $E_3'$ ) розташовані на відповідних осях аксонометричної проекції і віддалені від початку координат O на відстані 65 мм.

3. Побудувати три проекції кола з діаметром 55 мм на три площини проекцій прямокутної диметрії.

4. Побудувати три проекції призми з наскрізним отвором та її аксонометричну проекцію.



5. За двома проекціями геометричного тіла побудувати його аксонометричну проекцію.



Рекомендована література: [2, с. 234-257]; [5, с. 173-184]; [7, с.116-122]; [9, с. 172-183]; [11]; [13]; [14].

## РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя: в 3 т. / под ред. И.Н. Жестковой. 8-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 2001. ил.
2. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. М.: Наука., 1988. 272 с.
3. Курс нарисної геометрії: навчальний посібник. / О.М.Джеджула, С.І.Кормановський, А.В.Спірін, М.В.Пятак, А.Й.Островський. Вінниця: ВНАУ, 2011. 200 с.
4. Нарисна геометрія та інженерна графіка: навчальний посібник до самостійної роботи для студентів інженерно-технічних спеціальностей денної та заочної форм навчання / С. С. Красовський [та ін.]. – Краматорськ: ДДМА, 2016. 120 с.
5. Ткаченко В.П., Тищенко Ю.А., Суховерхов В.К. Нарисна геометрія: навчальний посібник. Луганськ: СНУ ім. В. Даля, 2004. 192 с.
6. Буда А. Г., Гречанюк М. С. Креслення. Елементи нарисної геометрії та проєкційне креслення: навчальний посібник – Вінниця: ВНТУ, 2018. 112 с.
7. Куликов В.П., Кузин А.В. Инженерная графика: учебник. 3-е изд., испр. М.: Форум, 2009. 368 с.
8. Федоренко В.А., Шошин А.И. Справочник по машиностроительному черчению / под ред. Г.Н. Поповой. 14е изд., перераб. и доп. Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1983. 416 с.
9. Конспект лекцій з дисципліни «Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка» (для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальностей 131 Прикладна механіка, 133 Галузеве машинобудування). Розділ 1 «Нарисна геометрія» (електронне видання) / укладач: О.В. Сергієнко. Сєверодонецьк: СНУ ім. В. Даля, 2021. 184 с.
10. Методичні вказівки до практичних занять з інженерної графіки. Тема: «Геометричні побудови» (для студентів інженерно-технічних напрямів

підготовки) / Укл. О.В.Сергієнко. – Сєверодонецьк: СНУ ім. В. Даля, 2016. 40 с.

11. Методичні вказівки і учбові завдання з нарисної геометрії (для студентів всіх спеціальностей) / Укл.: Г. Я. Шаповалова, В. П. Щербенко, О.В.Сергієнко. Луганськ: СНУ ім. В. Даля, 2010. 40 с.

12. ДСТУ ГОСТ 2.001:2006 Єдина система конструкторської документації. Загальні положення. Вид. офіц. Київ, 2006.

13. ДСТУ ISO 5456-3:2006 Кресленики технічні. Методи проєціювання. Частина 3. Аксонометричні зображення (ISO 5456-3:1996, IDT). Вид. офіц. Київ, 2006.

14. ДСТУ ГОСТ 2.317:2014 ЄСКД. Аксонометричні проєкції (ГОСТ 2.317-2011, IDT). Вид. офіц. Київ, 2014.

Навчальне видання

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ  
до самостійної роботи з дисципліни  
«НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ, ІНЖЕНЕРНА ТА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА»  
(для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальностей  
131 Прикладна механіка, 133 Галузеве машинобудування)  
Розділ 1 «Нарисна геометрія»  
(Електронне видання)

Укладач:

Сергієнко Оксана Вікторівна

Оригінал-макет

О.В. Сергієнко

Підписано до друку \_\_\_\_\_

Формат 60x84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Папір типограф. Гарнітура Times

Друк офсетний. Умов.друк.арк. \_\_\_\_\_. Облік.видавн.арк. \_\_\_\_\_

Наклад \_\_\_\_\_ прим. Вид.№ \_\_\_\_\_ Замовл.№ \_\_\_\_\_ Безкоштовно

Видавництво: Східноукраїнського національного університету  
імені Володимира Даля

Адреса видавництва: 93400, м. Северодонецьк, Луганська обл.

пр. Центральний, 59а, головний корпус

телефон: +38 (050) 218 04 78, факс (06452) 4 03 42

E-mail: [vidavnictvosnu.ua@gmail.com](mailto:vidavnictvosnu.ua@gmail.com)