

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
СХІДНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
імені ВОЛОДИМИРА ДАЛЯ

Методичні рекомендації до лабораторних робіт

з дисципліни

«МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ»

Частина II

*(для здобувачів вищої освіти спеціальності 141 «Електроенергетика,  
електротехніка та електромеханіка»)*

*(Електронне видання)*

ЗАТВЕРДЖЕНО

на засіданні кафедри

електричної інженерії

Протокол № 7 від 18.01.2024 р.

Київ – 2024

Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисципліни «Моделювання електромеханічних систем» Частина II (для здобувачів вищої освіти спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка») // Укладачі: Є.С. Руднєв, Ю.А. Романченко – Київ: Вид-во СНУ ім. В. Даля, 2024. – 56с.

Методичні вказівки призначені для здобувачів вищої освіти спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» та можуть бути корисними для здобувачів вищої освіти інших інженерних спеціальностей.

Методичні вказівки містять рекомендації для виконання лабораторних робіт з дисципліни Моделювання електромеханічних систем з використанням пакету MATLAB (Simulink, Control System Toolbox, SimPowerSistem) за наступними темами: «Розв'язування звичайних диференціальних рівнянь», «Розв'язування систем диференціальних рівнянь», «Засоби системи MATLAB для аналізу та синтезу систем керування», «Методика зняття часових і частотних характеристик лінійних динамічних систем. Типові впливи».

Укладачі

Є. С. Руднєв, д.т.н., доц.

Ю. А. Романченко, к.т.н., доц.

Рецензент

М.О. Морнева, к.т.н., доц.

## ЗМІСТ

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4.	
Розв'язування звичайних диференціальних рівнянь.....	4
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5.	
Розв'язування систем диференціальних рівнянь .....	25
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №6.	
Засоби системи MATLAB для аналізу та синтезу систем керування.....	33
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №7.	
Методика зняття часових і частотних характеристик лінійних динамічних систем. Типові впливи.....	40
РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА.....	51
ДОДАТОК А.....	52

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4

### РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

**Мета роботи:** ознайомитися зі способами структурного представлення диференціальних рівнянь. Навчитися знаходити розв'язки диференціальних рівнянь шляхом структурного моделювання в додатку Simulink пакета MATLAB.

#### 4.1 Теоретична підготовка

Математичний опис лінійного динамічного об'єкта може бути представлено:

- лінійним диференціальним рівнянням високого порядку (скалярним ДР);
- системою лінійних диференціальних рівнянь (матричним ДР);
- структурною схемою.

Потрібно розв'язати лінійне диференціальне рівняння порядку  $n$

$$x^{(n)} + a_{n-1}x^{(n-1)} + \dots + a_2x'' + a_1x' + a_0x = b_0y, \quad (4.1)$$

де відомі всі коефіцієнти  $(a_i, b_0)$ , зовнішній вхідний вплив  $(y)$  і початкові значення вихідної координати  $x$  та її  $(n-1)$  похідних:  $x(0), x'(0) \dots x^{(n-1)}(0)$ .

Нагадаємо, що рішенням є процес  $x(t)$ .

У даній лабораторній роботі розв'язок рівняння (4.1) потрібно знайти шляхом структурного моделювання у додатку Simulink пакета MATLAB. Для цього рівняння (4.1) має бути представлено еквівалентною структурною схемою (третій варіант опису).

*Структура* – це графічне представлення об'єкта у вигляді динамічних ланок і зв'язків між ними.

Одне ДР може бути представлено кількома структурами, що відображають його фізику. Для розв'язання ДР воно, як правило, представляється однією зі структур зі зниженням порядку похідної. У таких структурах "вирішальними" блоками є інтегратори.

Розглянемо два найпоширеніші способи подання ДР структурною схемою.

### 1 спосіб. Структура із загальним суматором

Запишемо рівняння (4.1) відносно старшої похідної

$$x^{(n)} = b_0 y - a_{n-1} x^{(n-1)} - \dots - a_2 x'' - a_1 x' - a_0 x. \quad (4.2)$$

Цьому рівнянню відповідає структура, наведена на рис. 4.1. Як бачимо, вона містить  $n$  інтеграторів, на перший з яких подається сума, що відповідає правій частині рівняння (4.2). Ланцюжком із  $n$  послідовно з'єднаних інтеграторів здійснюється зниження порядку добудової шуканого сигналу. На виході останнього інтегратора маємо шукану координату  $x$ .

Початкові значення вихідної координати та її похідних задаються як початкові умови (ПУ) відповідних інтеграторів.

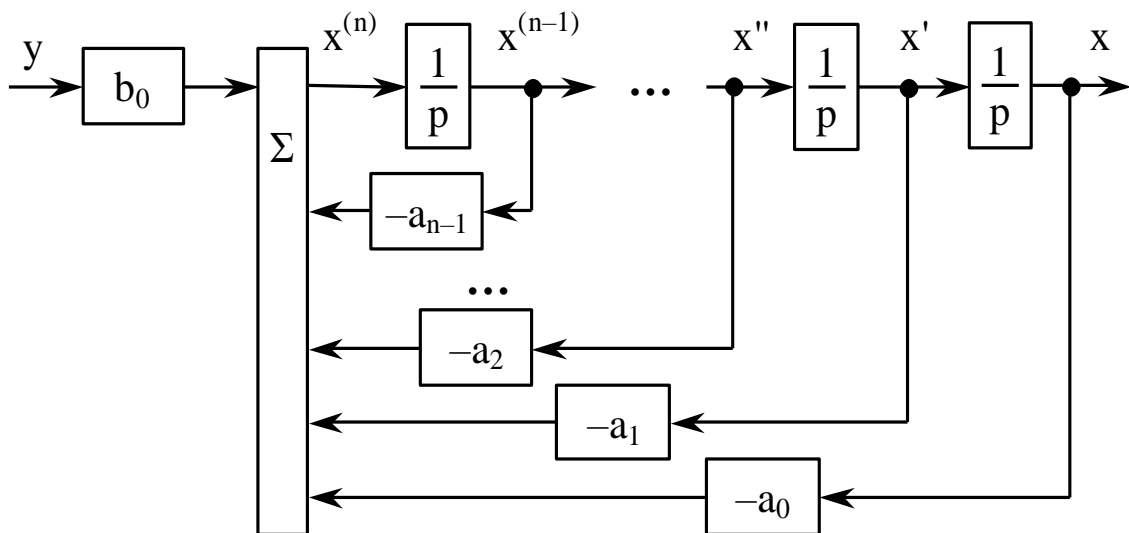


Рисунок 4.1 – Структура ДР із загальним суматором

Рівняння (4.2) можна подати системою лінійних диференціальних рівнянь. Введемо нові змінні стану

$$\begin{cases} z_1 = x; \\ z_2 = x'; \\ \dots \\ z_n = x^{(n-1)}. \end{cases}$$

Таким чином, системі (4.2) відповідатиме система з  $n$  ДР, позначивши  $\frac{d}{dt}$  оператором диференціювання  $p$ ,

$$\begin{cases} pz_1 = z_2 \\ pz_2 = z_3 \\ \dots \\ pz_{n-1} = z_n \\ pz_n = -a_0z_1 - a_1z_2 - \dots - a_{n-1}z_n + b_0y \end{cases} \quad (4.3)$$

Або в матричному вигляді<sup>1</sup>

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \vdots \\ \dot{z}_{n-1} \\ \dot{z}_n \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{n-1} \\ z_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix} y \quad (4.4)$$

Наприклад, для конкретного ДР 3-го порядку

$$a_3x''' + a_2x'' + a_1x' + a_0x = b_0y \quad (4.5)$$

з початковими умовами  $x''(0)$ ,  $x'(0)$ ,  $x(0)$ .

Рівняння відносно старшої похідної матиме вигляд

$$x''' = \frac{b_0}{a_3} y - \frac{a_2}{a_3} x'' - \frac{a_1}{a_3} x' - \frac{a_0}{a_3} x.$$

Відповідну структуру наведено на рис. 4.2. Над інтеграторами вказано значення початкових умов.

<sup>1</sup> Форма запису (4.3) об'єкта запропонована Фробеніусом, тому матриця  $\mathbf{A}$  називається *матрицею Фробеніуса* або *матрицею супроводження*.

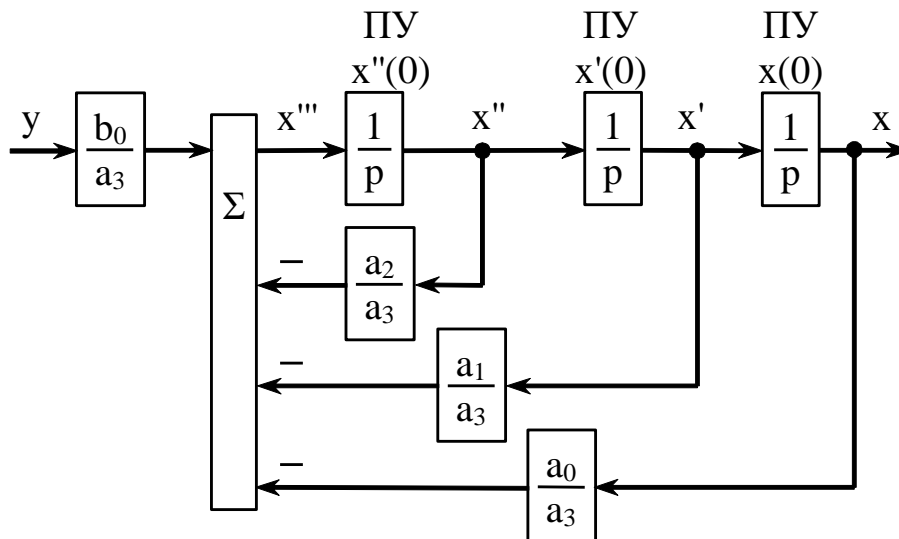


Рисунок 4.2 – Структура ДР 3-го порядку із загальним суматором

**2 спосіб. Структура зі зворотними зв'язками за вихідною координатою**

Запишемо вихідне рівняння (4.1) в операторному вигляді

$$p^n x + a_{n-1} p^{n-1} x + \dots + a_1 p x + a_0 x = b_0 y \quad (4.6)$$

Виразимо  $x$  зі складДР зі старшою похідною

$$x = \frac{1}{p^n} (-a_{n-1} p^{n-1} x - \dots - a_1 p x - a_0 x + b_0 y);$$

$$x = \frac{1}{p} \left( -a_{n-1} x + \frac{1}{p} \left( -a_{n-2} x + \dots + \frac{1}{p} \left( -a_1 x + \frac{1}{p} (-a_0 x + b_0 y) \right) \dots \right) \right). \quad (4.7)$$

Рівняння (4.6) і (4.7) представимо системою ДР, увівши нові змінні стану ( $z_1 = x$ ):

$$\begin{cases} pz_1 = -a_{n-1} z_1 + z_2 \\ pz_2 = -a_{n-2} z_1 + z_3 \\ \dots \\ pz_{n-1} = -a_1 z_1 + z_n \\ pz_n = -a_0 z_1 + b_0 y \end{cases} \quad (4.8)$$

Рівнянням (4.7) і (4.8) відповідає структура, наведена на рис. 4.3.

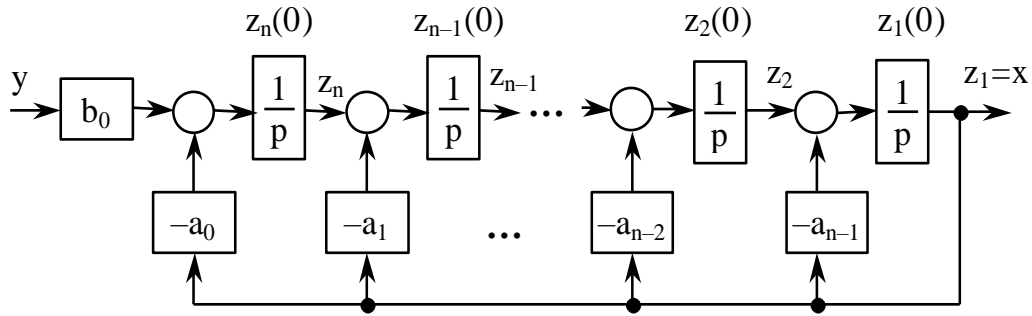


Рисунок 4.3 – Структура ДК зі зворотними зв'язками за вихідною координатою

З рівняння (4.8) знайдемо вирази зв'язку нових координат і вихідних координат стану

$$\begin{aligned}
 z_1 &= x; \\
 z_2 &= pz_1 + a_{n-1}z_1 = px + a_{n-1}x; \\
 z_3 &= pz_2 + a_{n-2}z_1 = p^2z_1 + a_{n-1}pz_1 + a_{n-2}z_1 = p^2x + a_{n-1}px + a_{n-2}x; \\
 &\dots \\
 z_n &= pz_{n-1} + a_1z_1 = p^{n-1}z_1 + a_{n-1}p^{n-2}z_1 + \dots + a_2pz_1 + a_1z_1 = \\
 &= p^{n-1}x + a_{n-1}p^{n-2}x + \dots + a_2px + a_1x.
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Таким чином, записавши вирази (4.9) для моменту часу  $t = 0$ , знайдемо початкові значення нових координат і, отже, початкові умови відповідних інтеграторів у структурі за рис. 4.3

$$\begin{cases}
 z_1(0) = x(0) \\
 z_2(0) = x'(0) + a_{n-1}x(0) \\
 z_3(0) = x''(0) + a_{n-1}x'(0) + a_{n-2}x(0) \\
 \dots \\
 z_n(0) = x^{(n-1)}(0) + a_{n-1}x^{(n-2)}(0) + \dots + a_2x'(0) + a_1x(0)
 \end{cases}$$

Усталені значення нових координат стану знайдемо, записавши (4.8) при  $p = 0$

$$z_{1ycm} = x_{1ycm} = \frac{b_0}{a_0} y;$$

$$\begin{cases} z_{2ycm} = a_{n-1} z_{1ycm}; \\ \dots \\ z_{(n-1)ycm} = a_2 z_{1ycm}; \\ z_{nycm} = a_1 z_{1ycm}. \end{cases}$$

У матричному вигляді систему (4.8) можна записати так

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \vdots \\ \dot{z}_{n-1} \\ \dot{z}_n \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -a_{n-1} & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -a_{n-2} & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_1 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{n-1} \\ z_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ b_0 \end{bmatrix} y.$$

Така форма запису ДР називається *канонічною спостережуваною формою*.

Розглянемо отримання структури на прикладі рівняння третього рядка (4.5).

Нормуємо рівняння (4.5) і записуємо в операторній формі

$$p^3 x + \frac{a_2}{a_3} p^2 x + \frac{a_1}{a_3} p x + \frac{a_0}{a_3} x = \frac{b_0}{a_3} y. \quad (4.10)$$

Введемо нові змінні й запишемо рівняння (4.10) у вигляді системи 3-х ДР:

$$z_1 = x;$$

$$\begin{cases} pz_1 = -\frac{a_2}{a_3} z_1 + z_2; \\ pz_2 = -\frac{a_1}{a_3} z_1 + z_3; \\ pz_3 = -\frac{a_0}{a_3} z_1 + \frac{b_0}{a_3} y. \end{cases} \quad (4.11)$$

Наведеній системі відповідає структура, наведена на рис. 4.4.

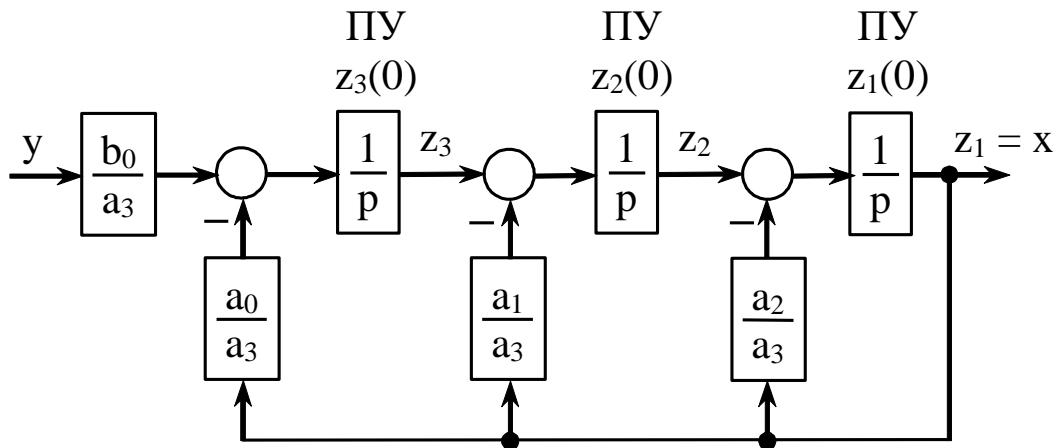


Рисунок 4.4 – Структура ДР 3-го порядку зі зворотними зв'язками за вихідною координатою

Початкові значення нових координат знайдемо з (4.11) на підставі початкових значень вихідної координати та її  $n-1$  похідних (у нашому випадку це  $x(0)$ ,  $x'(0)$  та  $x''(0)$ )

$$z_1(0) = x(0);$$

$$z_2(0) = pz_1(0) + \frac{a_2}{a_3} z_1(0) = x'(0) + \frac{a_2}{a_3} x(0);$$

$$z_3(0) = pz_2(0) + \frac{a_1}{a_3} z_1(0) = p^2 z_1(0) + \frac{a_2}{a_3} pz_1(0) + \frac{a_1}{a_3} z_1(0) = x''(0) + \frac{a_2}{a_3} x'(0) + \frac{a_1}{a_3} x(0).$$

Ці значення необхідно задавати як початкові значення відповідних інтеграторів.

Усталені значення нових координат стану визначаємо з (4.11) прийнявши  $p = 0$ :

$$\begin{cases} z_{2уст} = \frac{a_2}{a_3} z_{1уст} \\ z_{3уст} = \frac{a_1}{a_3} z_{1уст} \\ z_{1уст} = \frac{b_0}{a_0} y = x_{уст} \end{cases}$$

Структуру системи (рис. 4.4) також можна отримати, записавши вихідне ДР в іншому вигляді. Записуємо нормоване рівняння (4.10) відносно старшої похідної і перетворюємо його


$$\begin{aligned}
 x &= \frac{1}{p^3} \left( -\frac{a_2}{a_3} p^2 x - \frac{a_1}{a_3} p x - \frac{a_0}{a_3} x + \frac{b_0}{a_3} y \right); \\
 x &= \frac{1}{p} \left( -\frac{a_2}{a_3} x + \frac{1}{p^2} \left( -\frac{a_1}{a_3} p x - \frac{a_0}{a_3} x + \frac{b_0}{a_3} y \right) \right); \\
 x &= \frac{1}{p} \left( -\frac{a_2}{a_3} x + \frac{1}{p} \underbrace{\left( -\frac{a_1}{a_3} x + \frac{1}{p} \underbrace{\left( -\frac{a_0}{a_3} x + \frac{b_0}{a_3} y \right)}_{z_3} \right)}_{z_2} \right)_{z_1}.
 \end{aligned}$$


За структурами рис. 4.2 і рис. 4.4 складаються структури моделей у додатку Simulink.

## 4.2 Базові відомості щодо додатка Simulink пакета MATLAB

### 4.2.1 Створення та збереження моделі

Для створення моделі в середовищі **SIMULINK** необхідно послідовно виконати низку дій:

1) створити новий файл моделі за допомогою команди **File/New/Model**, або використовуючи кнопку  на панелі інструментів (тут і далі, за допомогою символу "/", зазначено пункти меню програми, які потрібно послідовно вибрати для виконання зазначеної дії). У результаті буде відкрито вікно для створення моделі;

2) розташувати блоки у вікні моделі. Для цього необхідно відкрити менеджер бібліотек натиснувши кнопку , і вибрати відповідний розділ бібліотеки Simulink (наприклад, **Sources – Джерела**). Далі, вказавши курсором на потрібний блок і натиснувши на ліву клавішу миші, – "перетягнути" блок у

створене вікно. Клавiшу мишi потрібно тримати натиснутою. На малюнку 4.5 показано вікно моделі, що містить блоки.

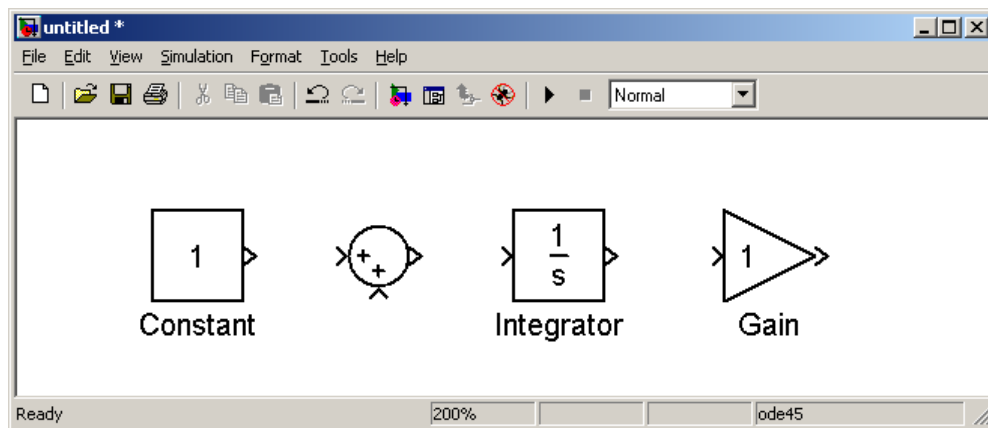


Рисунок 4.5 – Вікно моделі, що містить блоки

Для видалення блоку необхідно вибрати блок (вказати курсором на його зображення і натиснути ліву клавiшу мишi), а потім натиснути клавiшу **Delete** на клавiатурі.

Для зміни розмірів блоку потрібно вибрати блок, установити курсор в один із кутів блоку і, натиснувши ліву клавiшу мишi, змінити розмір блоку (курсор при цьому перетвориться на двосторонню стрілку);

Для повороту блоку на 90° його необхідно виділити, натиснути комбiнацію клавiш **Ctrl+R**. Розворот блоку реалізується двічі виконавши команду повороту.

Змінити масштаб відображення моделі в робочому полі можна кнопками **V** (зменшення) і **R** (збільшення). Збільшити відображення структури моделі автоматично на все поле можна натиснувши клавiшу "пробіл".

3) після встановлення на схемі всіх блоків з необхідних бібліотек потрібно виконати з'єднання елементів схеми. Для з'єднання блоків необхідно вказати курсором на "вихід" блоку, а потім натиснути і, не відпускаючи ліву клавiшу мишi, провести лінію до входу іншого блоку. Після чого відпустити клавiшу. У разі правильного з'єднання зображення стрілки на вході блоку змінює колір. Для створення точки розгалуження в сполучній лінії потрібно підвести курсор до передбачуваного вузла і, натиснувши *праву* клавiшу мишi, протягнути лінію. Для

видалення лінії потрібно вибрати лінію (так само, як це виконується для блоку), а потім натиснути клавішу **Delete** на клавіатурі. Схему моделі, що відповідає структурі розв'язання ДР 3-го порядку, у якій виконано з'єднання між блоками, показано на рисунку 4.6;

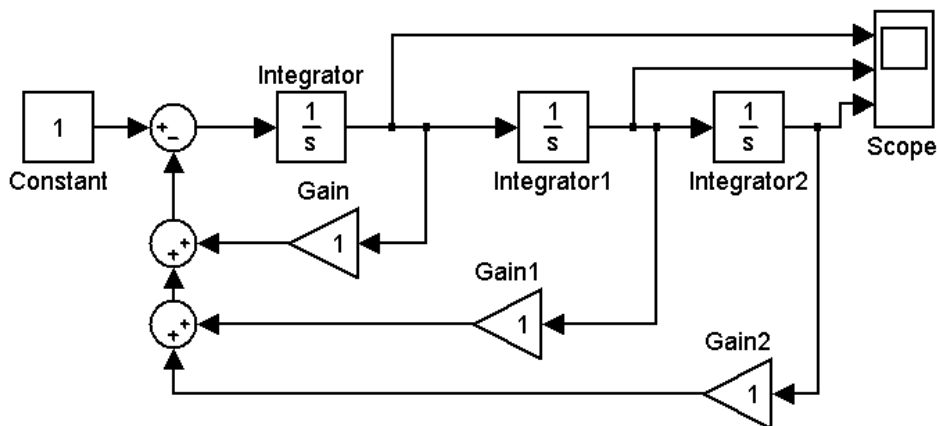


Рисунок 4.6 – Схема структури моделі (із загальним суматором) для розв'язання ДР 3-го порядку

4) задати параметри блоків. Для цього необхідно двічі клацнути лівою клав'яшею миші, вказавши курсором на зображення блоку. Відкриється вікно редагування параметрів цього блоку. Після внесення змін потрібно закрити вікно кнопкою ОК.

Для розв'язання поставленого завдання в моделі достатньо застосування таких блоків: **Constant**, **Gain**, **Sum**, **Integrator**, **Scope**. Нижче наведено короткий опис кожного з цих блоків.

Блок **Constant** – джерело зовнішнього впливу. Розташований у бібліотеці **Simulink/Sources** (джерела). Піктограма і вікно параметрів наведено на рис. 4.7. У вікні параметра задається необхідна величина вихідного сигналу (за замовчуванням встановлено значення 1).

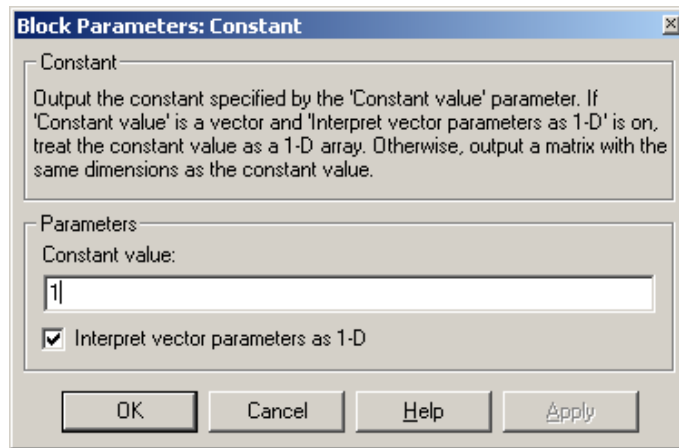
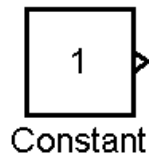


Рисунок 4.7 – Піктограма та вікно параметрів блоку **Constant**

Блок **Gain** – коефіцієнт. Виконує множення вхідного сигналу на постійний коефіцієнт. Розташування в бібліотеці: **Simulink/Math**. Коефіцієнт передачі вводиться в поле **Gain**: вікна параметрів (рис. 4.8).

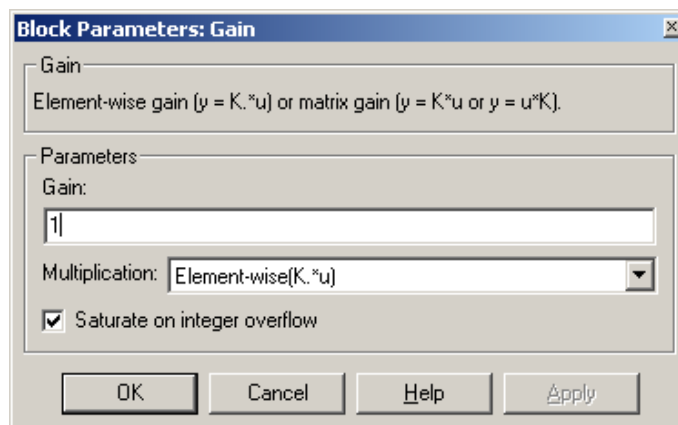
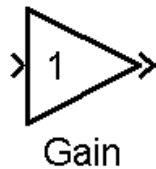


Рисунок 4.8 – Вікно завдання параметрів блоку **Gain**

Блок **Sum** (суматор). Виконує обчислення суми (з відповідним знаком) поточних значень вхідних сигналів. Розташування в бібліотеці: **Simulink/Math**. Вікно завдання параметрів – рис. 4.9. У полі **List of signs** – список знаків – можна використовувати такі знаки: + (плюс), – (мінус) і | (роздільник знаків). Кількість входів і операція (додавання або віднімання) визначається списком знаків параметра **List of signs**, при цьому мітки входів позначаються відповідними знаками. За замовчуванням встановлено два входи, що підсумовують (|++). У разі

завдання в полі **List of signs** рядка |+-, матимемо суматор зі входом віднімання (нижній блок рис. 4.9,а)

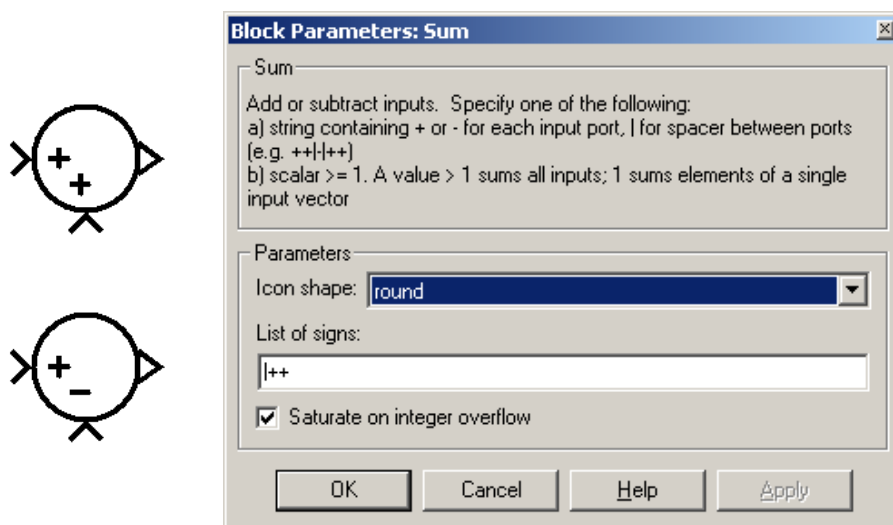



Рисунок 4.9 – Вікно завдання параметрів блоку **Sum**

Блок **Integrator**. Виконує інтегрування вхідного сигналу. Розташовується в бібліотеці Simulink/Continuous. Має велику кількість параметрів (рис. 4.10). Для поставленого завдання використовуються установки всіх параметрів за замовчуванням, за винятком початкової умови. У поле параметра **Initial condition** вводиться значення відповідної координати стану до комутації. (Необхідне значення може бути й нульовим, що збігатиметься з початковою установкою блока).

Результат моделювання – графіки перехідних процесів дає змогу переглянути блок **Scope** (осцилограф). Розташування в бібліотеці Simulink/Sinks. Блок будує графіки досліджуваних сигналів у функції часу. При натисканні кнопки **Параметри**  вікна виведення графіка відкривається вікно параметрів (рис. 4.11). Зазначимо лише основні з параметрів.

На вкладці **General** (загальні) (рис. 4.11, а) в параметрі **Number of axes** – задається кількість систем координат осцилографа. У разі зміни цього параметра на зображенні блоку з'являється така ж кількість вхідних портів.

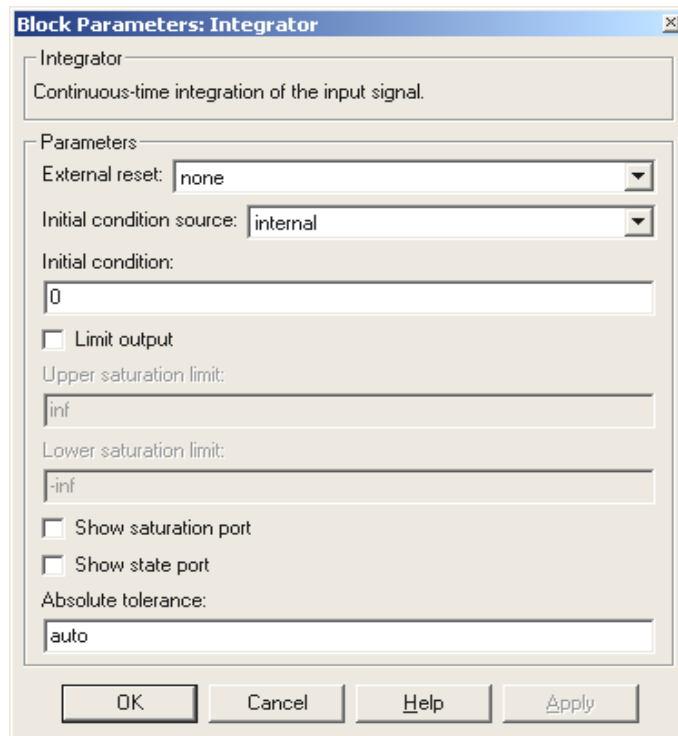
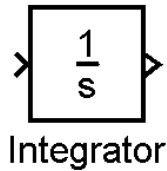
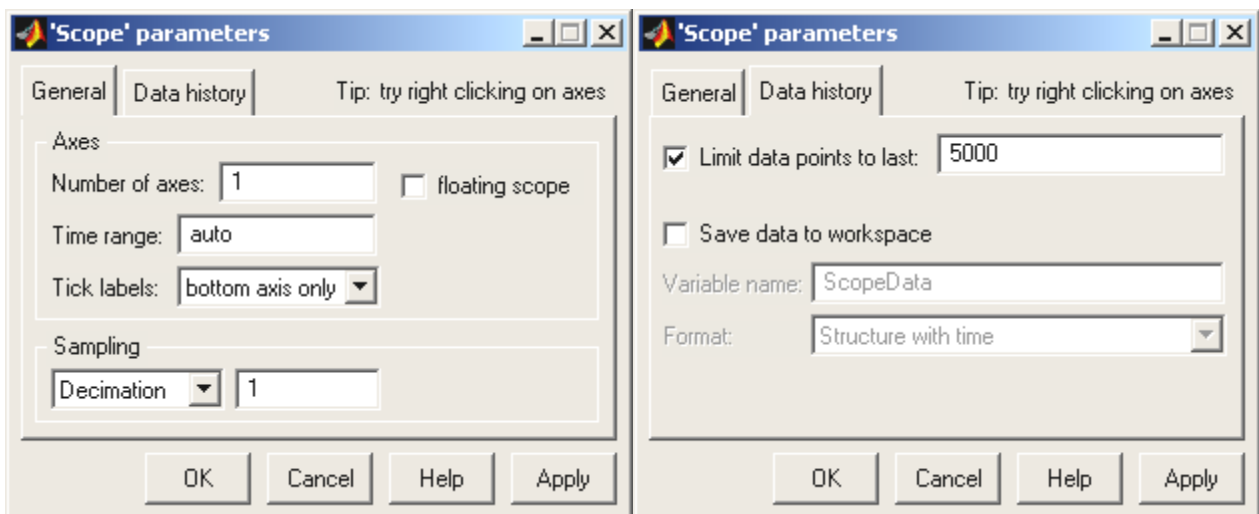


Рисунок 4.10 – Вікно завдання параметрів блоку **Integrator**



а

б

Рисунок 4.11 – Вікно завдання параметрів блоку **Scope**



На вкладці **Data history** (рис. 4.11, б) необхідно зняти прапорець **Limit data points to last** – **5000**. Ця операція знімає обмеження на максимальну кількість відображуваних розрахункових точок графіка, що відображаються.

5) після складання структури моделі необхідно зберегти її у вигляді файлу на диску, вибравши пункт меню **File/Save As...** у вікні схеми і вказавши папку та

ім'я файлу. Слід мати на увазі, що ім'я файлу не повинно перевищувати 32 символів, повинне починатися з літери і не може містити символи кирилиці та спецсимволи. Ця ж вимога стосується і шляху файлу (до тих папок, у яких зберігається файл). Під час подальшого редагування схеми можна користуватися пунктом меню **File/Save**. Під час повторних запусків програми **SIMULINK** завантаження схеми здійснюється за допомогою пункту меню **File/Open...** у вікні оглядача бібліотеки або з основного вікна **MATLAB**.

#### 4.2.2 Редагування моделі

Під час редагування моделі використовуються пункти меню **Edit**. Легко можна переконатися, що вміст цього меню практично нічим не відрізняється від однойменних меню інших програм Windows, таких, наприклад, як текстові, табличні та графічні редактори. У **MATLAB** і **Simulink** стандартна для **Windows** робота з буфером обміну з використанням команд: **Edit/Copy**, **Edit/Cut**, **Edit/Paste**. Використання команди **Edit/Copy model to Clipboard** дає змогу помістити графічне зображення моделі в буфер **Windows** і, відповідно, робить його доступним для інших програм.

У цьому разі, якщо вчинено небажані дії, слід скористатися командою **Undo** – скасування останньої операції. Команду можна викликати за допомогою кнопки  на панелі інструментів вікна моделі або з меню **Edit**. Для відновлення скасованої операції слугує команда **Redo** (інструмент .

#### 4.2.3 Встановлення параметрів розрахунку та його виконання

Перед виконанням розрахунків необхідно попередньо задати параметри розрахунку. Завдання параметрів розрахунку виконується в панелі керування меню **Simulation/Parameters**. Вигляд панелі керування наведено на рисунку 4.12.

Вікно налаштування параметрів розрахунку має 4 вкладки:

– **Solver (Розрахунок)** – встановлення параметрів розрахунку моделі;

- **Workspace I/O (Введення/виведення даних у робочу область)** – встановлення параметрів обміну даними з робочою областю MATLAB;
- **Diagnostics (Діагностика)** – вибір параметрів діагностичного режиму;
- **Advanced (Додатково)** – встановлення додаткових параметрів.

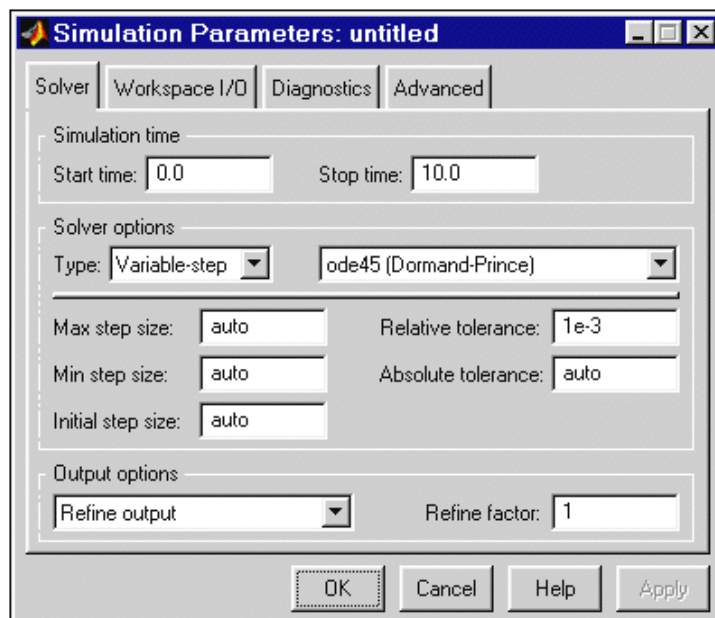


Рисунок 4.12 – Панель керування

Вікно налаштування параметрів розрахунку має 4 вкладки:

- **Solver (Розрахунок)** – встановлення параметрів розрахунку моделі;
- **Workspace I/O (Введення/виведення даних у робочу область)** – встановлення параметрів обміну даними з робочою областю MATLAB;
- **Diagnostics (Діагностика)** – вибір параметрів діагностичного режиму;
- **Advanced (Додатково)** – встановлення додаткових параметрів.

Встановлення параметрів розрахунку моделі виконується за допомогою елементів керування, розміщених на вкладці **Solver**. Ці елементи розділені на три групи (рис. 4.12): **Simulation time** (Інтервал моделювання або, іншими словами, час розрахунку), **Solver options** (Параметри розрахунку), **Output options** (Параметри виведення).

*Встановлення параметрів розрахунку моделі*

**Simulation time** (Інтервал моделювання або час розрахунку). Час розрахунку задається зазначенням початкового (**Start time**) і кінцевого (**Stop time**) значень часу розрахунку. Початковий час, як правило, задається рівним нулю. Величина кінцевого часу задається користувачем виходячи з умов розв'язуваного завдання. Під час моделювання, як правило, визначають тривалість перехідних процесів у моделі й відповідно підбирають час закінчення моделювання, що дає змогу досить точно й докладно зафіксувати останні.

**Solver options** (Параметри розрахунку). Під час вибору параметрів розрахунку необхідно вказати спосіб моделювання (**Type**) і метод розрахунку нового стану системи. Для параметра Type доступні два варіанти – з фіксованим (**Fixed-step**) або зі змінним (**Variable-step**) кроком. Як правило, **Variable-step** використовується для моделювання безперервних систем, а **Fixed-step** – для дискретних (рис. 4.13).

Список методів розрахунку нового стану системи містить кілька варіантів. Перший варіант (**discrete**) використовується для розрахунку дискретних систем. Решта методів використовуються для розрахунку безперервних систем. Ці методи різні для змінного (**Variable-step**) і для фіксованого (**Fixed-step**) кроку часу, але, по суті, є процедурами розв'язання систем диференціальних рівнянь. Детальний опис кожного з методів розрахунку станів системи наведено у вбудованій довідковій системі MATLAB.

Нижче двох розкривних списків **Type** розташована область, вміст якої змінюється залежно від обраного способу зміни модельного часу. У разі вибору **Fixed-step** у цій ділянці з'являється текстове поле **Fixed-step size** (величина фіксованого кроку), що дає змогу вказувати величину кроку моделювання. Величина кроку моделювання за замовчуванням встановлюється системою автоматично (auto). Необхідну величину кроку можна ввести замість значення auto або у формі числа, або у вигляді обчислювального виразу (те саме стосується і всіх параметрів, що встановлюються системою автоматично).

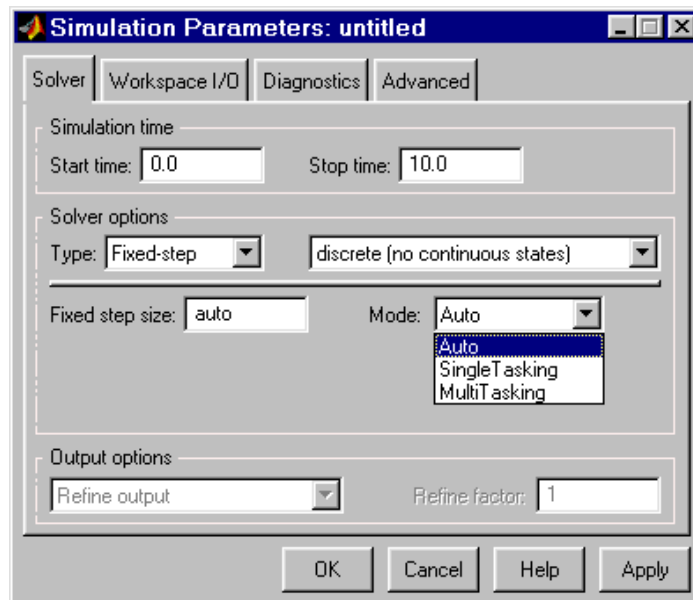


Рисунок 4.13 – Вкладка **Solver** при виборі фіксованого кроку розрахунку

При виборі **Fixed-step** необхідно також задати режим розрахунку (**Mode**). Для параметра **Mode** доступні три варіанти:

– **MultiTasking (Багатозадачний)** – необхідно використовувати, якщо в моделі присутні підсистеми, що працюють паралельно, і результат роботи моделі залежить від часових параметрів цих підсистем. Режим дає змогу виявити невідповідність швидкості та дискретності сигналів, що пересилаються блоками один одному;

– **SingleTasking (Однозадачний)** – використовується для тих моделей, у яких недостатньо сувора синхронізація роботи окремих складових не впливає на кінцевий результат моделювання;

– **Auto (Автоматичний вибір режиму)** – дає змогу Simulink автоматично встановлювати режим **MultiTasking** для тих моделей, у яких використовуються блоки з різними швидкостями передавання сигналів, і режим **SingleTasking** для моделей, у яких містяться блоки, що оперують однаковими швидкостями.

При виборі **Variable-step** в області з'являються поля для встановлення трьох параметрів:

– **Max step size** – максимальний крок розрахунку. За замовчуванням він встановлюється автоматично (auto) і його значення в цьому випадку дорівнює

$(\text{SfopTime} - \text{StartTime})/50$ . Досить часто це значення виявляється занадто великим, і спостережувані графіки являють собою ламані (а не плавні) лінії. У цьому разі величину максимального кроку розрахунку необхідно задавати явно;

- **Min step size** – мінімальний крок розрахунку;
- **Initial step size** – початкове значення кроку моделювання.

Під час моделювання безперервних систем із використанням змінного кроку необхідно вказати точність обчислень: відносну (**Relative tolerance**) і абсолютну (**Absolute tolerance**). За замовчуванням вони дорівнюють відповідно  $10^{-3}$  і **auto**.

**Output options (Параметри виведення)**. У нижній частині вкладки **Solver** задаються налаштування параметрів виведення вихідних сигналів модельованої системи (**Output options**). Для цього параметра можливий вибір одного з трьох варіантів:

- **Refine output (Скоригований вивід)** – дає змогу змінювати дискретність реєстрації модельного часу і тих сигналів, які зберігаються в робочій області MATLAB за допомогою блоку **To workspace**. Встановлення величини дискретності виконується в рядку редагування **Refine factor**, розташованому праворуч. За замовчуванням значення **Refine factor** дорівнює 1, це означає, що реєстрацію проводять із кроком  $\Delta t = 1$  (тобто для кожного значення модельного часу). Якщо задати **Refine factor** рівним 2, це означає, що буде реєструватися кожне друге значення сигналів, 3 – кожне третє тощо. Параметр **Refine factor** може приймати тільки цілі позитивні значення;

- **Produce additional output (Додаткове виведення)** – забезпечує додаткову реєстрацію параметрів моделі в задані моменти часу; їхні значення вводять у рядку редагування (у цьому разі він має назву **Output times**) у вигляді списку, укладеного в квадратні дужки. У разі використання цього варіанта базовий крок реєстрації ( $\Delta t$ ) дорівнює 1. Значення часу в списку **Output times** можуть бути дробовими числами і мати будь-яку точність;

- **Produce specified output only (Формувати тільки задане виведення)** – встановлює виведення параметрів моделі тільки в задані моменти часу, які вказуються в полі **Output times** (Моменти часу виведення).

### 4.3 Програма роботи

Відповідно до номера варіанта (табл. 4.1) розв'язати диференціальне рівняння двома способами шляхом структурного моделювання. Дослідити перехідні процеси за різних початкових умов.

1. Розв'язання ДР за структурою із загальним суматором.

1.1. Розрахувати коефіцієнти блоків структури для розв'язання заданого ДР.

1.2. Побудувати модель за структурою із загальним суматором.

1.3. Отримати перехідні процеси шуканої основної координати та її похідних за заданих початкових умов.

1.4. Дослідити вплив початкових умов на вигляд перехідних процесів:

– вважаючи всі початкові умови нульовими ( $x(0) = 0, x'(0) = 0, x''(0) = 0, \dots, x^{(n-1)}(0) = 0$ );

– дослідити вплив кожної з початкових умов окремо, задаючи послідовно необхідні початкові умови, починаючи з  $x(0)$ , закінчуючи  $x^{(n-1)}(0)$ . Тобто отримати перехідні процеси за таких комбінацій початкових умов:

$$x(0) = x(0)_{\text{зад}}, x'(0) = 0, x''(0) = 0 \dots, x^{(n-1)}(0) = 0;$$

$$x(0) = x(0)_{\text{зад}}, x'(0) = x'(0)_{\text{зад}}, x''(0) = 0 \dots, x^{(n-1)}(0) = 0;$$

...

$$x(0) = x(0)_{\text{зад}}, x'(0) = x'(0)_{\text{зад}}, x''(0) = x''(0)_{\text{зад}} \dots, x^{(n-1)}(0) = x^{(n-1)}_{\text{зад}}.$$

(Очевидно, що кількість процесів дорівнюватиме порядку ДР).

Графіки перехідних процесів за різних початкових умов мають бути побудовані у вигляді сімейств у субокнах однієї фігури з відповідними графіками за нульових початкових умов.

2. Розв'язання ДР за структурою зі зворотними зв'язками за основною координатою.

2.1. Привести рівняння до нормованого вигляду.

2.2. Розрахувати коефіцієнти структури.

2.3. Розрахувати початкові значення інтеграторів за заданих початкових умов (усіх).

2.4. Побудувати модель для розв'язання ДР.

2.5. Отримати перехідні процеси всіх координат  $z_1(t), z_2(t) \dots, z_n(t)$ .

#### 4.4 Звіт має містити

1. Завдання. ДР, початкові умови.
2. Розрахунки коефіцієнтів структур (допускається у вигляді скрипта із зазначенням результатів розрахунку).
3. Дві структури моделей у додатку Simulink.
4. Усі необхідні перехідні процеси.
5. Скрипт обробки результатів моделювання та виведення графіків перехідних процесів.
6. Переконливі висновки:
  - про вплив початкових умов на вигляд перехідних процесів;
  - про збіг результатів моделювання за двома структурами.

Таблиця 4.1 – Завдання до виконання лабораторної роботи

№	Диференційне рівняння	Початкові умови			
		$x(0)$	$x'(0)$	$x''(0)$	$x'''(0)$
1	$x^{(4)} + 2,25x''' + 7,38x'' + 3,7x' + x = 10$	5	0	2	-3
2	$0,7x''' + 1,7x'' + 1,18x' + x = 5$	-4	-6	7.2	-
3	$x^{(4)} + 7,36x''' + 5,3x'' + 2,6x' + x = 4$	-2	1	0	0.5
4	$1,3x''' + 1,21x'' + 2,56x' + x = 4$	2	-5	12	-
5	$x^{(4)} + 5,8x''' + 5,4x'' + 3,12x' + x = 2.5$	-1	7	-1.5	0
6	$x''' + 6,43x'' + 2,67x' + x = 6$	-2	4	-2	-
7	$x^{(4)} + 5,32x''' + 4,55x'' + 7,1x' + x = 5$	1	6	-2.5	0
8	$2,5x''' + 4,43x'' + 1,56x' + x = 10$	-3	4	-2	-
9	$x^{(4)} + 0,93x''' + 2,54x'' + 1,37x' + x = 6$	4	2	0	-4.5
10	$0,47x''' + 0,29x'' + 2,53x' + x = 2$	1	-4	-6.5	-
11	$x^{(4)} + 1,23x''' + 3,44x'' + 2,4x' + x = 10$	5	-3	0	1.6
12	$0,05x''' + 0,22x'' + 0,4x' + x = 3$	1.5	2	-8	-

13	$x^{(4)} + 5,2x''' + 7,28x'' + 2,17x' + x = 20$	-10	-5	2	0
14	$1,32x''' + 1,25x'' + 1,53x' + x = 4$	2.5	-3	-7	-
15	$x^{(4)} + 2,5x''' + 6,13x'' + 2,21x' + x = 4$	2	1.5	-1	0
16	$0,13x''' + 0,23x'' + 1,15x' + x = 6$	4	2	-7.5	-
17	$x^{(4)} + 3,8x''' + 4,15x'' + 1,86x' + x = 5$	2.5	4	-1.5	0
18	$0,12x''' + 0,35x'' + 0,52x' + x = 2$	-1	-3	5	-
19	$x^{(4)} + 0,7x''' + 2,45x'' + 0,87x' + x = 5$	-5	-4	1.7	0
20	$1,17x''' + 0,86x'' + 2,14x' + x = 3$	-1.5	-4	5.2	-
21	$x^{(4)} + 1,06x''' + 2,36x'' + 1,1x' + x = 2$	0.5	-0.7	0	4
22	$1,24x''' + 0,49x'' + 5,05x' + x = 10$	4	6	-12	-
23	$x^{(4)} + 2,17x''' + 3,33x'' + 4,5x' + x = 12$	4	5	-6	0
24	$0,79x''' + 1,3x'' + 1,22x' + x = 2$	1	-3	4.7	-
25	$x^{(4)} + 3,11x''' + 4,45x'' + 2,7x' + x = 2,5$	1.5	-0.5	-2	0
26	$0,035x''' + 0,16x'' + 0,29x' + x = 3$	1	-2.5	-10	-
27	$x^{(4)} + 4,1x''' + 3,56x'' + 2,95x' + x = 4$	3	1.1	-2	1
28	$1,83x''' + 1,03x'' + 3,26x' + x = 5$	3	-7	6	-
29	$x^{(4)} + 3,57x''' + 2,9x'' + 4,42x' + x = 4$	3	1.5	0	-5
30	$5,45x''' + 3,92x'' + 3,8x' + x = 8$	-4	3	5	-
31	$x^{(4)} + 2,67x''' + 3,1x'' + 3,52x' + x = 8$	4	-1	2	6
32	$3,1x''' + 2,13x'' + 2,57x' + x = 6$	3	-1.5	-4.4	-
33	$x^{(4)} + 0,77x''' + 4,6x'' + 1,78x' + x = 3$	1	2	3	0
34	$2,54x''' + 1,62x'' + 3,1x' + x = 3$	2	-1.2	3	-
35	$x^{(4)} + 0,81x''' + 5,62x'' + 2,7x' + x = 6$	3	-2	3.5	0

#### 4.5 Запитання для самоперевірки

1. Як може бути представлено математичний опис лінійного динамічного об'єкта?
2. Які існують способи подання ДР структурною схемою?
3. Які існують блоки в додатку **Simulink** і яке їх призначення?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5

### РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

**Мета роботи:** ознайомитися зі способами структурного представлення систем лінійних і нелінійних диференціальних рівнянь. Навчитися знаходити розв'язки систем диференціальних рівнянь шляхом структурного моделювання в додатку Simulink пакета MATLAB.

#### 5.1 Теоретична підготовка

##### 5.1.1 Розв'язання систем лінійних ДР

Система диференціальних рівнянь (ДР), як правило, записується в матричному вигляді. Система може бути записана в явній формі (перша формула), або в одній із неявних форм (друга формула)

$$\mathbf{x}' = F(t, \mathbf{x}, \mathbf{y}),$$

$$\mathbf{M}\mathbf{x}' = F(t, \mathbf{x}, \mathbf{y}),$$

де  $t, \mathbf{y}$  – незалежні змінні. Змінна  $t$  зазвичай представляє час,  $\mathbf{y}$  – вектор зовнішніх впливів. У загальному вигляді елементи вектора  $\mathbf{y}$  є функціями часу;

$\mathbf{x}$  – вектор залежних змінних;

$\mathbf{M}$  – невироджена матриця.

Класифікація систем ДР залежно від виду матричної функції  $F$  та матриці  $\mathbf{M}$  досить широка. Наприклад, елементи матриці  $\mathbf{M}$  можуть не бути постійними і залежати від  $t$  або  $\mathbf{x}$ .

У лабораторній роботі потрібно розв'язати систему  $n$  лінійних ДР, заданих у явному вигляді:

$$\begin{aligned}x'_1 &= (a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n) + (b_{11}u_1 + b_{12}u_2 + \dots + b_{1m}u_m) \\x'_2 &= (a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n) + (b_{21}u_1 + b_{22}u_2 + \dots + b_{2m}u_m) \\&\vdots \\x'_n &= (a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n) + (b_{n1}u_1 + b_{n2}u_2 + \dots + b_{nm}u_m)\end{aligned}$$

У матричній формі запису вона матиме такий вигляд

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nm} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}. \quad (5.1)$$

$$\mathbf{x}' = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}. \quad (5.2)$$

де  $\mathbf{u}$  – вектор залежних змінних (розмірності  $n$ );

$\mathbf{A}$  – матриця стану (розміром  $n \times n$ );

$\mathbf{u}$  – вектор зовнішніх впливів (розмірності  $m$ );

$\mathbf{B}$  – матриця управління (розміром  $n \times m$ ).

Як правило, зовнішній вплив один, а матриця  $\mathbf{B}$  являє собою вектор-стовпець.

У пакеті MATLAB є маса інструментів для розв'язання систем диференціальних рівнянь різних видів і подань: функції-вирішувачі систем ДР (пакет Control System Toolbox), структурне розв'язання ДР у Simulink. У самому додатку Simulink структура системи ДР може бути реалізована масою способів.

Розглянемо спосіб структурного моделювання для розв'язання системи лінійних ДР на прикладі системи другого порядку:

$$\begin{cases} x_1' = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + b_1u \\ x_2' = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + b_2u \end{cases} \quad (5.3)$$

Розв'язання системи (5.3) можна уявити структурою з двома інтеграторами: на входах формуються сигнали, які відповідають правій частині рівнянь системи (5.3), а на виходах матимемо шукані процеси ( $x_1$ ,  $x_2$ ). Отриману структуру представлено на рис. 5.1. Згідно з наведеною структурою будується модель у додатку Simulink. Початкові значення координат стану ( $x_1(0)$ ,  $x_2(0)$ ) задаються як початкові умови відповідних інтеграторів.

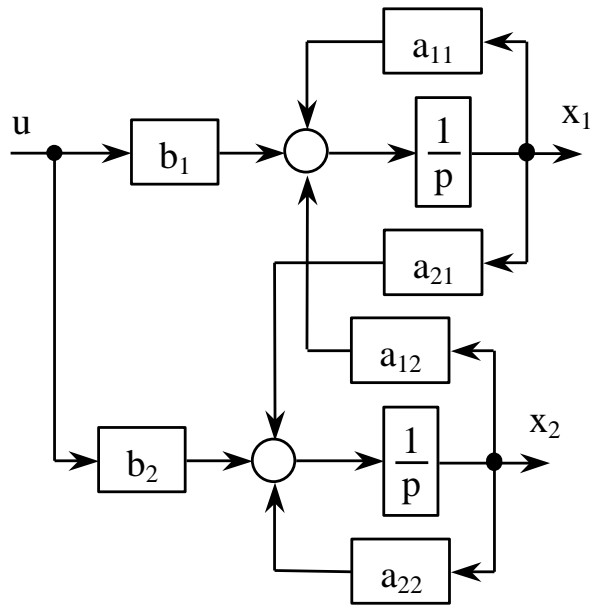


Рисунок 5.1 – Структура для системи лінійних ДР 2-го порядку

### 5.1.2 Розв'язання систем нелінійних ДР

Розв'язання систем нелінійних ДР виду

$$\mathbf{x}' = F(t, \mathbf{x}, \mathbf{y})$$

також здійснюється інтегруванням функцій  $F(t, \mathbf{x}, \mathbf{y})$ . Наприклад структуру для розв'язання системи (5.4) подано на рис. 5.2.

$$\begin{cases} x_1' = \cos(2 + x_1 \cdot x_2) - x_1 + 4u \\ x_2' = \sqrt{1 + 2.5 \cdot x_1} + u \end{cases} \quad (5.4)$$

У структурах додатка Simulink функціональні залежності можна реалізовувати або поелементно, або із застосуванням блоку **Fcn** – функція. Зазначимо, що цей блок допускає роботу з вектором вхідних значень. Кожен елемент вектора викликається у вигляді **u(1)**, **u(2)** тощо. Наприклад, структура моделі функціональної залежності

$$f = \sqrt{x_1^2 + |x_2|}$$

може бути реалізована будь-якою з моделей, наведених на рис. 5.3.

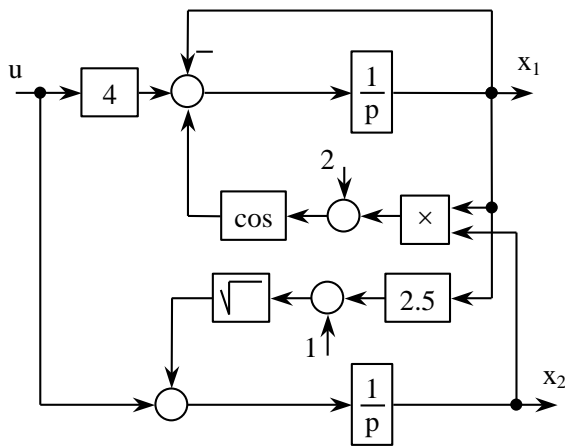


Рисунок 5.2 – Структура системи нелінійних ДР (4)

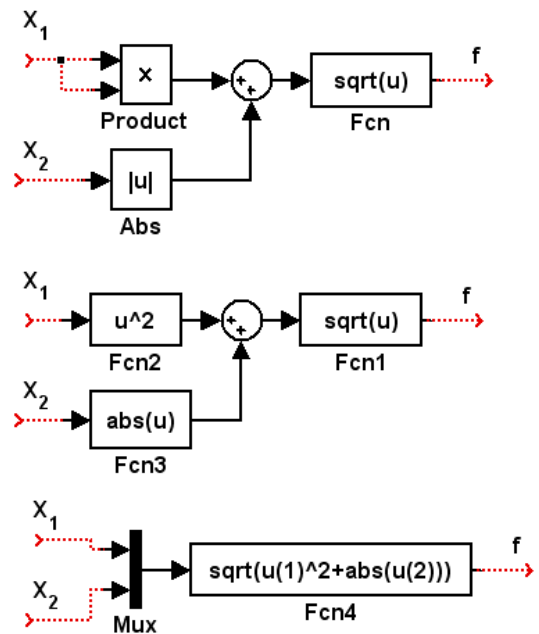


Рисунок 5.3 – Варіанти структурної реалізації функції  $f = \sqrt{x_1^2 + |x_2|}$

## 5.2 Програма роботи

1. Розв'язати шляхом структурного моделювання систему лінійних ДР другого порядку:

$$\begin{cases} x_1' = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + b_1u \\ x_2' = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + b_2u \end{cases}$$

Значення коефіцієнтів і початкових умов прийняти за таблицею 5.1 відповідно до номера варіанта. Дослідити перехідні процеси за нульових початкових умов.

2. Відповідно до номера варіанта (табл. 5.2) розв'язати систему нелінійних ДР.

## 5.3 Зміст звіту

1. За системою лінійних ДР
  - вихідну систему ДР, значення коефіцієнтів і початкових умов. Розрахунок сталих значень координат  $x_1, x_2$ ;
  - структуру моделі в додатку Simulink;

– графіки перехідних процесів координат ( $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ ) і їхніх похідних для двох випадків моделювання: за нульових і заданих умов. Графіки процесів мають бути подані в різних вікнах однієї фігури з поданням діаграми згідно з рекомендаціями Р 50-77-88 (з підписами осей, зазначенням напрямку зміни величин тощо).

– скрипт обробки результатів моделювання – побудови графіків перехідних процесів.

У звіті також має бути відображена інформація про параметри чисельного інтегрування: кінцевий час розрахунку.

## 2. За системою нелінійних ДР

- вихідну систему ДР, значення коефіцієнтів і початкових умов;
- структуру моделі в додатку Simulink;
- графіки перехідних процесів координат та їхніх похідних.

Таблиця 5.1 – Параметри системи лінійних ДР

№ вар	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{21}$	$a_{22}$	$b_1$	$b_2$	$u$	$x_1(0)$	$x_2(0)$
1	-1,5	-6,25	3,0	0,41	8	0	2	-5,2	1
2	-0,9	-82	4,5	-16	6	1	0	1,2	5
3	-0,98	-3,84	5,87	0	4	-20	1	10	3
4	-25	-50	40	4	6	0	400	-55	20
5	-3	-22,7	2,1	-1,4	0,2	0,1	30	1,1	0
6	-0,66	-2,88	0,7	0,2	0	1,5	10	24	-10
7	-1,5	8,7	-14,5	-2,11	120	-20	0,5	0	-15
8	-1,68	9,1	-6,22	0,72	0	5	10	-6	14
9	-26,7	33,2	-15,4	6,2	1	4,2	10	0	5
10	-2,33	-5,1	3,65	0,28	10	0	2	-4	3
11	-4,52	13,8	-3,56	1,12	0,5	1,2	24	0	-6,5
12	-1,6	-7,71	1,23	0	7	-4	20	42	-20
13	-0,68	1,13	-0,8	0,2	0	4	8	-55	70
14	-1,77	8,16	-1,11	0	11	5	2	6	-2,4
15	-0,53	-0,69	0,95	0,1	7	2	5	-65	30

Таблиця 5.2 – Системи нелінійних ДР

№ вар	Система ДР	Початкові умови
1	$\begin{cases} x_1' = \cos(0,6x_1 - 2,5x_2^2) + 3 - x_1 \\ x_2' = \frac{2}{1+0,5x_1^2} + 0,5 \end{cases}$	$x_1(0) = 5$ $x_2(0) = 7$
2	$\begin{cases} x_1' = \sin^2(3,5 \cdot x_1) + t - x_2 \\ x_2' = t - 4 \cdot x_1 \cdot x_2^2 + 1 \end{cases}$	$x_1(0) = -1,7$ $x_2(0) = 6$
3	$\begin{cases} x_1' = -\sqrt{x_1^2 + 0,5 \cdot x_2^2} + 2 \\ x_2' = -3 \cdot \cos(2,3 \cdot x_2) - 5x_1 \end{cases}$	$x_1(0) = 0,8$ $x_2(0) = -0,5$
4	$\begin{cases} x' = e^{(x^2-y^2)} - 3,7 \cdot x \\ y' = -0,4 \cdot x \cdot y^2 - 0,1 \end{cases}$	$x(0) = 0,5$ $y(0) = 4$
5	$\begin{cases} x' = \ln 2 - x^2 + 0,7 \cdot y  \\ y' = -y - \frac{4 \cdot t}{1+t^2} \end{cases}$	$x(0) = 1$ $y(0) = 0,7$
6	$\begin{cases} y' = -0,5 \cdot y \cdot z + \frac{10}{t+0,1} \\ z' = 0,2\sqrt{(1-z)^2 + 8 \cdot y^2} - 1,6 \cdot z \end{cases}$	$y(0) = -5$ $z(0) = 3$
7	$\begin{cases} x' = -5 \cdot x - 0,1 \cdot y^2 \\ y' = 0,1e^{x+5} - 4\sin(x+5y) \end{cases}$	$x(0) = -4$ $y(0) = 7$
8	$\begin{cases} v_1' = 0,2 \cos(v_1 + 0,5v_2) - v_1 \\ v_2' = \frac{2}{1+3v_1^2} - 0,1 \cdot v_2 \end{cases}$	$v_1(0) = 0,1$ $v_2(0) = 40$
9	$\begin{cases} x' = -0,5z + 1,5 \sin(0,3x^2) + 3,5 \\ z' = x - 0,7z^2 \end{cases}$	$x(0) = 6$ $z(0) = -2$
10	$\begin{cases} x_1' = -\sqrt{(1+4x_1)x_2} \cdot x_1 + 0,8 \\ x_2' = 2 \cdot e^{-0,5 \cdot x_2} - 5x_1 \end{cases}$	$x_1(0) = 1$ $x_2(0) = -0,5$

11	$\begin{cases} x' = 1,2 \cdot e^{(x^2-y^2)} - 4x \\ y' = 0,4 \sin(x^2 - y^2) - 0,1 \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= -0,2 \\ y(0) &= 1 \end{aligned}$
12	$\begin{cases} x' = \sin(2 - 0,1 \cdot x^2 t) \\ y' = -\ln  x \cdot y + 1  - 2 \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= -2 \\ y(0) &= 2,5 \end{aligned}$
13	$\begin{cases} y' = -0,3 \cdot \sqrt{y^2 + 0,5z^2} - 0,35 \cdot y \\ z' = -0,8 \sin(7 \cdot y \cdot z) - 3z + 5 \end{cases}$	$\begin{aligned} y(0) &= -1 \\ z(0) &= 3,6 \end{aligned}$
14	$\begin{cases} x' = -x^3 - 14 \cdot \sin(0,05 v^2) \\ v' = 0,1 e^{5-x} - 4,4 v \end{cases}$	$\begin{aligned} x(0) &= 5 \\ v(0) &= 7 \end{aligned}$
15	$\begin{cases} u' = -5,2 \sin(1 + u^2) + 0,1 \cdot z \\ z' = (4u - 0,2 z) \cdot \cos(1 + u^2) \end{cases}$	$\begin{aligned} u(0) &= -4 \\ z(0) &= 20 \end{aligned}$

#### 5.4 Запитання для самоперевірки

1. В якому вигляді, як правило, записується система ДР?
2. Які інструменти містить пакет MATLAB для розв'язання систем диференціальних рівнянь різних видів і подань?
3. Назвіть принципи розв'язання систем нелінійних ДР в пакеті MATLAB.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №6

### ЗАСОБИ СИСТЕМИ MATLAB ДЛЯ АНАЛІЗУ ТА СИНТЕЗУ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ

**Мета роботи:** знайомство із засобами системи MATLAB для аналізу та синтезу систем керування.

#### 6.1 Теоретична підготовка

Пакет містить спеціалізований набір програм Control System Toolbox, який використовує матричні структури MATLAB і формує на їхній основі спеціальні функції, призначені для задоволення потреб фахівця в галузі автоматичного керування. Control System Toolbox – це набір алгоритмів, які широко використовують для проектування, аналізу та моделювання системи керування.

Систему керування можна подати як у вигляді передавальної функції, так і у векторно-матричній формі або у формі представлення за допомогою нулів і полюсів, що дає змогу використовувати як класичні, так і сучасні методи синтезу САУ. Під час дослідження можуть розглядатися як безперервні, так і дискретні системи, для яких доступні перетворення між різноманітними формами представлення систем.

Тимчасові та частотні характеристики, розташування нулів і полюсів системи після розрахунку можна подати в графічному вигляді. Інші функції пакета дають можливість будувати спостерігачі (визначник координат стану системи, які не можна безпосередньо вимірювати) і розв'язувати задачі оптимального керування. Будь-які додатково необхідні алгоритми можуть бути розроблені користувачем і включені в середовище пакета.

##### 6.1.1 Форми опису моделі системи

Досліджувану систему можна описати в такому вигляді:

– передавальною функцією в поліноміальній формі ( $tf$ ), наприклад,

$$W(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}; \quad (6.1)$$

– передавальною функцією в термінах нулів і полюсів системи та коефіцієнта посилення (*zpk*), наприклад,

$$W(p) = k \frac{(p - z_1)(p - z_2) \cdot \dots \cdot (p - z_{m-1})(p - z_m)}{(p - p_1)(p - p_2) \cdot \dots \cdot (p - p_{m-1})(p - p_m)}; \quad (6.2)$$

– моделлю в просторі станів (*ss*), наприклад,

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx + Du, \end{cases} \quad (6.3)$$

де  $x$  – вектор стану системи,  $u$  – вектор керуючих і збурюючих впливів,  $y$  – вектор вихідних сигналів системи.

Відповідні команди пакета Control System Toolbox мають вигляд:

*sys1* = *tf(b,a)* – передаточна функція;

*sys2* = *zpk(z,p,k)* – опис у термінах нулів і полюсів системи та коефіцієнта посилення;

*sys3* = *ss(A,B,C,D)* – модель у просторі станів,

де *sys1*, *sys2*, *sys3* – імена змінних, що відповідають введеним системам;  $b$  і  $a$  – відповідно вектори коефіцієнтів чисельника і знаменника передавальної функції (6.1) у порядку убутання ступенів оператора Лапласа;  $z$  і  $p$  – відповідно вектори, які зберігають нулі та полюси передавальної функції (6.2), а  $k$  – її коефіцієнт посилення;  $A, B, C, D$  – матриці або вектори постійних коефіцієнтів математичної моделі (6.3).

### Методичний приклад №1

Наприклад, щоб задати систему (ланку)

$$W(p) = \frac{2p + 0.5}{0.01p^2 + 0.1p + 1}$$

і присвоїти їй ім'я *W\_1* достатньо набрати в командному рядку

```
>> W_1=tf([2 0.5],[0.01 0.1 1]);
```

```
>> W_1
```

після чого отримаємо

Transfer function:

$$\frac{2s + 0.5}{0.01s^2 + 0.1s + 1}$$

### 6.1.2. Перетворення форми представлення моделей системи

Функції *tf*, *zpk*, і *ss* також виконують перетворення моделі, якщо як аргумент цих функцій вказано ім'я вже введеної системи (ланки).

#### Методичний приклад №2

Наприклад, щоб створити модель  $W_2$  у просторі станів, що відповідає раніше створеній моделі  $W_1$ , необхідно набрати:

```
>> W_2=ss(W_1)
```

у відповідь на що отримаємо

a =

```
      x1  x2
x1 -10 -12.5
x2  8    0
```

b =

```
      u1
x1 16
x2 0
```

c =

```
      x1  x2
```

$$y1 \quad 12.5 \quad 0.3906$$

d =

u1

$$y1 \quad 0$$

Самостійно створіть моделі  $W_3$  і  $W_4$  у термінах нулів, полюсів і коефіцієнта посилення, використовуючи для цього вже створені системи  $W_1$  і  $W_2$ . Порівняйте результати.

### 6.1.3. Створення моделі системи з окремих ланок (підсистем)

За допомогою команд пакета Control System Toolbox можна створювати моделі систем за допомогою різних з'єднань окремих елементів.

#### 6.1.3.1 Паралельне з'єднання ланок

Створення моделі системи  $sys3$  при паралельному з'єднанні ланок  $sys1$  і  $sys2$  (рис. 6.1) може бути виконано за допомогою команди:

```
sys3=parallel(sys1,sys2);
```

Того ж ефекту можна домогтися, використовуючи також оператор додавання «+», наприклад, виконавши в командному режимі  $sys3 = sys1 + sys2$ .

#### 6.1.3.2 Послідовне з'єднання ланок

Створення моделі системи  $sys3$  при послідовному з'єднанні ланок  $sys1$  і  $sys2$  (рис. 6.2) може бути виконано за допомогою команди:

```
sys3=series(sys1,sys2);
```

Того ж ефекту можна досягти, використовуючи також оператор множення «\*», наприклад, виконавши в командному режимі  $sys3 = sys1 * sys2$ .

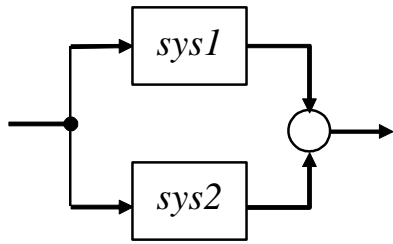


Рисунок 6.1 – Паралельне з'єднання ланок

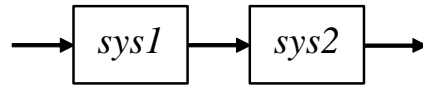


Рисунок 6.2 – Послідовне з'єднання ланок

### 6.1.3.3 Система зі зворотним зв'язком

Створення моделі системи  $sys3$  за зустрічно-паралельного з'єднання ланок  $sys1$  і  $sys2$  (рис. 6.3) може бути виконано за допомогою команд:

$sys3=feedback(sys1,sys2,-1)$  – негативний зворотний зв'язок (третій параметр можна опустити);

$sys3=feedback(sys1,sys2,+1)$  – позитивний зворотний зв'язок.

Третій параметр може бути не одиничним, а набувати значення додаткового коефіцієнта посилення у зворотному зв'язку.

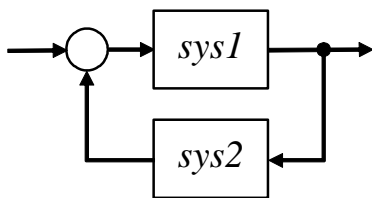


Рисунок 6.3 – З'єднання зі зворотним зв'язком

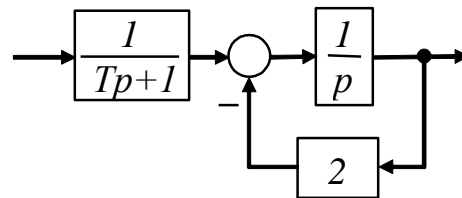


Рисунок 6.4 – Складне з'єднання ланок

### 6.1.3.4 Об'єднання систем на основі матриці сполук

У цьому випадку використовуються команди:

$sys_n=append(sys1,sys2,sys3,...)$  – перелічені аргументи-підсистеми об'єднуються в одну систему (об'єднуються вектори входів і виходів названих підсистем);

$sys\_sum=connect(sys\_n,q,inp,out)$  – з'єднуються входи і виходи об'єднаних командою `append` підсистем  $sys1,sys2,sys3\dots$ . Матриця  $q$  формує схему з'єднань, такого вигляду:

$q=[2\ 1\ -3; 3\ 2\ 0]$  – вхід підсистеми «2» ( $sys2$ ) утворюється як різниця виходів підсистеми «1» ( $sys1$ ) і «3» ( $sys3$ ), а вхід підсистеми «3» ( $sys3$ ) утворюється як вихід підсистеми «2» ( $sys2$ ).

Змінна  $inp$  – несе інформацію про вхід створеної системи  $sys\_sum$ , наприклад, за  $inp=1$  входом об'єднаної системи буде вхід ланки номер 1 ( $sys1$ ). Змінна  $out$  – аналогічним чином створює вихід системи  $sys\_sum$ .

### Методичний приклад №3

Розглянемо спосіб створення моделі на прикладі системи зображеної на рисунку 6.4.

```
>> s1=tf(1,[T 1]);  
>> s2=tf(1,[1 0]);  
>> s3=tf(2);  
>> s_n=append(s1,s2,s3);  
>> q=[2 1 -3;3 2 0];  
>> s_n=append(s1,s2,s3);  
>> sys_sum=connect(s_n,q,1,2)
```

Transfer function:

```
100  
-----  
s^2 + 102 s + 200
```

Виконайте створення системи (рис. 6.4)  $SYS\_SUM2$ , використовуючи команди підпункту 6.1.3.3.

## 6.2 Порядок виконання роботи

6.2.1 Виконайте методичні приклади №1-3 і додаткові завдання до них.

6.2.2 Створіть модель складної системи відповідно до рисунка 6.5, використовуючи команди пунктів 6.1.3.1 – 6.1.3.3, а потім команди пункту 6.1.3.4 з використанням матриці з'єднань. Порівняйте результати. Параметри системи прийняти за табл. 6.1 згідно з варіантом.

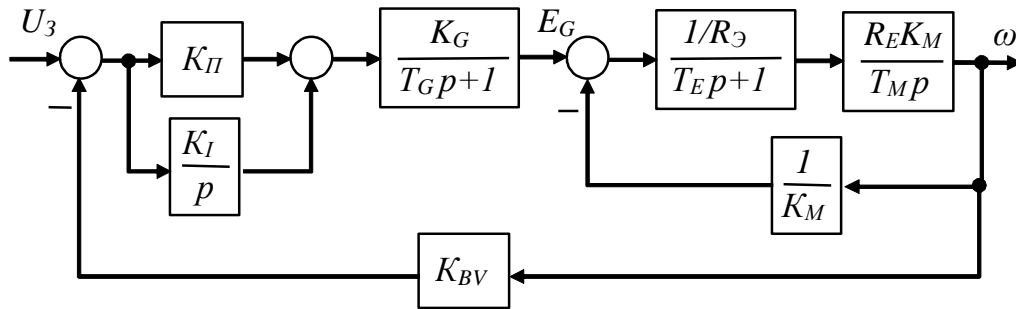


Рисунок 6.5 – Структура складної системи

Таблиця 6.1 – Параметри системи керування

Варіант	$K_{\Pi}$	$K_I$	$K_G$	$T_G$	$R_{\Delta}$	$T_E$	$K_M$	$T_M$	$K_{BV}$
1	1	0,003	2,13	0,76	0,028	0,032	0.1585	0.1163	1
2	1,1	0,004	2,44	1,226	0,015	0,022	0,21	0,125	1
3	2	0,005	4,2	0,763	0,021	0,024	0,078	0,1	1
4	1,25	0,006	2,23	0,92	0,025	0,036	0,15	0,115	1
5	1,15	0,007	4,58	1,16	0,017	0,027	0,1	0,089	1
6	2,05	0,008	4,08	0,865	0,018	0,035	0,126	0,14	1
7	1,2	0,009	4,5	0,91	0,024	0,033	0,079	0,096	1
8	1,12	0,01	2,1	0,76	0,021	0,028	0,2	0,118	1
9	1,125	0,003	4,26	0,78	0,022	0,027	0,128	0,112	1
10	1,55	0,004	5,3	0,73	0,0198	0,028	0,078	0,128	1
11	1,3	0,005	4,0	0,848	0,022	0,033	0,103	0,108	1
12	1,35	0,006	2,18	0,92	0,021	0,032	0,158	0,099	1

**ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №7**  
**МЕТОДИКА ЗНЯТТЯ ЧАСОВИХ І ЧАСТОТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК**  
**ЛІНІЙНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ. ТИПОВІ ВПЛИВИ**

**Мета роботи:** освоєння методики дослідження лінійних динамічних ланок і систем за допомогою пакетів прикладних програм Control System Toolbox, LTI Viewer системи MATLAB.

### **7.1 Теоретична підготовка**

#### **7.1.1 Дослідження в часовій області**

Під час дослідження систем у тимчасовій області будують перехідну  $h(t)$  імпульсну перехідну (вагову)  $\omega(t)$  характеристики. Ці характеристики є відгуком системи відповідно на одиничну ступінчасту функцію  $1(t)$  (функція Хевісайда) і одиничний імпульс  $\delta(t)$  (функція Дірака). Важливою особливістю даних типових впливів є те, що вони мають нульове значення при  $t < 0$ .

Одинична ступінчаста функція описується такою залежністю:

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ 1 & \text{при } t \geq 0 \end{cases}, \quad (7.1)$$

Дельта-функція Дірака –  $\delta(t)$  має такий математичний опис:

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \neq 0 \\ \infty & \text{при } t = 0 \end{cases}. \quad (7.2)$$

Таким чином, це імпульс із нескінченною амплітудою, площу якого приймають рівною 1, тобто

$$s = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1. \quad (7.3)$$

До групи функцій для розрахунку і побудови відгуку систем у часі входять такі 6 функцій.

### **Функція *step***

Функція *step* розраховує і будує реакцію моделі на одиничну ступінчасту функцію  $1(t)$ , тобто повертає перехідну  $h(t)$  функцію системи:

`step(sys)`

`step(sys, t)`

`step(sys1, sys2, ..., sysN)`

`step(sys1, sys2, ..., sysN, t)`

`step(sys1, 'PlotStyle1', ..., sysN, 'PlotStyleN')`

`[y, t, x] = step(sys)`

Для моделей, заданих у просторі станів, початкові умови приймаються нульовими. Аргументи функції такі:

– `sys, sys1, sys2, ..., sysN` – імена моделей, для яких будують перехідні функції (якщо моделей кілька, то всі вони повинні мати однакову кількість входів і однакову кількість виходів);

– `t` – аргумент, що задає момент закінчення моделювання - або у формі  $t=T_{\text{final}}$  (у секундах), або у формі  $t=0:\Delta t:T_{\text{final}}$ . Для дискретних моделей значення  $\Delta t$  має дорівнювати інтервалу дискретизації, для непереривчастих моделей – бути досить малим, щоб врахувати найшвидші зміни перехідного процесу;

– `'PlotStyle1', 'PlotStyle2', ... , 'PlotStyleN'` – рядкові змінні, що задають стилі графіків (типи ліній) при виведенні декількох графіків одночасно.

Величини, що повертаються:

- графік (графіки) перехідних процесів;

`y, x, t` - відповідно, вектори, що містять значення перехідного процесу, змінних стану і моментів часу; у разі повернення цих величин графік перехідного процесу не відображається.

### ***Функція impulse***

Функція `impulse` повертає імпульсну характеристику моделі або декількох моделей:

`impulse(sys)`

`impulse(sys, t)`

`impulse(sys1, sys2, ..., sysN)`

`impulse(sys1, sys2, ..., sysN, t)`

`impulse(sys1, 'PlotStyle1', ..., sysN, 'PlotStyleN')`

`[y, t, x] = impulse(sys)`

Сенс аргументів і величин, що повертаються – як у попередньої функції, за винятком того, що тут усе стосується вагової характеристики.

### **7.1.2 Дослідження в частотній області**

Важливою динамічною характеристикою ланок і систем автоматичного керування (САК) є частотні характеристики, що дають змогу досить просто виявляти вплив того чи іншого параметра на такі властивості САК, як стійкість, коливальність, якість перехідного процесу тощо. Частотні характеристики ланок і систем будують на основі їхніх комплексних передавальних функцій.

Комплексна передавальна функція ланки (системи) є відношенням зображень у вигляді комплексних чисел вихідної та вхідної величин ланки (системи) у сталому режимі гармонійних коливань. Комплексну передавальну функцію в літературі ще називають комплексним коефіцієнтом посилення, комплексною частотною функцією, або просто частотною характеристикою.

Передавальна функція пов'язує вхідну і вихідну величини ланки в будь-якому (перехідному і сталому) режимі за умови, що вхідна величина може змінюватися за будь-яким законом у часі. Комплексна передавальна функція визначає залежність вихідної величини від вхідної лише в сталому режимі при подачі на вхід гармонійних коливань. Таким чином, оператор  $S$ , що є в

передавальній функції комплексним числом  $s = \alpha + j\omega$ , у комплексній передавальній функції буде уявною величиною, тобто  $s = j\omega$ . Отже, якщо досліджувана система має передавальну функцію  $W(s)$ , то частотну характеристику  $W(j\omega)$  даної системи можна знайти, виходячи з такого співвідношення:

$$W(j\omega) = W(s)|_{s=j\omega}. \quad (7.4)$$

За фіксованого значення  $\omega$  частотна характеристика (7.4) є комплексним числом (комплексний коефіцієнт передавання) і, отже, може бути подана в показовій або алгебраїчній формах:

$$W(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\omega + \phi(\omega)} = \text{Re}(\omega) + j\text{Im}(\omega). \quad (7.5)$$

Під час частотного аналізу використовують такі характеристики:

$$A(\omega) = |W(\omega)| \quad (7.6)$$

– ампліудно-частотна характеристика (АЧХ);

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}(\text{Im}(\omega)/\text{Re}(\omega)) \quad (7.7)$$

– фазочастотна характеристика (ФЧХ);

$$\text{Re}(\omega) = \text{real}[W(j\omega)] \quad (7.8)$$

– речова частотна характеристика (РЧХ);

$$\text{Im}(\omega) = \text{image}[W(j\omega)] \quad (7.9)$$

– уявна частотна характеристика (УЧХ).

Крім представлених вище під час аналізу систем у частотній області використовують також такі характеристики:

– ампліудно-фазова характеристика (АФХ) – залежність  $A(\varphi)$  у полярній системі координат або, що одне й те саме, функція  $\text{Im}(\text{Re})$  у декартових координатах. АФХ також називають діаграмою Найквіста.

– логарифмічна ампліудно-частотна характеристика (ЛАЧХ), що обчислюється як

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega). \quad (7.10)$$

Під час побудови  $L(\omega)$  використовується логарифмічна вісь частот.

– логарифмічна фазо-частотна характеристика (ЛФЧХ) – ФЧХ, під час побудови якої використовують логарифмічну вісь частот.

ЛАЧХ і ЛФЧХ ще називають (в основному в зарубіжній літературі) діаграмами Боде.

Під час аналізу моделей часто виявляються корисними такі параметри діаграм Боде:

– частота зрізу  $\omega_c$  (частота перетину ЛАЧХ з віссю абсцис);

– запас по фазі –  $\Delta\varphi_c = \varphi(\omega_c) - (-180^\circ)$ ;

– частота  $\omega_\pi$ , за якої ЛФЧХ перетинає лінію  $180^\circ$ ;

– запас за амплітудою –  $\Delta L = L(\omega_\pi)$ .

Наступна група функцій слугує для розрахунку і побудови характеристик частотного відгуку систем.

### ***Функція freqresp***

Функція `freqresp` обчислює значення комплексного коефіцієнта передачі для заданого набору частот:

$H = \text{freqresp}(\text{sys}, w)$

Тут `sys` – ім'я моделі, і `w` – вектор-рядок значень частот. Величина, що повертається `H` – масив значень  $W(\omega)$ .

### ***Функція linspace***

Функція `linspace` повертає вектор-рядок лінійно зростаючих частот:

$w = \text{linspace}(x1, x2)$

$w = \text{linspace}(x1, x2, N)$

Тут `x1` і `x2` – верхня і нижня межі діапазону частот, і `N` – кількість заданих значень (за замовчуванням 100). Повертається вектор-рядок, елементами якого є частоти, еквідистантно розташовані на відрізку  $[x1, x2]$ .

Розглянуті вище функції `freqresp` і `linspace` дають змогу отримати частотну характеристику (7.5). Масив комплексних чисел `H` можна перетворити на вектор

комплексних чисел  $z$ , використовуючи функцію видалення одиничних розмірностей масивів даних:

$$z = \text{squeeze}(H).$$

Використовуючи результати виконання команд `freqresp`, `squeeze` і функції визначення уявної ( $\text{imag}(z)$ ) і дійсної ( $\text{real}(z)$ ) частини комплексного числа  $z$ , а також його модуля ( $\text{abs}(z)$ ) і фази ( $\text{angle}(z)$ ), можна отримати вихідні дані для побудови частотних характеристик (7.6)-(7.9).

На рисунку 7.1 представлено результат роботи скрипта, що використовує вищеописаний набір команд і виконує побудову АЧХ, ФЧХ, РЧХ і УЧХ ланки з передавальною функцією

$$W_1(p) = \frac{1}{0.01p^2 + 0.02p + 1} \quad (7.11)$$

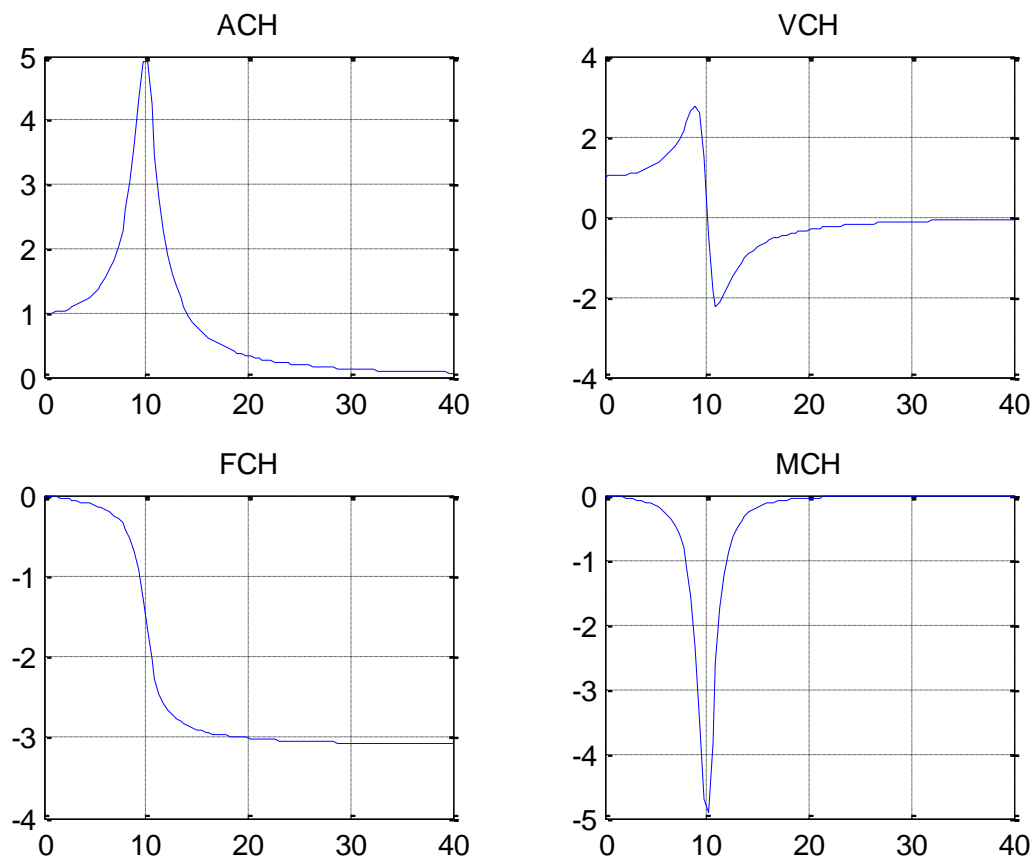


Рисунок 7.1 – Графіки частотних характеристик системи

### **Функція *evalfr***

Функція *evalfr* обчислює значення комплексного коефіцієнта передачі для одного заданого комплексного значення частоти:

```
frsp = evalfr(sys, w)
```

Тут *sys* – ім'я моделі, і *w* – задане значення частоти. Величина *frsp*, що повертається, дорівнює  $W(\omega)$ .

### **Функція *bode***

Функція *bode* повертає діаграми Бодє – графіки логарифмічної амплітудно-частотної характеристики (ЛАЧХ) і фазочастотної характеристики (ФЧХ):

```
bode(sys)
```

```
bode(sys, w)
```

```
bode(sys1, sys2, ..., sysN)
```

```
bode(sys1, sys2, ..., sysN, w)
```

```
bode(sys1, 'PlotStyle1', sysN, 'PlotStyleN')
```

```
[mag, phase, w] = bode(sys)
```

Тут аргумент *w* задає діапазон частот ( $w=[w_{\min}, w_{\max}]$ ), інші аргументи – такі самі, як у раніше розглянутих функцій. Величини, що повертаються:

– діаграми Бодє для моделей із заданими іменами;

– *mag*, *phase*, *w* – відповідно, масиви значень амплітуд, фаз і вектор частот.

### **Функція *logspace***

Функція *logspace* повертає вектор-рядок логарифмічно зростаючих частот:

```
w = logspace(d1, d2)
```

```
w = logspace(d1, d2, N)
```

Цією функцією створюється вектор-рядок, елементами якого є частоти, що логарифмічно рівномірно зростають на відрізьку від  $10^{d1}$  до  $10^{d2}$ . Число елементів *N* за замовчуванням дорівнює 50.

### ***Функція margin***

Функція `margin` обчислює запаси стійкості за фазою та амплітудою:

`[Gm, Pm, Wcg, Wcp] = margin(sys)`

`[Gm, Pm, Wcg, Wcp] = margin(mag, phase, w)`

`margin(sys)`

Функція `margin(sys)` будує логарифмічні частотні характеристики розімкнутої системи із зазначенням запасів її стійкості.

Функція `[Gm, Pm, Wcg, Wcp] = margin(sys)` розраховує запас стійкості за амплітудою ( $G_m$ ), за фазою ( $P_m$ ) і відповідні частоти для одновимірної розімкнутої системи `sys`. Якщо є кілька точок перетину амплітудної характеристики на рівні 0 дБ і фазової на рівні  $-180^\circ$ , то повертаються найменші значення запасів стійкості.

Функція `[Gm, Pm, Wcg, Wcp] = margin(mag, phase, w)` повертає значення запасів стійкості, обчислених за значеннями масиву точок (`mag, phase, w`), де `mag` – амплітуда, `phase` – фаза, `w` – частота. У цьому разі для визначення запасів стійкості необхідно виконати інтерполяцію для визначення відповідних точок перетину.

### ***Функція nyquist***

Функція `nyquist` повертає діаграму Найквіста (годограф):

`nyquist(sys)`

`nyquist(sys, w)`

`nyquist(sys1, sys2, ..., sysN)`

`nyquist(sys1, sys2, ..., sysN, w)`

`nyquist(sys1, 'PlotStyle1', ..., sysN, 'PlotStyleN')`

`[re, im, w] = nyquist(sys)`

`[re, im] = nyquist(sys, w)`

Аргументи – як у попередньої функції. Величини, що повертаються:

– діаграма Найквіста (у багатовимірному випадку – для кожного каналу «вхід-вихід»);

–  $re$  і  $im$  – відповідно, вектори значень дійсної і уявної частин комплексного коефіцієнта передачі для заданого набору частот.

### **Функція *nichols***

Функція *nichols* повертає годограф Ніколса:

*nichols*(sys) *nichols*(sys, w)

*nichols*(sys1, sys2,..., sysN)

*nichols*(sys1, sys2,..., sysN, w)

*nichols*(sys1, 'PlotStyle1',..., sysN, 'PlotStyleN')

[mag, phase, w] = *nichols*(sys)

[mag, phase] = *nichols*(sys, w)

Аргументи – ті самі, що в попередньої функції. Величини, що повертаються:

– годограф Ніколса;

– mag і phase – масиви значень модуля і фази комплексного коефіцієнта передачі;

– w – відповідний вектор частот.

### **Функція *ngrid***

Функція *ngrid* (без аргументів) наносить діаграму (сітку) Ніколса на однойменний годограф.

**Методичний приклад №1** (використовується раніше створена система W1 з передавальною функцією (7.11)):

```
%Побудова ЛАЧХ и ЛФЧХ
```

```
figure(2);
```

```
bode(W1);
```

```
grid on;  
%Побудова АФХ  
figure(3);  
subplot(1,2,1);  
nyquist(W1);  
grid on;  
%Побудова годографа Нікольса  
subplot(1,2,2);  
nichols(W1);  
grid on;
```

Результати виконання цього скрипта наведено на рисунках 7.2 і 7.3.

## **7.2 Порядок виконання роботи**

1. Для системи, заданої в лабораторній роботі №6 (рис. 6.5), виконати побудову перехідної та імпульсної перехідної характеристик у першому графічному вікні одна під іншою. Під час виконання завдання створити відповідний скрипт-файл.

2. Для тієї ж системи виконати побудову АЧХ, ФЧХ, РЧХ і УЧХ у другому графічному вікні, розбитому на чотири частини (2×2). Під час виконання завдання створити відповідний скрипт-файл.

3. Виконати побудову годорграфів Найквіста і Нікольса в третьому графічному вікні, розташували їх поруч.

4. Виконати побудову ЛАЧХ і ЛФЧХ названої системи після її розмикання (розрив головного зворотного зв'язку, тобто при  $K_{BV} = 0$ ) і визначити запаси стійкості за фазою та амплітудою.

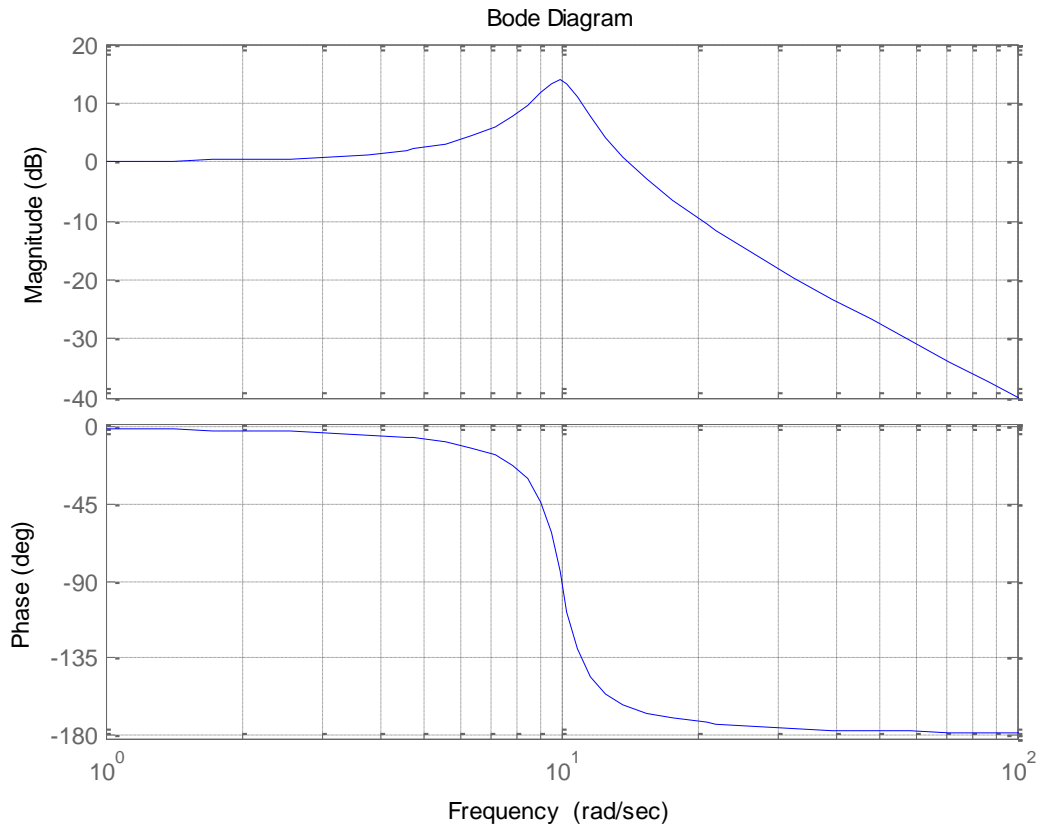


Рисунок 7.2 – Логарифмічні характеристики системи

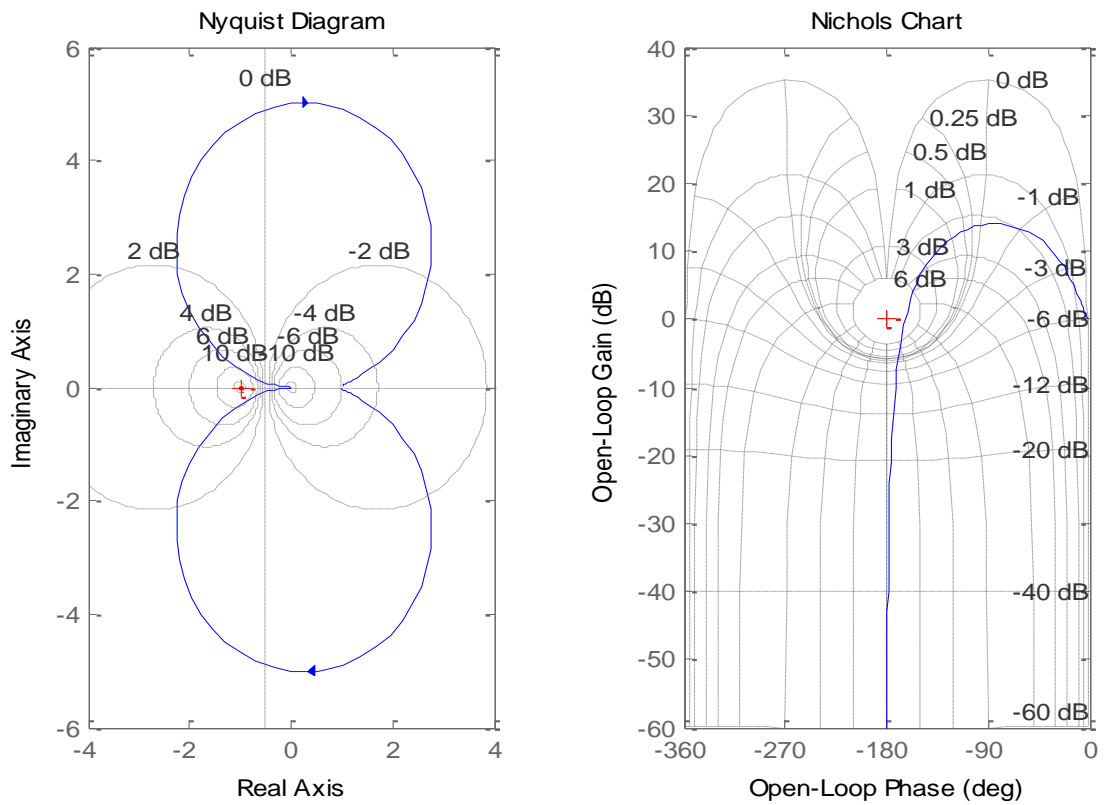


Рисунок 7.3 – Годографи Найквіста та Нікольса

## РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Гасв Є.О., Нестеренко Б.М. Універсальний математичний пакет MATLAB і типові задачі обчислювальної математики. Навчальний посібник.– К.: НАУ, 2004. – 176 с.
2. Ильин С.П. Вариационное исчисление с применением MATLAB. – Харьков: ХПИ, 2001. – 107 с.
3. Лазарєв Ю.Ф. Початки програмування в середовищі MATLAB. Навч. посібник. – К.: “Політехніка”, 2000. – 396 с.
4. Проведение математических расчетов с использованием системы MATLAB. Метод. пособие. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2001. – 56 с.
5. Вірченко Н.О., Ляшко І.І. Графіки елементарних та спеціальних функцій. – К.: Наук. думка, 1996. – 582 с.

## ДОДАТОК А

Таблиця А.1 – Елементарні математичні функції, які використовуються в MATLAB

abs(X)	повертає абсолютну величину для кожного числового елемента вектора X. Якщо X містить комплексні числа, abs(X) обчислює модуль кожного числа
<p>Тригонометричні функції</p> <p>Функції обчислюються для кожного елемента масиву. Вхідний масив допускає комплексні значення. <b>Усі кути у функціях задаються в радіанах</b></p>	
sin(X)	Синус числа X. Якщо X - вектор, то повертає синус для кожного елемента X. X задається в радіанах.
Asin(X)	Арксинус для кожного елемента X. Для дійсних значень X в області [-1, 1] asin(X) повертає дійсне число з діапазону $[-\pi/2, \pi/2]$ , для дійсних значень X поза областю [-1, 1] asin(X) повертає комплексне число
cos(X)	Косинус
acos (X)	Арккосинус. Для дійсних значень X в області [-1, 1] acos(X) повертає дійсне значення з діапазону $[0, \pi]$ , для дійсних значень X поза областю [-1, 1] acos(X) повертає комплексне число.
tan(X)	Тангенс
atan(X)	Арктангенс (в діапазоні от $-\pi/2$ до $\pi/2$ )
atan2(X,Y)	Чотирьох квадрантний арктангенс
cot(X)	Котангенс
acot(X)	Арккотангенс
sec(X)	Секанс
asec(X)	Арксеканс
csc(X)	Косеканс
acsc(X)	Арккосеканс
<p>Гіперболічні та обернені їм функції</p> <p>Функції обчислюються для кожного елемента масиву.</p> <p>Вхідний масив допускає комплексні значення.</p> <p>Усі кути в тригонометричних функціях вимірюються в радіанах</p>	
sinh(X)	гіперболічний синус
cosh(X)	гіперболічний косинус
tanh(X)	гіперболічний тангенс
coth(X)	гіперболічний котангенс

sech(X)	гіперболічний секанс
csch(x)	гіперболічний косеканс
asinh(X)	гіперболічний арксинус
acosh(X)	гіперболічний арккосинус
atanh(X)	гіперболічний арктангенс
acoth(X)	гіперболічний арккотангенс
asech(X)	гіперболічний арксеканс
acsch(X)	гіперболічний арккосеканс
Експоненціальні функції	
exp(X)	Експонента числа X. Для комплексного числа $z = x + i*y$ функція $\exp(z)$ обчислює комплексну експоненту: $\exp(z) = \exp(x) * (\cos(y) + i * \sin(y))$
log (X)	Натуральний логарифм числа X. Для комплексного або від'ємного $z$ , де $z = x + y*i$ , обчислюється комплексний логарифм у вигляді $\log(z) = \log(\text{abs}(z)) + i * \text{atan2}(y, x)$ .
log10(X)	Логарифм за основою 10 для числа X. Область функції включає комплексні числа.
sqrt(A)	повертає квадратний корінь кожного елемента масиву X. Для від'ємних і комплексних елементів X функція sqrt(X) обчислює комплексний результат
Функції комплексного аргумента	
real(Z)	Дійсна частина комплексного аргументу
imag(Z)	Уявна частина комплексного аргументу
angle(Z)	Обчислює значення аргументу комплексного числа Z у діапазоні від $-\pi$ до $\pi$
conj(Z)	Повертає число, комплексно-спряжене аргументу Z. Якщо Z комплексне, то $\text{conj}(Z) = \text{real}(Z) - i * \text{imag}(Z)$

Таблиця А.2 – Список TeX-символів

Рядок опис	СИМВОЛ	Рядок опис	СИМВОЛ	Рядок опис	СИМВОЛ
<code>\alpha</code>	$\alpha$	<code>\upsilon</code>	$\upsilon$	<code>\sim</code>	$\sim$
<code>\beta</code>	$\beta$	<code>\phi</code>	$\phi$	<code>\leq</code>	$\leq$
<code>\gamma</code>	$\gamma$	<code>\chi</code>	$\chi$	<code>\infty</code>	$\infty$
<code>\delta</code>	$\delta$	<code>\psi</code>	$\psi$	<code>\clubsuit</code>	$\clubsuit$
<code>\epsilon</code>	$\epsilon$	<code>\omega</code>	$\omega$	<code>\diamondsuit</code>	$\diamondsuit$
<code>\zeta</code>	$\zeta$	<code>\Gamma</code>	$\Gamma$	<code>\heartsuit</code>	$\heartsuit$
<code>\eta</code>	$\eta$	<code>\Delta</code>	$\Delta$	<code>\spadesuit</code>	$\spadesuit$
<code>\theta</code>	$\theta$	<code>\Theta</code>	$\Theta$	<code>\leftrightarrow</code>	$\leftrightarrow$
<code>\vartheta</code>	$\vartheta$	<code>\Lambda</code>	$\Lambda$	<code>\leftarrow</code>	$\leftarrow$
<code>\iota</code>	$\iota$	<code>\Xi</code>	$\Xi$	<code>\uparrow</code>	$\uparrow$
<code>\kappa</code>	$\kappa$	<code>\Pi</code>	$\Pi$	<code>\rightarrow</code>	$\rightarrow$
<code>\lambda</code>	$\lambda$	<code>\Sigma</code>	$\Sigma$	<code>\downarrow</code>	$\downarrow$
<code>\mu</code>	$\mu$	<code>\Upsilon</code>	$\Upsilon$	<code>\circ</code>	$\circ$
<code>\nu</code>	$\nu$	<code>\Phi</code>	$\Phi$	<code>\pm</code>	$\pm$
<code>\xi</code>	$\xi$	<code>\Psi</code>	$\Psi$	<code>\geq</code>	$\geq$
<code>\pi</code>	$\pi$	<code>\Omega</code>	$\Omega$	<code>\propto</code>	$\propto$
<code>\rho</code>	$\rho$	<code>\forall</code>	$\forall$	<code>\partial</code>	$\partial$
<code>\sigma</code>	$\sigma$	<code>\exists</code>	$\exists$	<code>\bullet</code>	$\bullet$
<code>\varsigma</code>	$\varsigma$	<code>\ni</code>	$\ni$	<code>\div</code>	$\div$
<code>\tau</code>	$\tau$	<code>\cong</code>	$\cong$	<code>\neq</code>	$\neq$
<code>\equiv</code>	$\equiv$	<code>\approx</code>	$\approx$	<code>\aleph</code>	$\aleph$
<code>\Im</code>	$\Im$	<code>\Re</code>	$\Re$	<code>\wp</code>	$\wp$
<code>\otimes</code>	$\otimes$	<code>\oplus</code>	$\oplus$	<code>\oslash</code>	$\oslash$
<code>\cap</code>	$\cap$	<code>\cup</code>	$\cup$	<code>\supseteq</code>	$\supseteq$
<code>\supset</code>	$\supset$	<code>\subseteq</code>	$\subseteq$	<code>\subset</code>	$\subset$
<code>\int</code>	$\int$	<code>\in</code>	$\in$	<code>\circ</code>	$\circ$
<code>\rfloor</code>	$\rfloor$	<code>\lceil</code>	$\lceil$	<code>\nabla</code>	$\nabla$
<code>\lfloor</code>	$\lfloor$	<code>\cdot</code>	$\cdot$	<code>\ldots</code>	$\dots$
<code>\perp</code>	$\perp$	<code>\neg</code>	$\neg$	<code>\prime</code>	$\prime$
<code>\wedge</code>	$\wedge$	<code>\times</code>	$\times$	<code>\emptyset</code>	$\emptyset$
<code>\rceil</code>	$\rceil$	<code>\surd</code>	$\surd$	<code>\mid</code>	$\mid$
<code>\vee</code>	$\vee$	<code>\varpi</code>	$\varpi$	<code>\copyright</code>	$\copyright$
<code>\langle</code>	$\langle$	<code>\rangle</code>	$\rangle$		

Таблиця А.3 – Кодування типів маркерів на лініях графіків

Знак	Опис		Примітки
+	plus sign	Плюс	
o	circle	Окружність	
*	asterisk	Сніжинка	
.	point	Крапка	Круг
x	cross	Хрест	
s	square	Квадрат	
d	diamond	«Діамант»	◇
^	upward pointing triangle	Трикутник із відповідним поворотом вершини	▲
v	downward pointing triangle		▼
>	right pointing triangle		►
<	left pointing triangle		◄
p	five-pointed star	П'ятикутна зірка	
h	six-pointed star	Шестикутна зірка	
none	no marker (default)		

Навчальне видання

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

з дисципліни

«МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ»

Частина II

(для здобувачів вищої освіти спеціальності 141 «Електроенергетика,  
електротехніка та електромеханіка»)

(електронне видання)

Укладачі:

Є. С. РУДНЄВ

Ю. А. РОМАНЧЕНКО

Оригінал-макет *Ю.А. Романченко*

Підписано до друку 24.01.2024.

Формат 60x84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Папір типогр. Гарнітура Times.

Друк офсетний. Умов. друк. арк. \_\_\_\_\_. Обл.-вид. арк. \_\_\_\_\_.

Тираж \_\_\_\_ екз. Вид. № \_\_\_\_\_. Замов. № \_\_\_\_\_. Ціна договірна.

**Видавництво Східноукраїнського національного університету  
імені Володимира Даля**

Свідоцтво про реєстрацію: серія ДК № 1620 від 18.12.03 р.

Адреса університета: вул. Іоанна Павла 2, 17

м. Київ, 01042, Україна

e-mail: [vidavnictvoSNU.ua@gmail.com](mailto:vidavnictvoSNU.ua@gmail.com).