

Кузьменко С.В., Ніконець А.О., Мілов С.О.

ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОМАСООБМІНУ В СФЕРИЧНІЙ ОБЛАСТІ ПОРИСТИХ ТЕПЛОІЗОЛЯЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ ДЛЯ РУХОМОГО СКЛАДУ ЗАЛІЗНИЦЬ

У статті розглядається завдання аналітичного опису процесів конвективного тепломасообміну газового середовища у сферичній області при горизонтальному розташуванні джерела та стоку теплоти. Автором запропоновано модель, засновану на допущенні руху газу концентричними колами, центри яких збігаються з горизонтальною віссю сфери, виконаної з теплоізоляційного матеріалу. На основі рівнянь руху в циліндричних координатах та проекції сили Архімеда отримані вирази для масових сил, що діють на елементарний об'єм середовища, а також встановлена залежність між щільністю газу та температурою при лінійній апроксимації. У роботі докладно розглянуто рішення диференціального рівняння руху газового середовища методом Бернуллі, що дозволило вивести аналітичну залежність швидкості потоку в сферичній порожнині. Встановлено, що швидкість визначається температурним натиском між стінкою та середньоінтегральною температурою газу, коефіцієнтом об'ємного розширення та радіусом сфери. Отримані вирази дозволяють описати розподіл швидкості радіусом і кутом відхилення від центральної осі. Особливу увагу приділено визначенню коефіцієнта тепловіддачі, що характеризує інтенсивність перенесення теплоти від стінки сфери до газового середовища. На основі закону Ньютона-Ріхмана та рівняння теплопровідності проведено інтегрування, що дозволило отримати розподіл температури по меридіанам сфери та по колам, що відтинають внутрішні площини. Розглянуто граничні умови для температурних полів, що забезпечило виведення аналітичних залежностей для локальної та середньоінтегральної температури газу. У статті також наведено вирази для локального теплового потоку, питомої потужності внутрішніх джерел теплоти та сумарного теплового потоку через матеріал сфери. Показано, що за умови рівності товщини матеріалу діаметру сфери та обліку площі її найбільшого перерізу можна визначити наведену теплопровідність пористого матеріалу. Результати дослідження мають практичне значення для задач теплотехніки та енергетики, пов'язаних з аналізом процесів теплообміну у замкнутих газових системах, а також для проектування теплоізоляційних матеріалів та конструкцій сферичної форми. Отримані аналітичні залежності дозволяють прогнозувати розподіл швидкості та температури газового середовища, оцінювати ефективність теплообміну та розробляти методи інтенсифікації теплопередачі. Таким чином, робота є комплексним дослідженням, в якому об'єднані методи гідродинаміки та теплопередачі для опису конвективного тепломасообміну в сферичній області. Виведені формули та залежності можуть бути використані як у теоретичних дослідженнях, так і в інженерній практиці при моделюванні процесів теплообміну в газових середовищах.

Ключові слова: теплоізоляція, конвекція, тепломасообмін, сферична область, газове середовище, тепловіддача, температура, швидкість, теплопровідність, прикордонний шар.

Актуальність дослідження. Особливістю роботи теплоізоляційних матеріалів на рухомому складі залізниць є зменшення теплових втрат через огорожуючі поверхні і необхідність збереження їх теплотехнічних властивостей в умовах безперервних коливань на ресорному підвішуванні, обумовлених високими швидкостями руху поїздів і поштовхами вагонів при маневрах, зміни температури, вологості повітря і сонячної радіації від конденсації водяної пари.

До ізоляційних матеріалів, що застосовуються в конструкції огорожі кузовів, пред'являються такі основні вимоги [1,2]: невеликий коефіцієнт теплопровідності (0,03-0,04 Вт/мК), мала об'ємна вага (15-25 кг/м³); - відсутність гігроскопічності та невелике вологопоглинання; неможливість горіння та хімічна інертність; довговічність та незмінність теплотехнічних властивостей при коливаннях та зіткненнях; відсутність запаху та несприйнятливості до запахів; невелика вартість.

У конструкції більшості локомотивів, пасажирських та ізотермічних вагонів виробництва СРСР [3,4] застосовуються ізоляційні матеріали з найменшим значенням коефіцієнта теплопровідності, серед яких знаходяться міпори, мати зі скловолокна або штапельного волокна, плити з пінополістиролу та пінополіуретану. Слід зазначити, що при виготовленні пасажирських та ізотермічних вагонів США [5] (Pullman Standart, North American Corporation), Німеччини [6] (Waggonfabrik Talbot, Aachen, Farbenfabriken A.G. Bayer), Франції [7] (Soule) широко використовується пінополіуретанова тепло-ізоляція з безпосередньою заливкою на вагоні.

Аналіз матеріалів, які використовуються на рухомому складі залізниць показує, що органічні матеріали типу пінополістиролу, пінополіуретану, при їх гарних теплотехнічних характеристиках, мають обмеження при застосуванні по горючості. Негорючі неорганічні матеріали типу скловолокна і штапельного волокна мають схильність до адсорбції вологи і ущільненню протягом часу, що приводить до збільшення теплопровідності.

З точки зору використання на рухомому складі залізниць, більш привабливим є вспінене скло [8], яке є:

- вологонепроникним і не схильним до поступового ущільнення завдяки закритопористому каркасу матеріалу, як у пінополістиролі і пінополіуретану;

- пожежобезпечним, так як основа матеріалу є неорганічною.

Недоліком вспіненого скла є підвищена теплопровідність у порівнянні із пінополістиролом чи пінополіуретаном, яка обумовлена неоднорідністю структури матеріалу, товщини стінок каркасу і діаметру газонаповнених каверн [8].

Постановка проблеми. Використання вспінених неорганічних матеріалів, зокрема піноскла, на залізничному транспорті є дуже привабливим з точки зору його вологонепроникненості, пожежобезпечності і адекватної вартості. З урахуванням того, що даний матеріал має показники теплопровідності вищі, ніж нормовані у [1,2] є доцільним провести комплекс досліджень, зокрема теоретичних, для можливості визначення раціональних параметрів каркасу матеріалу.

Аналіз попередніх теоретичних досліджень. Відповідно до [9] пористий матеріал умовно можна розглядати як систему, що складається з плоских шарів твердого і газоподібного речовин, що чергуються між собою. При цьому зазвичай аналізуються два граничні випадки.

У першому варіанті тепловий потік передається перпендикулярно шарам. Інакше висловлюючись, термічна зв'язок між окремими елементами тіла у бік потоку тепла немає.

У другому випадку тепловий потік спрямований паралельно шарам, тобто умови контакту між окремими частинками у бік потоку тепла ідеальні. Формули для теплопровідності пористих тіл, що відповідають цим двом випадкам, мають такий вигляд:

$$\lambda_{\Sigma} = \frac{\lambda_g \lambda_m}{\lambda_g (1 - \Pi) - \lambda_m \Pi} \quad \text{і} \quad \lambda_{\Sigma} = \lambda_m (1 - \Pi) - \lambda_g,$$

де λ_g та λ_m – відповідно коефіцієнти теплопровідності газової та твердої фаз матеріалу;

Π – пористість матеріалу, в частках від одиниці.

Таким чином, модель пористого тіла у вигляді паралельних (або перпендикулярних) тепловому потоку твердих пластин призводить до лінійної залежності коефіцієнта ефективної теплопровідності від пористості.

Порівняння розрахункових та експериментальних даних по λ_{Σ} пористих матеріалів [10] (на прикладі пінополіуретану) показує, що залежності для коефіцієнта теплопровідності пористих матеріалів суттєво спрощені і не дозволяють ні якісно, ні кількісно описати процеси теплопровідності.

Відповідно до [11] для опису залежності теплопровідності λ волокнистих та пористих ефективних теплоізоляційних матеріалів від їх густини γ_0 використовується наступна емпірична формула:

$$\lambda = A + B\gamma_0 + C/\gamma_0,$$

де A , B і C – емпіричні константи, з наступною фізичною інтерпретацією доданків;

A – частина тепла, що проходить за рахунок теплопровідності газу, що знаходиться в порах матеріалу, від загального потоку тепла через матеріал;

$B\gamma_0$ – частина тепла, що проходить за рахунок теплопровідності матриці матеріалу, від загального потоку теплоти через матеріал;

C/γ_0 – частина теплового радіаційного потоку від загального потоку теплоти через матеріал.

Як видно з представленої залежності, відсутня складова конвекційної теплопередачі газів у порах теплоізоляційного матеріалу. Дана обставина, відповідно до [12], обґрунтовується теоретичними та експериментальними дослідженнями [13, 14, 15], які показали, що для волокнистих матеріалів з діаметром волокна, рівним декільком мікронам, а також для пористих матеріалів з діаметром пір, рівним кільком мікронам, тиск, і при температурі газу в порах, що не перевищує 80°C, конвекційна складова теплопровідності газів у порах набагато менше, ніж теплопровідність цих газів.

Наведене твердження повною мірою відноситься до скловолокнистих та мінераловатних виробів, проте для пористих та пористих матеріалів не відповідає дійсності. Аналіз літературних джерел та безпосередні спостереження авторів цієї роботи показують, що середній діаметр осередків пористих матеріалів перебуває у діапазоні $10^{-4} \dots 10^{-3}$, тобто, як мінімум на два порядки більше, ніж декларується у [12]. Крім цього, аналіз експериментальних досліджень [10] дозволяє констатувати, що збільшення теплопровідності матеріалу при максимальних значеннях пористості можливе лише при збільшенні конвективної складової процесу теплопередачі через збільшення діаметра осередків.

Таким чином, моделювання процесів теплопровідності пористих або комірчастих теплоізоляційних матеріалів обов'язково має включати процеси конвективного теплообміну газового середовища в осередку.

Мета і задачі дослідження. Мета роботи полягає в аналітичному описі процесів конвективного тепломасообміну газового середовища у сферичній області і отриманні залежностей, які дозволяють прогнозувати розподіл швидкості газового потоку, температурні поля та теплопередачу через матеріал сфери.

Досягнення поставленої мети у роботі вирішуються такі задачі:

- моделювання руху газового середовища у сферичній порожнині на основі припущення про течію по концентричних колах.
- виведення рівняння руху газу в циліндричних координатах з урахуванням дії масових сил;
- визначення залежності щільності газу від температури при лінійній апроксимації та постійному коефіцієнті об'ємного розширення;
- вирішення диференціального рівняння руху для отримання аналітичної формули швидкості потоку;
- формулювання граничних умов для швидкості та температури газу у сферичній області;

- визначення коефіцієнта тепловіддачі та локального теплового потоку ;
- аналіз розподілу температури по меридіанам та колам сфери за наявності джерела та стоку теплоти;
- розрахунок питомої потужності внутрішніх джерел теплоти та сумарного теплового потоку через матеріал сфери;
- визначення залежності для наведеної теплопровідності пористого матеріалу, що враховує товщину та площу сфери.

Основний матеріал дослідження.

При моделюванні конвективного тепломасообміну скористаємося припущенням, що течія газового середовища здійснюється за концентричними колами (рис.1), причому їх центри збігаються з горизонтальною віссю сфери, яка є матрицею теплоізоляційного матеріалу.

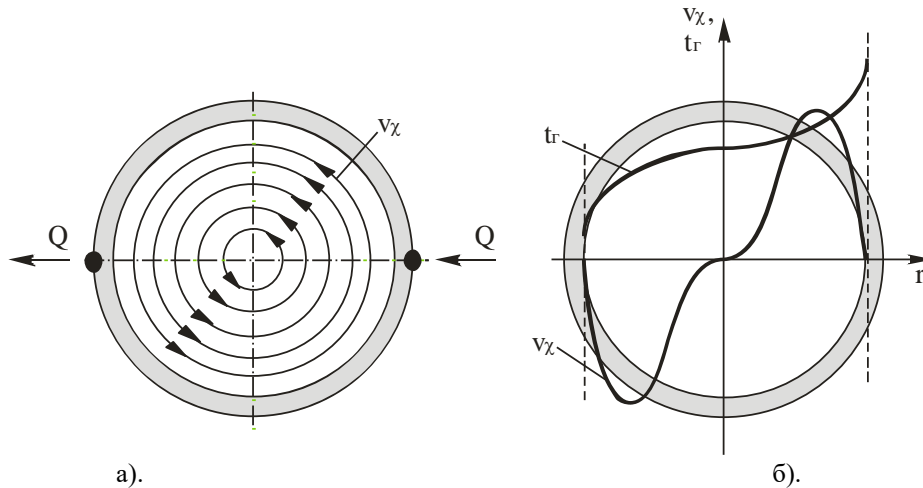


Рисунок 1 - Схема течії газового середовища (а), розподіл швидкості та температури (б) у сферичній порожнині

Використання рівняння руху газового середовища в циліндричних координатах [16] при зазначеному допущенні для стаціонарного перебігу дозволить отримати таку залежність:

$$\mu \left(\frac{\partial^2 v_\chi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\chi}{\partial r} \right) = -K_\chi, \quad (1)$$

де v_χ - швидкість течії газового середовища, що стосується лінії струму, м/с; r – поточний радіус, м;

μ - коефіцієнт динамічної в'язкості газового середовища, кг/(мс);

K_χ - масові сили, спрямовані лініями струму, кг/(м²с²).

Масова сила, що діє на елементарний обсяг газового середовища [17], у цій постановці буде проекцією сили Архімеда, яку можна описати такою залежністю:

$$K_\chi = g(\bar{\rho} - \rho) \cos \chi, \quad (2)$$

де g – прискорення вільного падіння, м/с²;

$\bar{\rho}, \rho$ - середньоінтегральне та поточне значення щільності газового середовища, кг/м³.

При лінійній залежності щільності від температури та постійному коефіцієнті об'ємного розширення отримуємо:

$$K_\chi = g\bar{\rho}\beta\vartheta \cos \chi, \quad (3)$$

де β - Коефіцієнт об'ємного розширення газового середовища, 1/К;

$\vartheta = t - \bar{t}$ температурний напір між поточною та середньоінтегральною температурою газового середовища, К.

При раніше зазначених припущеннях і рух, що встановився, товщина гідродинамічного і теплового прикордонного шару будуть рівні внутрішньому радіусу сфери [18]. Відповідно до цього, температурний напір може бути визначений як:

$$\vartheta = \vartheta_c \left(\frac{r}{R} \right)^2, \quad (4)$$

де $\vartheta_c = t_c - \bar{t}_r$ температурний напір між температурою стінки та середньоінтегральною температурою газового середовища, К.

На підставі наведених залежностей рівняння руху газового середовища буде описано як:

$$\frac{d^2 v_\chi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv_\chi}{dr} = - \frac{g\bar{\rho}\beta\vartheta_c}{\mu} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \cos \chi. \quad (5)$$

Для вирішення поставленої задачі і безпосередньо рівняння руху (5) граничні умови визначаються наступним чином: при $r=0$ і $r=R$ швидкість потоку $v_\chi = 0$.

Використовуючи в (5) наступні підстановки $k = \frac{dv_\chi}{dr}$ і $A = -\frac{g\bar{\rho}\beta g_c}{\mu} \cos \chi$, маємо:

$$k' + \frac{1}{r}k = A\left(\frac{r}{R}\right)^2.$$

Отримане рівняння першого порядку вирішимо методом Бернуллі [19], ввівши дві функції $y=f(r)$ і $z=f(r)$, причому $k = yz$, відповідно, $k' = y'z + yz'$. На підставі зазначеного рівняння набуде наступного вигляду:

$$y'z + yz' + \frac{1}{r}yz = A\left(\frac{r}{R}\right)^2.$$

Перегрупуємо рівняння за відповідними змінними:

$$y'z + y\left(z' + \frac{1}{r}z\right) = A\left(\frac{r}{R}\right)^2,$$

на підставі чого отримаємо систему із двох рівнянь, які визначають коріння даного рівняння, а саме:

$$\begin{cases} z' + \frac{1}{r}z = 0; & 6(a) \\ y'z = A\left(\frac{r}{R}\right)^2; & 6(b) \end{cases}$$

Розглянемо рівняння 6(a), яке після поділу змінних набуде наступного вигляду:

$$\frac{dz}{dr} = -\frac{z}{r} \quad \text{або} \quad \frac{dz}{z} = -\frac{dr}{r}.$$

Інтегрування лівої та правої частин призводить до наступного рішення:

$$\ln|z| = -\ln|r| \quad \text{або} \quad z = \frac{1}{r}. \quad (7)$$

Підстановка отриманого рішення 6(b) призводить до наступного результату:

$$\frac{y'}{r} = A\left(\frac{r}{R}\right)^2 \quad \text{або} \quad dy = Ar\left(\frac{r}{R}\right)^2 dr.$$

Розкриваючи квадрат різниці та інтегруючи ліву та праву частини рівняння, отримуємо:

$$y = \frac{Ar^4}{4R^2}.$$

Оскільки $k=yz$, то з урахуванням отриманих результатів маємо:

$$k = \frac{Ar^3}{4R^2} + C_1. \quad (8)$$

Використовуючи першу підстановку $k = \frac{dv_\chi}{dr}$ повертаємося до вихідної змінної за допомогою наступного диференціального рівняння:

$$dv_\chi = \left(\frac{Ar^3}{4R^2} + C_1\right) dr.$$

Розкриваючи дужки у правій частині рівняння та інтегруючи обидві частини рівняння, отримуємо шукану залежність у загальному вигляді для швидкості потоку газового середовища у сферичній галузі:

$$v_\chi = \frac{Ar^4}{16R^2} + C_1r + C_2.$$

З урахуванням раніше описаних граничних умов отримуємо невідомі константи:

- при $r=0 \Rightarrow C_2=0$;

- при $r=R \Rightarrow C_1 = -\frac{AR}{16} = \frac{g\bar{\rho}\beta g_c}{16\mu} R \cos \chi$

Таким чином, швидкість газового потоку, у сферичній порожнині визначається відповідно до наступної залежності:

$$v_\chi = \frac{g\bar{\rho}\beta g_c r}{16\mu} \left(\frac{r^3}{R^2} - R\right) \cos \chi. \quad (9)$$

З метою визначення теплового потоку, що передається конвекцією, необхідно визначити коефіцієнт тепловіддачі, який характеризує кількість перенесення теплоти від сферичної стінки до газового середовища та, відповідно, навпаки.

При визначенні коефіцієнта тепловіддачі припустимо, що передачі теплоти через матеріал сфери відбувається стаціонарно без внутрішніх джерел теплоти.

На підставі [18] визначено, що:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial \chi^2} = 0.$$

Використовуючи дане рівняння та провівши його подвійне інтегрування, отримаємо розподіл температури по меридіанам сфери від джерела до стоку теплоти

$$t = C_1 \chi + C_2. \quad (10)$$

Константи інтегрування C_1 і C_2 можна визначити виходячи з постановки граничних умов, а саме:

- при $\chi=0$ температура стінки $t = t_1$;
- при $\chi=\pi$ температура стінки $t = t_2$.

Виходячи з даних граничних умов отримуємо:

$$C_2 = t_1 \quad \text{і} \quad C_1 = \frac{t_2 - t_1}{\pi}.$$

Таким чином, розподіл температури матеріалу сфери по її меридіанам від джерела до стоку теплоти характеризується таким виразом:

$$t = \frac{t_2 - t_1}{\pi} \chi + t_1. \quad (11)$$

Припустимо, що процес конвективного тепломасообміну відбувається у вертикально розташованих паралельних площинах, усередині сфери (рис.2).

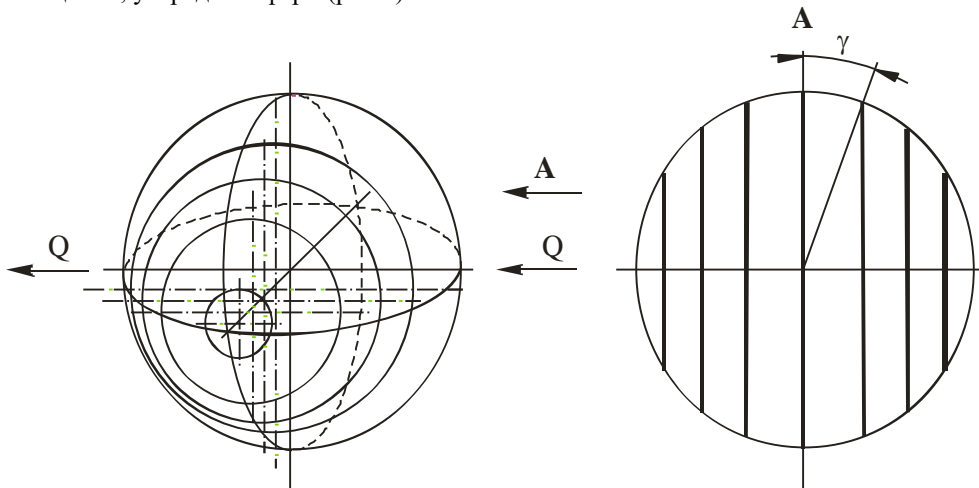


Рисунок 2 - Схема розташування площин, у яких здійснюється процес конвективного тепломасообміну

Виходячи з цього, у загальному випадку, розподіл температури по колам, що відсікають площини у сфері, буде здійснюватися на підставі наведеної залежності:

$$t_n = \left(\frac{t_2 - t_1}{\pi} \chi + t_1 \right) \cos \gamma, \quad (12)$$

Причому кут відхилення від центрального кола знаходиться в наступних межах $\gamma = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$.

Локальний коефіцієнт тепловіддачі [20] визначається наступним рівнянням:

$$\alpha = -\frac{\lambda_g}{g_c} \left(\frac{dg}{dr} \right)_{r=R}, \quad (13)$$

де λ_g - коефіцієнт теплопровідності газового середовища, Вт/(мК).

Оскільки раніше в (4) описувався температурний натиск між середньоінтегральною та локальною температурою газового середовища, то його похідна визначиться як:

$$\left(\frac{dg}{dr} \right)_{r=R} = \frac{d}{dr} \left[g_c \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]_{r=R} = \frac{2g_c}{R}. \quad (14)$$

Таким чином, локальний коефіцієнт тепловіддачі дорівнюватиме:

$$\alpha = -\frac{2\lambda_g}{R}. \quad (15)$$

Відповідно до закону Ньютона - Ріхмана тепловий потік, що передається від поверхні тіла (або навпаки) дорівнює:

$$q = \alpha(t_c - \bar{t}_e), \quad (16)$$

де t_c – локальна температура стінки, К;

\bar{t}_e - середньоінтегральна температура газового середовища, К.

Оскільки локальна температура стінки, тобто матеріалу сфери, визначено раніше відповідно до (2), необхідно визначити середню температуру газового середовища, що знаходиться всередині сфери. Відповідно до (4) можемо записати, що:

$$t_c - \bar{t}_e = (t_c - \bar{t}_e) \left(\frac{r}{R} \right)^2. \quad (17)$$

На підставі того, що $\bar{t}_e = \frac{1}{\chi} \int t_e d\chi$ і виділяючи з (17) t_e отримаємо:

$$\bar{t}_e = \frac{1}{\chi} \int \left[\bar{t}_e + (t_c - \bar{t}_e) \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] d\chi. \quad (18)$$

Для відповідних граничних умов та при стаціонарному режимі течії $\bar{t}_e = const$ і на підставі (17) маємо наступний результат:

$$\bar{t}_e = \frac{1}{\chi} \int t_c d\chi. \quad (19)$$

З урахуванням (19) та рівняння (2) середньоінтегральна температура газового середовища становитиме:

$$\bar{t}_e = \frac{t_2 + t_1}{2}. \quad (20)$$

В результаті локальний тепловий потік від стінки до газового середовища визначиться як:

$$q = \frac{2\lambda_e}{R} \left[\left(\frac{t_2 - t_1}{\pi} \chi + t_1 \right) \cos \gamma - \frac{t_2 + t_1}{2} \right]. \quad (21)$$

З метою визначення питомої потужності внутрішніх джерел теплоти розділимо (21) на товщину матеріалу сфери:

$$q_v = \frac{2\lambda_e}{\Delta R} \left[\left(\frac{t_2 - t_1}{\pi} \chi + t_1 \right) \cos \gamma - \frac{t_2 + t_1}{2} \right]. \quad (22)$$

Використовуючи отримане у [17] диференціальне рівняння теплопровідності при стаціонарному процесі з внутрішніми джерелами теплоти

$$\left(\frac{4\lambda_c}{(2R + \Delta)^2} \right) \frac{\partial^2 t}{\partial \chi^2} + q_v = 0$$

і підставивши в нього (22) після деяких перетворень отримуємо:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial \chi^2} = \frac{\lambda_e (2R + \Delta)^2}{\lambda_c 2\Delta R} \left[\left(\frac{t_1 - t_2}{\pi} \chi - t_1 \right) \cos \gamma + \frac{t_2 + t_1}{2} \right]. \quad (23)$$

Введемо такі константи:

$$K = \frac{\lambda_e (2R + \Delta)^2}{\lambda_c 2\Delta R}; \quad a = \frac{t_1 - t_2}{\pi}; \quad b = \frac{t_2 + t_1}{2}.$$

Проводячи подвійне інтегрування (23) отримуємо:

$$t = \frac{K}{2} \left[\left(\frac{a}{3} \chi - t_1 \right) \chi^2 \cos \gamma + b\chi^2 + C_1\chi + C_2 \right].$$

Для знаходження невідомих констант інтегрування використовуємо граничні умови:

- при $\chi=0$ температура стінки $t = t_1$;
- при $\chi=\pi$ температура стінки $t = t_2$.

З їх використанням отримуємо:

$$C_1 = \frac{2}{\pi K} (t_2 - t_1) - \left(\frac{a}{3} \pi - t_1 \right) \pi \cos \gamma - b\pi; \quad C_2 = \frac{2t_1}{K}.$$

$$t = \frac{K}{2} \left\{ \left[\left(\frac{a}{3} \chi - t_1 \right) \chi^2 - \left(\frac{a}{3} \pi - t_1 \right) \pi \right] \cos \gamma + b(\chi^2 - \pi) + \frac{2}{K} \left(t_1 + \frac{t_2 - t_1}{\pi} \right) \right\}. \quad (24)$$

Визначено [18], що тепловий потік, що проходить через елементарний майданчик матеріалу сфери

$$q_{F_1} = \frac{2\lambda_c}{(2R + \Delta)} \frac{\partial t}{\partial \chi}.$$

На підставі чого можна записати, що сумарний тепловий потік, що проходить через матеріал сфери, становитиме:

$$q_{\Sigma} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{2}{\chi} \int_0^{\pi} q_{F_1} d\chi \right) d\gamma = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(\frac{2}{\chi} \int_0^{\pi} \frac{2\lambda_c}{(2R + \Delta)} \frac{\partial t}{\partial \chi} d\chi \right) d\gamma. \quad (25)$$

Послідовне інтегрування (25) призводить до наступного результату:

$$q_{\Sigma} = \frac{2\lambda_c K \pi}{(2R + \Delta)} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left[\left(\frac{a}{3} \pi - t_1 \right) \cos \gamma + b \right] d\gamma = \frac{2\lambda_c K \pi}{2R + \Delta} \left[2 \left(\frac{a}{3} \pi - t_1 \right) + b \pi \right]. \quad (26)$$

З урахуванням раніше використовуваної підстановки отримуємо:

$$q_{\Sigma} = \pi \lambda_e \frac{2R + \Delta}{9\Delta R} (t_1 - t_2). \quad (27)$$

З огляду на те, що площа ізотермічного перерізу сфери

$$F = \pi \Delta (2R + \Delta) \sin \chi,$$

середньоінтегральна площа ізотермічного перерізу сфери складе:

$$\bar{F} = \frac{1}{\chi} \int \pi \Delta (2R + \Delta) \sin \chi d\chi = \Delta (2R + \Delta). \quad (28)$$

На підставі (27) і (28) кількість теплоти, передана через матеріал сфери, дорівнює:

$$Q = \pi \lambda_e \frac{(2R + \Delta)^2}{9R} (t_1 - t_2). \quad (29)$$

За умови, що товщина матеріалу дорівнює діаметру сфери, а площа поширення теплового потоку відповідає площі сфери в її найбільшому перерізі, наведена теплопровідність пористого матеріалу:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{9} \left(\frac{2R + \Delta}{R} \right)^2 \lambda_e. \quad (30)$$

Таким чином, проведені дослідження дозволили визначити аналітичні залежності, які характеризують тепломасообмін між стінкою сфери та укладеним у ній газовим середовищем, а саме розподілом швидкості та сумарною теплопровідністю матеріалу.

Висновки. Проведені дослідження дозволили отримати наступні результати:

У роботі розроблено аналітичну модель конвективного тепломасообміну газової середовища в сферичній області при горизонтальному розташуванні джерела та стоку теплоти і отримано рівняння руху газового потоку з урахуванням дії масових сил, що є проекцією сили Архімеда.

Виведено залежність швидкості газового потоку від температурного напору, коефіцієнта об'ємного розширення та геометричних параметрів сфери. Встановлено розподіл температури по меридіанах та окружностях сфери, що дозволяє описати теплові поля всередині газової порожнини.

Визначено локальний та середній коефіцієнти теплообміну, які характеризують інтенсивність перенесення теплоти між стінкою сфери та газовим середовищем. Розраховано локальний тепловий потік і питому потужність внутрішніх джерел теплоти, що дозволяє оцінити енергетичний баланс системи.

Отримано вирази для сумарного теплового потоку через матеріал сфери та приведеної теплопровідності пористого матеріалу. Показано, що при рівності товщини матеріалу діаметру сфери можна визначити ефективну теплопровідність ізоляційного шару.

Запропоновані аналітичні залежності можуть бути використані для прогнозування параметрів теплообміну та оптимізації конструкцій, що працюють у замкнених газових системах.

Література

1. ДСТУ 4049-2001. Вагони пасажирські магістральні локомотивної тяги. Вимоги безпеки. – Київ: Держстандарт України, 2002. – 24 с.
2. Угода про міжнародні перевезення швидкопсувних харчових продуктів та про спеціальні транспортні засоби, призначені для цих перевезень (АТР). – Київ: Міністерство інфраструктури України, 2016. – 52 с.
3. Кондиционирование воздуха в пассажирских вагонах и на локомотивах. Маханько М.Г., Сидоров Ю.П., Хенач А., Шмидт М.М. М.: Транспорт, 1981.- 254 с.
4. Фаерштейн Ю.О., Китаев Б.Н. Кондиционирование воздуха в пассажирских салонах. М.:Транспорт. – 1984. – 275 с.
5. Railway Locomotive Cars // №4. – 1978.– p. 28-29.
6. Eisenbahntechnische Rundschau (ETR) // №11. – 1987. – p. 386-394.
7. Isolation et Revetement // №61. – 1986. – p. 27-36.
8. Лотов В.А. Перспективные теплоизоляционные материалы с жесткой структурой // Строительные материалы. – №11. – 2004. – с.8-9.

9. Тепловая защита. Под. ред. А.В. Лыкова. М.: Энергия. – 1976. – 392 с.
10. Лазутин М., Оттенс А., Келлер П. Тепловая изоляция из жесткого пенополиуретана: основные свойства и направления применения в строительстве // Энергосбережение. №3. – 2002. – с. 56-59.
11. Tye R.P. Thermal conductivity. London – N.Y. – 1969. – vol.1. – 441 p.
12. Кисилев И.Я. Зависимость теплопроводности современных теплоизоляционных строительных материалов от плотности, диаметра волокон или пор, температуры //Строительные материалы. – №7. – 2003 . – с. 17-18.
13. Allkut E.A. General discussion on heat transfer. – London. – 1951. – 91 p.
14. Fishenden M. an introduction to heat transfer. – Oxford. – 1961. – 105 p.
15. Verschoor J.D. Theoretical design requirements for improving the insulating properties of fibrous materials // Trans. Amer. Soc. Mechan. Eng. – 1952. - №74. – p. 961-974.
16. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука. – 1974. – 712 с.
17. Теплопередача: Учебник для вузов / Исаченко В.П. и др. – М.: Энергоиздат. – 1981. – 416 с.
18. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. – М.: Энергия. – 1973. – 253 с.
19. Лихолетов И.И. Высшая математика, теория вероятностей и математическая статистика. – Минск: Высшейш. Школа. – 1976. – 720 с.
20. Калинин Э.К., Дрейцер Г.А., Ярхо С.А. Интенсификация теплообмена в каналах. – М.: Машиностроение. – 1981. – 205 с.

References

1. DSTU 4049-2001. Vahony Pasazhyrski Mahistralni Lokomotyvnoi Tiahy. Vymohy Bezpeky. – Kyiv: Derzhstandart Ukrainy, 2002. – 24 p.
2. Uhoda Pro Mizhnarodni Perevezennia Shvydkopsuvnykh Kharchovykh Produktiv Ta Pro Spetsialni Transportni Zasoby, Pryznacheni Dlia Tsykh Perevezen (ATP). – Kyiv: Ministerstvo Infrastruktury Ukrainy, 2016. – 52 p.
3. Kondytsyonyrovanye Vozdukha V Passazhyrskykh Vahonakh Y Na Lokomotyvakh. Makhanko M.H., Sy-Dorov Yu.P., Khenach A., Shmydt M.M. M.: Transport, 1981.- 254 p.
4. Faershtein Yu.O., Kytaev B.N. Kondytsyonyrovanye Vozdukha V Passazhyrskykh Salonakh. M.:Transport. – 1984. – 275 p.
5. Railway Locomotive Cars // №4. – 1978.– p. 28-29.
6. Eisenbahntechnische Rundschau (ETR) // №11. – 1987. – p. 386-394.
7. Isolation Et Revetement // №61. – 1986. – p. 27-36.
8. Lotov V.A. Perspektivnye Teplozolyatsionnye Materyaly S Zhestkoi Strukturoid // Stroytelnye Materyaly. – №11. – 2004. – p.8-9.
9. Teplovaia Zashchyta. Pod. Red. A.V. Lykova. M.: Enerhyia. – 1976. – 392 p.
10. Lazutyn M., Ottens A., Keller P. Teplovaia Yzolyatsiya Yz Zhestkoho Penopolyuretana: Osnovnye Svoistva Y Napravleniya Prymeneniya V Stroytelstve // Enerhosberezhnyye. №3. – 2002. – p. 56-59.
11. Tye R.P. Thermal Conductivity. London – N.Y. – 1969. – VOL.1. – 441 p.
12. Kysylev Y.Ia. Zavysymost Teploprovodnosty Sovremennykh Teplozolyatsionnykh Stroytel-nykh Materyalov Ot Plotnosti, Dyametra Volokon Yly Por, Temperatury //Stroytelnye Materyaly. – №7. – 2003 . – p. 17-18.
13. Allkut E.A. General Discussion On Heat Transfer. – London. – 1951. – 91 p.
14. Fishenden M. An Introduction To Heat Transfer. – Oxford. – 1961. – 105 p.
15. Verschoor J.D. Theoretical Design Requirements For Improving The Insulating Properties Of Fibrous Materials // Trans. Amer. Soc. Mechan. Eng. – 1952. - №74. – p. 961-974.
16. Shlykhtynh H. Teoryia Pohranychnoho Sloia. – М.: Nauka. – 1974. – 712 p.
17. Teploperedacha: Uchebnyk Dlia Vuzov / Ysachenko V.P. Y Dr. – М.: Enerhoizdat. – 1981. – 416 p.
18. Mykheev M.A., Mykheeva Y.M. Osnovy Teploperedachy. – М.: Enerhyia. – 1973. – 253 p.
19. Lykholetov Y.Y. Vysshaya Matematika, Teoryia Veroiatnostei Y Matematycheskaia Statystyka. – Mynsk: Vysheishaya Shkola. – 1976. – 720 p.
20. Kalynyn Э.К., Dreitser H.A., Yarkho S.A. Yntensyfykatsiya Teploobmena V Kanalakh. – М.: Mashynostroenye. – 1981. – 205 p.

The article examines the problem of analytically describing the processes of convective heat and mass transfer in a gaseous medium within a spherical domain, in the case of a horizontally arranged heat source and sink. The author proposes a model based on the assumption that the gas moves along concentric circles whose centers coincide with the horizontal axis of a sphere made of thermal insulation material. Based on the equations of motion in cylindrical coordinates and on the projection of the Archimedes force, expressions are obtained for the body forces acting on an elementary volume of the medium, and a relationship between gas density and temperature is established using a linear approximation.

The study provides a detailed analysis of the solution to the differential equation describing the motion of the gaseous medium by applying the Bernoulli method, which makes it possible to derive an analytical dependence for the flow velocity inside the spherical cavity. It is shown that the velocity is determined by the temperature head between the wall and the

mean integral gas temperature, the coefficient of volumetric expansion, and the sphere radius. The obtained expressions allow describing the velocity distribution in terms of radius and angular deviation from the central axis.

Special attention is devoted to determining the heat transfer coefficient, which characterizes the intensity of heat transfer from the spherical wall to the gaseous medium. Based on Newton–Richmann’s law and the heat conduction equation, integration is performed, making it possible to obtain the temperature distribution along the sphere’s meridians and along circles that cut across its internal planes. Boundary conditions for temperature fields are considered, enabling the derivation of analytical relationships for the local and mean integral gas temperatures.

The article also presents expressions for the local heat flux, the specific power of internal heat sources, and the total heat flux through the sphere’s material. It is shown that, assuming the material thickness equals the sphere diameter and the area of its largest cross-section is taken into account, the effective thermal conductivity of a porous material can be determined.

The research results have practical value for problems in thermal engineering and energy systems related to the analysis of heat transfer processes in closed gaseous environments, as well as for the design of thermal insulation materials and spherical structures. The derived analytical relationships make it possible to predict the distribution of gas velocity and temperature, evaluate heat transfer efficiency, and develop methods for enhancing heat exchange. Thus, the study represents a comprehensive investigation integrating hydrodynamics and heat transfer methods to describe convective heat and mass transfer within a spherical domain. The obtained formulas and dependencies can be used both in theoretical research and engineering practice for modeling heat transfer processes in gaseous media.

Keywords: thermal insulation, convection, heat and mass transfer, spherical domain, gaseous medium, heat transfer, temperature, velocity, thermal conductivity, boundary layer.

Кузьменко С.В. - професор кафедри залізничного, автомобільного транспорту та підйомно-транспортних машин Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля; kuzmenko@snu.edu.ua

Ніконець А.О. - аспірант кафедри залізничного, автомобільного транспорту та підйомно-транспортних машин Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля; nikonets@snu.edu.ua

Мілов С.О. - аспірант кафедри залізничного, автомобільного транспорту та підйомно-транспортних машин Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля; milov@snu.edu.ua

Стаття надійшла до редакції: 22.11.2025 р.

Стаття прийнята до друку: 25.11.2025 р.

Стаття опублікована: 09.12.2025 р.