

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
СХІДНОУКРАЇНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
імені ВОЛОДИМИРА ДАЛЯ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних занять з дисципліни

**«АПАРАТНІ ЗАСОБИ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ МЕРЕЖ»**

*(для здобувачів вищої освіти спеціальностей: 171 «Електроніка»; 172*

*«Телекомунікації та радіотехніка».)*

*(Електронне видання)*

ЗАТВЕРДЖЕНО  
на засіданні кафедри  
"Електронних апаратів".  
Протокол № 6 від 14.02.2023

Київ 2023

УДК 517.93

Методичні вказівки до до практичних занять з дисципліни «Апаратні засоби телекомунікаційних мереж» (АЗТМ) (для здобувачів вищої освіти спеціальностей: 171 «Електроніка»; 172 «Телекомунікації та радіотехніка».) (Електронне видання)/ Укладач: І.С. Тюндер - Київ: вид-во СНУ ім. В. Даля, 2023. – 76 с.

Наведено методичні вказівки до практичних занять з дисципліни «Апаратні засоби телекомунікаційних мереж», закріплення теоретичних знань, проведення досліджень теоретичних моделей конструкцій апаратних засобів телекомунікаційних мереж (АЗТМ), формування самостійності мислення, розвиток дослідницьких вмінь.

Укладачі \_\_\_\_\_ Тюндер І.С., ст. викладач

Рецензент \_\_\_\_\_ Самойлова Ж.Г., доцент, к.т.н

## ЗМІСТ

Загальні вказівки.....	4
1 Побудова та використання ймовірнісно-статистичних моделей для аналізу конструкцій і технологічних процесів АЗТМ.....	5
2 Марковські випадкові процеси в конструкціях електронних апаратів та їх аналіз.....	19
3 Обчислення показників надійності резервованих апаратних засобів телекомунікаційних мереж.....	27
4 Використання математичних моделей якості ЕА для їх порівняльної оцінки .....	37
5 Розрахунок теплової характеристики герметичного блоку при природній конвекції .....	46
Список літератури.....	58
Додатки.....	59

## ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ

Мета дисципліни «Апаратні засоби телекомунікаційних мереж» (АЗТМ) – вивчення теоретичних основ і математичного апарату аналізу, синтезу та оптимізації конструкцій і технології виробництва АЗТМ. Вона розглядає як теоретичні, так і фізичні аспекти процесу конструкторського проектування і сприяє фундаментальній підготовці майбутніх інженерів, спроможних забезпечити високу якість виробів на основі прогресивних сучасних рішень.

Практичні заняття і методичні вказівки до їх проведення дозволять студентам отримати навички в практичному використанні теоретичних знань з цієї дисципліни. Розглянуті питання пов'язані з використанням імовірнісно-статистичних моделей, моделей марківських випадкових процесів для аналізу конструкцій і технологічних процесів, визначення характеристик надійності електронних апаратів, використання математичних моделей якості для обґрунтування конструкторсько-технологічних рішень.

При підготовці до практичних занять необхідно вивчити теоретичний матеріал з літератури, що рекомендується, ознайомитися з методичними вказівками.

Незважаючи на те що методика проведення занять передбачає індивідуальну роботу студентів, на кожному з них доцільно розв'язати принаймні одну типову для даного заняття задачу колективно під керівництвом викладача з аналізом типових помилок. Для поглибленої підготовки доцільно самостійно одне або кілька контрольних завдань.

Усі записи практичних занять слід вести в спеціальному зошиті, де повинно бути відображено як результати домашньої, самостійної підготовки, так і роботи на практичному занятті.

Рекомендується використати обчислювальну техніку при виконанні завдань, для цього практичні заняття слід проводити у відповідно обладнаних комп'ютерних класах.

# 1 ПОБУДОВА ТА ВИКОРИСТАННЯ ЙМОВІРНІСНО-СТАТИСТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ АНАЛІЗУ КОНСТРУКЦІЙ І ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ АПАРАТНИХ ЗАСОБІВ (АЗ)

## 1.1 Мета заняття

Поглибити знання та набути навиків використання окремих статистичних методів обробки результатів експериментального дослідження конструкцій і технологічних процесів АЗ, а також побудувати на цій основні математичні моделі для подальшого їх використання в конструкторсько-технологічному проектуванні.

## 1.2 Теоретичні відомості

У процесі конструкторсько-технологічного проектування розробники АЗ часто зустрічаються з неможливістю детермінованого опису залежності між окремими показниками, або з частковою відсутністю відомостей про окремі параметри та їх залежності від інших параметрів. У цьому разі доцільно проводити експеримент повного обсягу, щоб дістати потрібну інформацію та побудувати на її основі ймовірно-статистичні моделі.

Готуючись до практичного заняття з даної теми, необхідно вивчити теоретичний матеріал попередніх лекцій, викладений у [1, с.161-164, 170-176; 6, с. 163-175].

Вивчаючи теоретичний матеріал, зверніть увагу, що найповнішою моделлю будь-якої ймовірнісної величини є закони її розподілу.

На практиці використовують дві форми законів розподілу б функцію розподілу та щільність розподілу.

Функція розподілу  $F(z)$  визначає ймовірність того, що значення випадкової величини  $z$  не перевищить заданого  $z$

$$F(z) = P(z < z). \quad (1.1)$$

Можливий вигляд графіків  $F(z)$  для неперервної та дискретної випадкової величини  $z$  зображені на рисунку 1.1.

Зверніть увагу на те, що функція розподілу має завжди зростаючий характер, а для дискретної випадкової величини – стрибок у точках величини.

У деяких випадках наочнішою для аналізу є щільність розподілу  $f(z)$ .

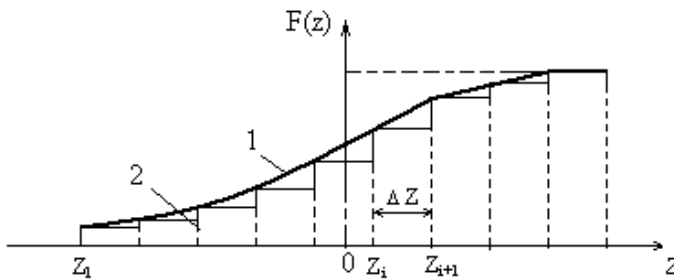


Рисунок 1.1- Функції розподілу для величин: 1 – неперервної; 2 – дискретної випадкової

За означенням,

$$f(z) = \lim_{\Delta z} \frac{F(z + \Delta z) - F(z)}{\Delta z} = \frac{dF(z)}{dz}. \quad (1.2)$$

Можливий вигляд щільностей розподілу  $f(z)$  для неперервної та дискретної випадкової величин зображено на рисунку 1.2.

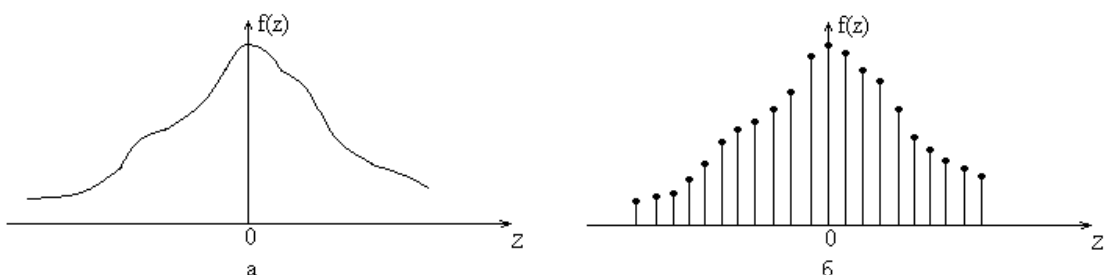


Рисунок 1.2 - Щільність розподілу для величин: а – неперервної; б – дискретної випадкової.

Визначення форми та основних числових характеристик таких розподілів на підставі експериментальних даних і складає основний сенс побудови ймовірно-статистичних моделей.

Важливо засвоїти, що розглянуті теоретичні розподіли для конкретних параметрів РЕЗ і технологічних процесів можна дістати з експериментальних даних.

Такі відповідно оброблені експериментальні дані можна зобразити у вигляді емпіричних законів розподілу  $F^*(z)$  та  $f^*(z)$ . У математичній статистиці як емпіричний закон розподілу  $F^*(z)$  використовують полігон нагромаджених частот. Методика одержання емпіричної функції розподілу (полігону нагромаджених частот) полягає у такому: результати експерименту  $Z_i$  (так звану вибірку) ран жирують – розміщують у порядку зростання:  $Z_{\min}=Z_1 \leq Z_2 \leq Z_3 \leq \dots \leq Z_i \leq Z_{i+1} \leq \dots \leq Z_n \leq Z_{\max}$ . Одержану послідовність (варіаційний ряд) розбивають на певну кількість інтервалів. Рекомендована кількість інтервалів

$$K \approx 1 + \lg n \quad (1.3)$$

При цьому ширина інтервалу

$$\Delta Z = \frac{Z_{\max} - Z_{\min}}{K}. \quad (1.4)$$

Потім для кожного визначеного у такий спосіб інтервалу обчислюють  $n_j^*$  – кількість випадкових величин  $Z_j$ , що містяться в ньому, та відносну частоту (так звану частість) попадання у відповідний інтервал

$$P_j^* = \frac{n_j^*}{n}.$$

Після цього будують емпіричну функцію розподілу  $F^*(z)$  за правилом

$$F^*(z) = \begin{cases} 0, & \text{при } Z < Z_{\min}; \\ \sum_j P_j^*, & \text{при } Z_{\min} \leq Z < Z_{\max}, \quad j = 1, k; \\ 1, & \text{при } Z > Z_{\max}. \end{cases} \quad (1.5)$$

Отже функція  $F^*(z) \geq 0$  і має східчастий характер з підвищенням від нуля до одиниці.

Для побудови  $f^*(z)$  емпіричного закону щільності розподілу використовують гістограму. Методика її одержання відрізняється від методики побудови  $F^*(z)$  лише тим, що її будують не за правилом (1.5), а за правилом

$$f^*(z) = \begin{cases} 0, & \text{при } Z < Z_{MIN}; \\ \frac{P^*_j}{\Delta Z}, & \text{при } Z_{MIN} \leq Z < Z_{MAX}; \\ 0, & \text{при } Z > Z_{MAX}. \end{cases} \quad (1.6)$$

Ця функція також більша від нуля, має східчастий характер, але область її існування не обмежена і має як зростаючі, так і спадні ділянки.

У практиці конструкторсько-технологічних розробок найчастіше зустрічаються такі теоретичні розподіли: рівномірний, експоненціальний, нормальний, логарифмічно нормальний, розподіл Вейбула, гамма-розподіл, розподіл Релея.

Процес добору теоретичного розподілу до одержання емпіричного складається з двох частин: добору виду розподілу та визначення числових значень параметрів цього розподілу.

Добір виду розподілу часто залежить від досвіду інженера, а також від наявності додаткової інформації про конструкцію або про процес, що вивчається. характерні ознаки тих чи інших розподілів.

Параметри вибраного розподілу обчислюють за наявними статистичними даними. основні формули обчислення параметрів теоретичних розподілів за статистичними даними.

На завершальному етапі побудови ймовірнісно-статистичних моделей необхідно перевірити ступінь узгодженості теоретичного та емпіричного розподілів. Для цього використовують спеціально розроблені критерії узгодженості.

На прикладі найбільшого поширення дістали критерії  $\chi^2$  (хі-квадрат) Пірсона та критерії Колмогорова.



Якщо використовують критерій  $\chi^2$  Пірсона, то мірою розбіжності розподілів є величина

$$u = \chi^2 = n \sum_{j=1}^K \frac{(P_j^* - P_j)^2}{P_j} = n \sum_{j=1}^K \frac{(n_j^* - nP_j)^2}{nP_j}, \quad (1.7)$$

де  $k$  – кількість інтервалів розбиття варіаційного ряду;  $P_j^* = \frac{n_j^*}{n}$  – статистична частота попадання випадкової величини  $Z$  в  $j$ -й інтервал;  $P_j$  – теоретична (згідно з обраним теоретичним розподілом) імовірність попадання випадкової величини  $Z$  в  $j$ -й інтервал.

Значення суми (1.7) порівнюють з критичним значенням  $\chi_{кр}^2$ , яке знаходять за таблицями розподілу  $\chi^2$  для відповідних рівня значущості  $q$  і числа ступенів вільності  $f$ . Число ступенів вільності визначають за формулою

$$f = n - r - 1, \quad (1.8)$$

де  $r$  – кількість параметрів закону розподілу.

Рівень значущості  $q$  вибирають виходячи з потреб завдання. Якщо

$$\chi^2 < \chi_{кр}^2 = \chi_{q,f}^2, \quad (1.9)$$

то гіпотеза про узгодженість емпіричного та теоретичного розподілів приймають з ймовірністю  $P = 1 - q$ . Якщо  $\chi^2 > \chi_{кр}^2$ , відповідну гіпотезу відкидають і добирають інший теоретичний розподіл.

Зазначимо, що об'єктивні оцінки узгодженості теоретичного та експериментального розподілів з допомогою критерію Пірсона можна дістати лише при достатньо великій кількості дослідів  $n$ , коли число спостережень у кожному інтервалі  $n_j \geq 5 \dots 10$ .

Якщо використовують критерій Колмогорова, то мірою розбіжності між теоретичною  $F(z)$  та статистичною  $F^*(z)$  функціями розподілу вибирають максимальне абсолютне значення модуля їх різниці

$$\max |F^*(z) - F(z)| = D. \quad (1.10)$$

У цьому разі при збільшенні обсягу вибірки  $n$  імовірність нерівності  $D\sqrt{n} \geq \lambda$  прямує до граничного значення

$$F(\lambda) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(D\sqrt{n} \geq \lambda) = \sum_{K \rightarrow \infty} (-1)^K \exp(-2k^2 \lambda^2).$$

Тоді

$$P(D\sqrt{n} \geq \lambda) = 1 - F(\lambda) = P(\lambda). \quad (1.11)$$

Значення функції (1.11) табульовані (дод. 3).

Користуватися критерієм Колмогорова можна так. На одному й тому самому графіку будують розподіли  $F(z)$  та  $F^*(z)$  і вибирають максимальну різницю між ними (цю операцію можна виконати також суто аналітично). Потім визначають  $\lambda = D\sqrt{n}$  і за даними табл. дод. 3 обчислюють  $P(\lambda)$ . Якщо імовірність  $P(\lambda)$  невелика, то гіпотезу про узгодженість  $F(z)$  та  $F^*(z)$  відкидають, тоді як у разі великої  $P(\lambda)$  приймають. Зверніть увагу на те, що хоча критерій Колмогорова простіший від критерію  $\chi^2$  Пірсона, ним можна користуватися лише тоді, коли відомі не тільки вид  $F(z)$ , а й його числові параметри.

### 1.3 Типові завдання та приклади їх розв'язання

*Завдання 1.* У процесі дослідної експлуатації партії перетворювачів ( $i=1 \dots 60$ , де  $i$  – номер відповідного перетворювача) електричного струму було одержано дані відносно  $T_i$ - напрацювання до першої відмови. наведені в таблиці 1.1. Необхідно визначити емпіричні закони розподілу  $T_i$ .

*Розв'язання.* Оцінюємо кількість інтервалів за (1.3)

$$k=1+3,2 \lg 60=1+3,2 \cdot 1,78=6,69 \approx 7$$

Потім обчислюємо ширину інтервалів за (1.4), ураховуючи, що  $T_{\min}=750$ ;  $T_{\max}=1350$ :

$$\Delta T = \frac{1350 - 750}{7} = 86,5 \approx 90.$$

Ширину інтервалу дещо завищуємо, щоб у кожний інтервал потрапило більше значень  $T_i$ . Визначаємо межі інтервалів. Для цього розраховуємо середнє значення даної виборки

$$m^*(T) = \frac{1}{60} \sum_{i=1}^{60} T_i = 969,2 \approx 970$$

Таблиця 1.1

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T <sub>i</sub> , год	1050	875	1075	850	975	750	800	800	950	1000
i	11	12	13	14	15	16	17	18	18	20
T <sub>i</sub> , год	1350	1200	1100	1025	1050	1025	1000	900	1100	815
i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
T <sub>i</sub> , год	1000	900	750	900	975	900	750	975	775	950
i	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
T <sub>i</sub> , год	900	900	850	850	850	875	875	900	1250	1300
i	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
T <sub>i</sub> , год	1200	775	750	1100	950	950	800	975	975	1150
i	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
T <sub>i</sub> , год	1050	800	775	1200	1000	1100	800	875	900	1300

На числовій осі рисунку (1.3) позначаємо  $m^*(T)$ ; по обидва боки від середнього значення відкладаємо спочатку по половині інтервалу  $\frac{\Delta T}{2}$ , а потім – по цілому інтервалу  $\Delta T$ , доки крайні інтервали не перекриють  $T_{\min}$  і  $T_{\max}$ .

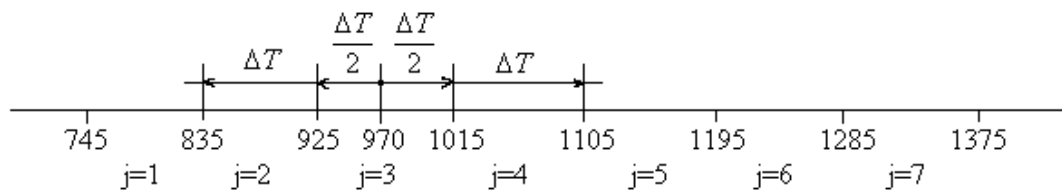


Рисунок 1.3

Межі інтервалів заносимо в графу 2 таблиці 1.2. ліву межу позначаємо круглою дужкою (відкрита межа), праву – квадратною (закрита межа). Це означає, що коли якийсь елемент сукупності (вибірки) потрапив рівно на межу інтервалів, то його слід відносити тільки до лівого інтервалу.

Таблиця 1.2

№ інтерв	Межі інтервалів $T_j \dots T_{j+1}$	Емпірична абсолютна частота $n_j^*$	Емпірична відносна частота	$F^*(T) = \sum P_i^*$	$F(T) = \sum P_i$
1	(745..835]	13	0,21	0,21	0,195
2	(835...925]	16	0,27	0,48	0,386
3	(925...1015]	13	0,21	0,69	0,614
4	(1015...1105]	10	0,16	0,85	0,805
5	(1105...1195]	1	0,02	0,87	0,924
6	(1195...1285]	4	0,08	0,96	0,978
7	(1285...1375]	3	0,05	1,00	1,00

Згідно з даними таблиці 1.1 розраховуємо абсолютні  $n_j^*$  і відносні  $P_j^*$  статистичні частоти попадання  $T_i$  в інтервали. Для цього доцільно спочатку побудувати варіаційний ряд, а потім обчислити  $n_j^*$  та  $P_j^*$ .

Результати обчислень заносимо в графі 3 і 4 таблиці 1.2.

Розділивши значення графі 4 таблиці 1.2 на ширину інтервалу  $\Delta T$ , виходячи з правила (1.6) дістанемо емпіричну щільність розподілу  $f^*(T)$ . Графічне зображення  $f^*(T)$  у вигляді гистограми показано на рисунку 1.4.

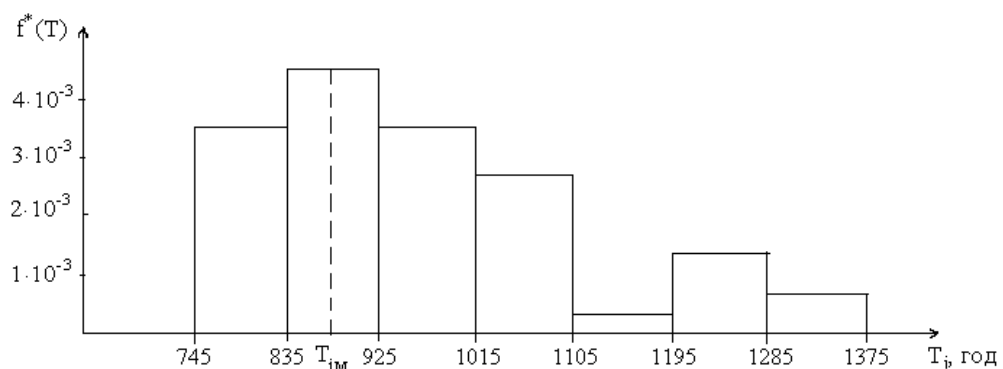


Рисунок 1.4

Аналізуючи одержану гістограму, зробимо деякі важливі для практики висновки. По-перше, розподіл має не симетричну форму, тому середнє значення напрацювання на відмову  $m^*(T)$  не збігається з модою розподілу  $T_{im}$ .

По-друге, маємо справу з дво модальним розподілом.

Користуючись правилом (1.5), визначаємо емпіричну функцію розподілу  $F^*(T)$  і заносимо її в графу 7 таблиці 1.2. Графічне зображення  $F^*(T)$  у вигляді полігону нагромаджених частот показано на рисунку 1.5.

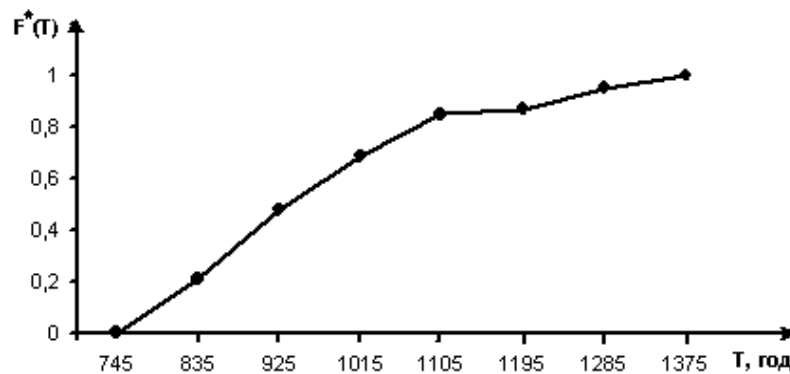


Рисунок 1.5

*Завдання 2.* Для емпіричного розподілу, одержаного при розв'язанні завдання 1, перевірити гіпотезу про нормальність закону розподілу напрацювання до першої відмови перетворювача електричного струму.

*Розв'язання.* Для перевірки гіпотези про нормальність закону розподілу застосуємо критерій  $\chi^2$  Пірсона.

Згідно з (1.7) для визначення міри розбіжності розподілів необхідно знати теоретичні частоти попадання у відповідні інтервали. Для цього спочатку знайдемо середини інтервалів

$$T_j^* = \frac{T_j + T_{j+1}}{2}.$$

Скориставшись даними таблиці 1.2, дістанемо  $T_1^*=790$ ;  $T_2^*=880$ ;  $T_3^*=970$ ;  $T_4^*=1060$ ;  $T_5^*=1150$ ;  $T_6^*=1240$ ;  $T_7^*=1330$ .

Потім нормуємо межі інтервалів за формулою

$$Z_j^0 = \frac{T_j - \bar{T}}{S(T)} = \frac{T_j - m^*(T)}{\sqrt{D^*(T)}},$$

де  $S(T) = \sqrt{D^*(T)}$  - середньоквадратичне відхилення.

У процесі нормування меж інтервалів припускаємо, що найменша межа  $Z_{поч}^0 = -\infty$ , найбільша  $Z_{кінц}^0 = +\infty$ . Значення  $m^*(T)=970$  дістали в процесі розв'язування завдання 1.

Тоді відповідну дисперсію знаходимо за формулою

$$D^*(T) = \frac{1}{60-1} \sum_{i=1}^{60} (T_i - 970)^2 = 24225,$$

а,

$$S(T) = \sqrt{D^*(T)} = 156,6 \approx 157 \text{ год.}$$

Зауважимо, що обчислення за згрупованими даними дає

$$D_{згp}^* \frac{1}{60-1} \sum_{o=1}^7 n_j^* (T_j^* - 970)^2 = 22789,83$$

де значення  $n_j^*$ , було взято з таблиці 1.2.

Як бачимо,  $D_{згp}^*(T) < D^*(T)$ , тобто принципово завищується остаточний результат, але в даному випадку це не відіграє суттєвої ролі.

Теоретичні ймовірності  $P_j$  попадання нормованої величини  $Z^0$  в інтервали  $(Z_j^0, Z_{j+1}^0)$ ,  $j=1,2,\dots,7$  знайдемо за допомогою функції Лапласа (додаток 2), виходячи з формули

$$P_j = \Phi(Z_{j+1}^0) - \Phi(Z_j^0).$$

Дані в додатку 2 наведені тільки для  $Z^0 \geq 0$ , тому для того щоб знайти  $\Phi(Z^0)$ , треба скористатися антисиметричною властивістю функції Лапласа відносно  $Z^0=0$

$$\Phi(-Z^0) = -\Phi(Z^0).$$

Результати розрахунків  $P_j$  та  $n_j = P_j n$  зводимо в таблицю 1.3.

Перед тим як обчислити значення  $\chi^2$ , скоректуємо гістограму на рисунку 1.4. Практикою встановлено, що при використанні критерію Пірсона висновки будуть надійними, якщо кількість попадань у відповідний інтервал  $n_j^* \geq 5$ .

Таблиця 1.3

№ інтервалу $j$	Середина інтервалу $T_j^*$	Емпірична частота $n_j^*$	Межі інтервалів		Центровані межі інтервалів		Нормовані межі інтервалів		Значення функції Лапласа		Теоретична ймовірність $P_j$	Теоретична частота $n_j = P_j n$
			$T_j$	$T_{j+1}$	$T_j - m^*(T)$	$T_{j+1} - m^*(T)$	$Z_j^0$	$Z_{j+1}^0$	$\Phi(Z_j^0)$	$\Phi(Z_{j+1}^0)$		
1	790	13	745	835	-225	-135	$-\infty$	-0,86	-0,5	-0,305	0,195	11,7
2	880	16	835	925	-135	-45	-0,86	-0,29	-0,305	-0,114	0,191	11,5
3	970	13	925	1015	-45	45	-0,29	0,29	-0,114	0,114	0,228	13,7
4	1060	10	1015	1105	45	135	0,29	0,86	0,114	0,305	0,191	11,5
5	1150	1	1105	1195	135	225	0,86	1,43	0,305	0,424	0,119	7,1
6	1240	4	1195	1285	225	315	1,43	2,01	0,424	0,478	0,054	3,2
7	1330	3	1285	1375	315	405	2,01	$+\infty$	0,478	0,5	0,022	1,3

Якщо в крайні інтервали попадає менше число елементів, вони об'єднуються із сусідніми інтервалами, але внутрішні інтервали об'єднувати забороняється. При цьому загальна кількість інтервалів  $K$  після об'єднання повинна задовольняти умову.

$$K \geq 4.$$

У цьому разі  $n_6^* = 4$ ,  $n_1^* = 3$ , тому ці інтервали об'єднаємо. Це означає, що кількість інтервалів зменшилась до  $K = 6$ .

Скориставшись формулою (1.7) та даними таблиці 1.3, знайдемо числове значення  $\chi^2$

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^6 \frac{(n_j - nP_j)^2}{nP_j} = \frac{(13 - 11,7)^2}{11,7} + \frac{(16 - 11,5)^2}{11,5} + \frac{(13 - 13,7)^2}{13,7} + \frac{(10 - 11,5)^2}{11,5} + \frac{(1 - 7,1)^2}{7,1} + \frac{(7 - 4,5)^2}{4,5} = 8,76.$$

Щоб обчислити критичне значення  $\chi^2$ , визначимо число ступенів вільності за (1.8). У разі нормального розподілу  $r=2$  (оскільки нормальний закон характеризується двома параметрами – математичним сподіванням і дисперсією).

$$\text{Тоді } f = 6 - 2 - 1 = 3.$$

Задамося рівнем значущості  $q$  (тобто значення ймовірності того, що неузгодженість розподілів виникла через обмеженості вибірки): чим більший  $q$ , тим більша узгодженість статистичного і теоретичного розподілів. На практиці беруть  $q \geq 0,05 \dots 0,1$ .

Візьмемо  $q = 0,05$ . Тоді за даними додатка 4

$$\chi^2_{\text{кр}}(0,05; 3) = 7,82.$$

Оскільки  $\chi^2_{\text{кр}} < \chi^2$ , треба відкинути гіпотезу про те, що статистичний розподіл щільності випадкової величини  $T$  описується нормальним законом.

*Завдання 3.* Перевірити гіпотезу про нормальність емпіричного закону розподілу напрацювання до першої відмови, одержаного в процесі розв'язування завдання 1, користуючись критерієм Колмогорова.



*Розв'язання.* Відомо, що коли при використанні критерію  $\chi^2$  Пірсона,  $\chi^2_{кр}$  не істотно перевищує  $\chi^2$ , остаточне рішення про узгодженість статистичного та теоретичного розподілів щільності приймають після перевірки такої узгодженості за іншими критеріями. У даному випадку виконаємо це за критерієм Колмогорова, для чого побудуємо теоретичну функцію розподілу  $F(T)$  з параметрами  $m(T)$ ,  $D(T)$ , які не відомі. Але в цьому разі можлива заміна теоретичних параметрів  $m(T)$ ,  $D(T)$  на статистичні  $m^*(T)$ ,  $D^*(T)$ .

Проте при цьому треба пам'ятати, що надійність висновків про узгодженість розподілів дещо підвищується. З аналізу даних табл. 1.2 (графи 6 і 7) бачимо, що більша різниця між теоретичною функцією розподілу і полігоном нагромаджених частот виявляється у другому інтервалі

$$\Delta F = F^*(j=2) - F(j=2) = 0,094.$$

Тоді  $\lambda = 0,094\sqrt{60} = 0,728$ . За даними додатка 3 знаходимо  $P(\lambda) = 0,66$

Таким чином, згідно з критерієм Колмогорова гіпотеза про нормальність статистичного розподілу підтверджується.

## 1.4 Завдання на самостійну роботу

1.4.1. Для оцінки якості розробленого аналого-цифрового перетворювача (АЦП) було випадковим способом відібрано 50 приладів. Кожний прилад контролювався за п'ятьма параметрами:  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_3$ ,  $Z_4$ ,  $Z_5$ . Результати відповідних вимірювань наведені в табл. 1.4. Знайти теоретичний розподіл параметра  $Z$  АЦП і перевірити його узгодженість з емпіричним розподілом.

1.4.2. За умови завдання 1.4.1 визначити найімовірніше середньоарифметичне значення та середнє квадратичне відхилення параметра  $Z_2$ .

1.4.3. Для АЦП з характеристиками, описаними у завданні 1.4.1, визначити ймовірність того, що значення параметра  $Z_3$  не перевищить 10.

Таблиця 1.4

№ приладу	Параметри за варіантами				
	1	2	3	4	5
1	31	2,3	12,0	53,0	1,5
2	40	2,5	11,8	53,3	1,6
3	11	2,8	11,2	53,8	1,3
4	32	2,4	11,2	52,6	1,3
5	15	1,9	11,0	52,4	1,2
6	20	1,5	10,2	52,7	1,1
7	27	1,5	10,0	52,9	0,9
8	1	1,3	9,2	52,9	0,9
9	17	1,8	8,3	52,7	1,1
10	36	1,9	7,5	52,1	0,7
11	27	2,0	8,1	53,0	1,0
12	27	1,7	12,6	53,0	1,0
13	36	2,3	12,7	53,1	1,3
14	22	1,6	9,2	54,0	0,8
15	24	3,0	10,0	55,4	1,4
16	36	3,3	10,8	54,6	1,4
17	41	2,5	12,0	55,6	1,2
18	45	2,4	11,3	53,4	1,5
19	13	2,1	11,3	53,5	1,5
20	21	2,1	12,0	53,7	0,9
21	39	2,3	11,3	53,9	1,3
22	38	1,9	10,8	54,1	1,7
23	31	1,8	9,2	54,4	1,8
24	14	1,2	8,9	54,5	1,7
25	16	1,0	8,0	54,5	1,5
26	16	0,9	8,6	54,4	1,4

Таблиця 1.4 (продовження)

№ приладу	Параметри за варіантами				
	1	2	3	4	5
27	21	1,3	9,9	54,3	1,3
28	29	1,5	9,8	54,3	1,3
29	29	1,5	9,8	54,5	1,4
30	30	1,6	11,6	54,6	1,1
31	17	1,6	9,1	54,5	1,0
32	40	2,3	9,8	54,1	1,7
33	32	1,6	10,8	53,8	1,9
34	27	2,6	11,3	53,5	1,5
35	20	1,7	12,0	53,2	1,5
36	26	3,0	12,5	53,0	1,3
37	26	2,4	12,0	52,8	1,4
38	28	2,1	11,3	54,0	1,1
39	32	1,8	11,7	54,6	1,1
40	44	1,3	10,8	54,9	1,2
41	35	1,2	10,0	54,0	1,2
42	32	1,7	9,3	54,2	1,3
43	26	2,9	9,0	54,7	1,4
44	40	2,3	9,6	53,4	1,6
45	35	2,4	10,7	53,7	1,6
46	17	2,8	12,7	54,0	1,3
47	26	1,9	8,1	54,6	1,3
48	24	1,3	8,8	54,2	1,4
49	23	2,0	9,2	54,9	1,1
50	40	1,7	10,0	53,4	1,6

1.4.4. За умови завдання 1.4.1 порівняти емпіричні закони розподілу параметрів  $Z_2$  та  $Z_5$  і записати в аналітичній формі їх імовірно-статистичні моделі.

1.4.5. За умови завдання 1.4.1 підтвердити або спростувати гіпотезу про нормальність розподілу параметра  $Z_4$ , використовуючи критерій Колмогорова.

1.4.6. Визначити ймовірність того, що параметр  $Z_1$ , заданий даними в таблиці. 1.5, підлягає розподілу.

1.4.7. Висунути і обґрунтувати гіпотезу про закон розподілу показника якості  $\Pi = Z_1 + Z_4$  для АЦП з характеристиками завдання 1.4.1.

1.4.8. За умов завдання 1.4.1 запропонувати ймовірнісно-статистичну модель для параметра  $Z_3$  і обґрунтувати її.

1.4.9. Побудувати графік емпіричних розподілів  $F^*(Z_1)$  та  $f^*(Z_1)$  для умови завдання 1.4.1. Які висновки можна зробити за результатами їх аналізу?

1.4.10. Визначити можливий відсоток браку АЦП з характеристиками, наведеними у завданні 1.4.1, якщо відомо, що параметр  $Z_4$  не повинен перевищувати 55 одиниць.

## 1.5 Контрольні питання

- 1 Які форми законів розподілу ви знаєте?
- 2 Як обчислити щільність розподілу?
- 3 Як побудувати гістограму та полігон нагромаджених частот?
- 4 У чому полягає різниця між теоретичним та емпіричним законами розподілу?
- 5 Які числові характеристики законів розподілу ви знаєте і як їх обчислити?
- 6 У чому полягає основний сенс перевірки гіпотези про закон розподілу з використанням критерію  $\chi^2$  Пірсона?
- 7 Які існують обмеження у застосуванні критерію  $\chi^2$  Пірсона?
- 8 Які критерії узгодженості законів розподілу ви знаєте?
- 9 Від яких параметрів залежить  $\chi^2_{кр}$ ?
- 10 Що робити у випадку, коли гіпотеза про закон розподілу не підтвердилася?

## 2 МАРКІВСЬКІ ВИПАДКОВІ ПРОЦЕСИ В КОНСТРУКЦІЯХ І ТЕХНОЛОГІЇ АЗ ТА ЇХ АНАЛІЗ

### 2.1 Мета заняття

Набути практичних навиків використання моделей марківських процесів для аналізу та розв'язання конструкторсько-технологічних задач.

### 2.2 Теоретичні відомості

У процесі розв'язування багатьох конструкторських й особливо технологічних задач доцільно використовувати моделі, що ґрунтуються на теорії марківських випадкових процесів. Це можуть бути задачі, пов'язані з пошуком несправних елементів у технічних системах, задачах надійності, аналізу ряду технологічних процесів, процесів передавання повідомлення та ін.

Готуючись до заняття необхідно засвоїти матеріал відповідних лекцій і матеріал, викладений у [2, с.181-191, 217-227; 7, с.153-159]. З'ясуйте особливості, що відрізняють марківські процеси від інших випадкових процесів. Випадковий процес називають марківським, якщо для кожного моменту часу  $t$  імовірність будь-якого стану системи у майбутньому залежатиме тільки від того, коли і як система прийшла у цей стан.

Розрізняють марківські процеси з дискретним і неперервним часом. Марківські процеси з дискретним часом характеризуються матрицями перехідних імовірностей

$$\|P_{ij}\| = \begin{vmatrix} P_{11} & P_{12} \dots P_{1j} \dots P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} \dots P_{2j} \dots P_{2n} \\ P_{i1} & P_{i2} \dots P_{ij} \dots P_{in} \\ P_{n1} & P_{n2} \dots P_{nj} \dots P_{nn} \end{vmatrix} \quad (2.1)$$

Зауважимо, що в цій матриці сума елементів будь-якого рядка має дорівнювати одиниці.

Задача аналізу в цьому разі – розрахувати ймовірність  $P_i(x)$  перебування системи, в якій протікає марківський процес, у будь-якому з можливих станів  $I$  на будь-якому кроці  $k$ , тобто в будь-який дискретний момент часу

$$P_i(k) = \sum_{j=1}^n P_j(k-1)P_{ji}. \quad (2.2)$$

Формула (2.2) є основною для аналізу цих процесів і дає змогу послідовно крок за кроком обчислювати розподіл імовірностей станів системи, якщо відомий початковий розподіл. Якщо ймовірність  $P_{ij}$  не залежить від часу (номера кроку), то такий процес називають однорідним, у противному разі ( $P_{ij}=f(k)$ ) – неоднорідним.

Зверніть особливу увагу на те, що для характеристики марківських процесів з неперервним часом замість перехідних імовірностей  $P_{ij}$  користуються інтенсивностями переходів

$$\lambda_{ij} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} [P_{ij}(\Delta t) / \Delta t].$$

Якщо  $\lambda_{ij}$  не залежить від часу, процес називають однорідним, якщо  $\lambda_{ij}=f(t)$  – неоднорідним.

Марківські процеси обох типів зручно аналізувати, користуючись їх геометричною схемою – графом станів, який геометрично відображує можливі стани вершинами, а ймовірнісні переходи зі стану в стан – відповідними дугами. Імовірність знаходження системи в будь-якому стані для марківських процесів з неперервним часом визначається системою диференціальних рівнянь Колмогорова. Математичний шлях знаходження цих рівнянь наведено в [2, с.194-199], але на практиці слід користуватись таким правилом. Система повинна складатися з такої кількості рівнянь, скільки вершин має граф процесу, що аналізується. Ліва частина кожного з рівнянь являє собою похідну ймовірності відповідного стану, а права складається з такої кількості доданків, скільки дуг пов'язано з даним станом. Якщо дуга напрямлена до вершини, то

відповідний доданок має знак "+", якщо від вершини, - то знак "-". Кожний доданок дорівнює добутку інтенсивності переходу відповідної дуги на ймовірність тієї вершини, з якої виходить дуга.

Наприклад, для процесу, граф якого зображено на рисунку 2.1, система диференціальних рівнянь має вигляд

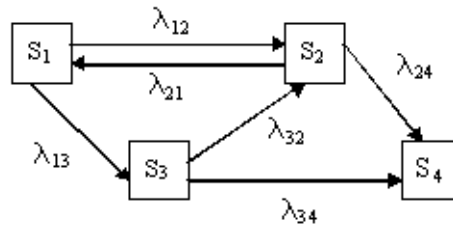


Рисунок 2.1

$$\begin{aligned}\frac{dP_1}{dt} &= \lambda_{21}P_2 - \lambda_{12}P_1 - \lambda_{13}P_1; \\ \frac{dP_2}{dt} &= \lambda_{12}P_1 - \lambda_{21}P_2 - \lambda_{24}P_2 + \lambda_{32}P_3; \\ \frac{dP_3}{dt} &= \lambda_{13}P_1 - \lambda_{32}P_3 - \lambda_{34}P_3; \\ \frac{dP_4}{dt} &= \lambda_{34}P_3 - \lambda_{24}P_2.\end{aligned}$$

Зауважимо, що для сталого режиму ( $P_i(t)=\text{const}$ ) система диференціальних рівнянь перетворюється на систему лінійних рівнянь з лівою частиною, що дорівнює нулю

$$\frac{dP_1}{dt} = \frac{dP_2}{dt} = \frac{dP_3}{dt} = \frac{dP_4}{dt} = 0.$$

Щоб розв'язати таку систему рівнянь, її необхідно доповнити відповідною умовою нормування

$$P_1 + P_2 + \dots + P_n = \sum_{i=1}^n P_i = 1.$$

У загальному вигляді процес розв'язування диференціальної системи рівнянь Колмогорова досить складний, але для сталого режиму розв'язок можна дістати методами лінійної алгебри.

### 2.3 Типові завдання та приклади їх розв'язання

*Завдання 1.* Підсилювач радіорелейної станції може перебувати в одному з таких станів:  $S_1$  – підсилювач працездатний;  $S_2$  – підсилювач непрацездатний;  $S_3$  – підсилювач у стані пошуку несправності;  $S_4$  – підсилювач у стані усунення несправності. Відомі апріорні інтенсивності переходу з одного стану в інший:  $\lambda_{12}=2$ ,  $\lambda_{23}=4$ ,  $\lambda_{34}=4$ ,  $\lambda_{41}$ . Знайти ймовірність працездатного стану станції у сталому режимі.

*Розв'язання.* Припускаючи, що всі інтенсивності переходів, окрім заданих за умовою, дорівнюють нулю, зобразимо граф станів радіорелейної станції (рисунок 2.2).

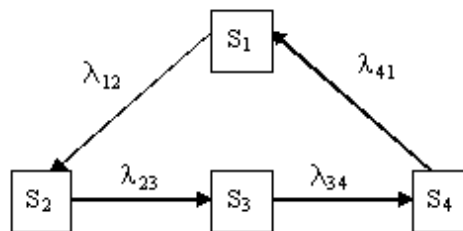


Рисунок 2.2

Користуючись відомим правилом, запишемо систему рівнянь Колмогорова для знайденого графа

$$\frac{dP_1}{dt} = \lambda_{41}P_4 - \lambda_{12}P_1 = 3P_4 - 2P_1;$$

$$\frac{dP_2}{dt} = \lambda_{12}P_1 - \lambda_{23}P_2 = 2P_1 - 4P_2;$$

$$\frac{dP_3}{dt} = \lambda_{23}P_2 - \lambda_{34}P_3 = 4P_2 - 4P_3;$$

$$\frac{dP_4}{dt} = \lambda_{34}P_3 - \lambda_{41}P_4 = 4P_3 - 3P_4.$$

Для сталого режиму, доповнюючи системи рівнянь умовою нормування, дістанемо

$$0 = 3P_4 - 2P_1;$$

$$0 = 2P_1 - 4P_2;$$

$$0 = 4P_2 - 4P_3;$$

$$0 = 4P_3 - 3P_4;$$

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1.$$



Розв'яжемо цю систему рівнянь методом послідовної підстановки

$$P_1 = \frac{3}{8}; \quad P_2 = P_3 = \frac{3}{16}; \quad P_4 = \frac{1}{4}.$$

Таким чином імовірність працездатного стану підсилювача радіорелейної станції  $P_1 = \frac{3}{8}$ .

*Завдання 2* Планова діагностика системи автоматичного регулювання освітлення робочих місць передбачає триразовий контроль у моменти часу  $t_1, t_2, t_3$ . При цьому: система може перебувати у таких станах:  $S_1$  – система працездатна;  $S_2$  – система непрацездатна, а несправність локалізована до рівня блока;  $S_3$  – несправність локалізована до рівня функціонального вузла;  $S_4$  – несправність локалізована до рівня елемента.

Відомо, що у початковий момент часу система перебувала у стані  $S_1$ . Знайти ймовірність станів системи після третього контролю, якщо перехідні ймовірності задано:  $P_{12}=0,4$ ;  $P_{13}=0,2$ ;  $P_{14}=0,1$ ;  $P_{23}=0,4$ ;  $P_{34}=0,7$ ;  $P_{24}=0,2$ .

*Розв'язання.* Аналізуючи логіку системи, побудуємо граф станів (рисунок 2.3).

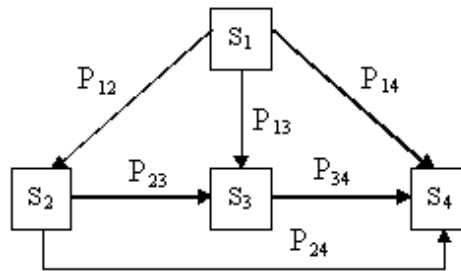


Рисунок 2.3

Знаходимо відсутні ймовірності в матриці  $\|P_{ij}\|$  виходячи з умови, що сума ймовірностей переходу у відповідному рядку дорівнює одиниці:

$$P_{11}=1-(P_{12}+P_{13}+P_{14})=0,3; \quad P_{22}=1-(P_{21}+P_{23}+P_{24})=0,4;$$

$$P_{33}=1-(P_{31}+P_{32}+P_{34})=0,3; \quad P_{44}=1-(P_{41}+P_{42}+P_{43})=1.$$

Тоді матриця:

$$\|P_{ij}\| = \begin{vmatrix} 0,3 & 0,4 & 0,2 & 0,1 \\ 0 & 0,4 & 0,4 & 0,2 \\ 0 & 0 & 0,3 & 0,7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Знайдемо ймовірності відповідних станів системи на різних  $k$  кроках (у різні моменти контролю), починаючи з нульового.

Якщо  $k=0$ ,  $P_1(0)=1$ ;  $P_2(0)=P_3(0)=P_4(0)=0$ .

Ймовірність станів на першому кроці (після першого контролю) визначається першим рядком матриці  $\|P_{ij}\|$ , тобто

якщо  $k=1$ ,  $P_1(1)=0,3$ ;  $P_2(1)=0,4$ ;  $P_3(1)=0,2$ ;  $P_4(1)=0,1$ .

Ймовірність станів на наступних кроках знайдемо, скориставшись формулою (2.2):

Якщо  $k=2$ ,  $P_1(2)=P_2(1) \cdot P_{11}=0,3 \cdot 0,3=0,09$ ;

$P_2(2)=P_1(1) \cdot P_{12}+P_2(1) \cdot P_{22}=0,3 \cdot 0,4+0,4 \cdot 0,4=0,28$ ;

$P_3(2)=P_1(1) \cdot P_{13}+P_2(1) \cdot P_{23}+P_3(1) \cdot P_{33}=0,3 \cdot 0,2+0,4 \cdot 0,4+0,2 \cdot 0,3=0,28$ ;

$P_4(2)=P_1(1) \cdot P_{14}+P_2(1) \cdot P_{24}+P_3(1) \cdot P_{34}+P_4(1) \cdot P_{44}=0,3 \cdot 0,1+0,4 \cdot 0,2+0,2 \cdot 0,7+0,1 \cdot 1=0$

,35;

Якщо  $k=3$ ,  $P_1(3)=P_1(2) \cdot P_{11}=0,09 \cdot 0,3=0,027$ ;

$P_2(3)=P_1(2) \cdot P_{12}+P_2(2) \cdot P_{22}=0,09 \cdot 0,4+0,28 \cdot 0,4=0,148$ ;

$P_3(3)=P_1(2) \cdot P_{13}+P_2(2) \cdot P_{23}+P_3(2) \cdot P_{33}=0,09 \cdot 0,2+0,28 \cdot 0,4+0,28 \cdot 0,3=0,214$ ;

$P_4(3)=P_1(2) \cdot P_{14}+P_2(2) \cdot P_{24}+P_3(2) \cdot P_{34}+P_4(2) \cdot P_{44}=0,09 \cdot 0,1+0,28 \cdot 0,2+0,28 \cdot 0,7+0,3$

$5 \cdot 1=0,611$ ;

Виходячи з одержаних результатів після третього контролю (на третьому кроці) ймовірність працездатного стану  $P_1(3)=0,027$ , ймовірність локалізації несправності до рівня блока  $P_2(3)=0,148$ , ймовірність локалізації несправності до рівня функціонального вузла  $P_3(3)=0,214$ , ймовірність локалізації до рівня елемента  $P_4(3)=0,611$ .

## 2.4 Завдання на самостійну роботу

2.4.1 Стационарний приймач-передавач може перебувати у двох режимах: режимі приймання інформації та режимі передавання інформації. Перехід із режиму приймання в режим передавання має випадковий пуассонівський характер з інтенсивністю  $\lambda_{12}=3$ , а у зворотному напрямку  $\lambda_{21}=4$ .

Визначити ймовірності знаходження приймача-передавача в режимах приймання та передавання у сталому стані.

2.4.2. Для приймача-передавача, описаного в завданні 2.4.1, визначити залежність стану передавання від часу (у перехідному режимі).

2.4.3. Автомат для механічної обробки передньої панелі вимірювального приладу може перебувати у таких станах:  $S_1$  – стані очікування заготовки;  $S_2$  – стані обробки заготовки;  $S_3$  – стані переорієнтації. Вважаючи потік заготовок пуассонівським, а інтенсивності переходу автомата з одного стану в інший заданими ( $\lambda_{12}=2$ ,  $\lambda_{21}=3$ ,  $\lambda_{23}=4$ ,  $\lambda_{32}=8$ ), визначити ймовірність знаходження автомата в можливих станах у сталому режимі.

2.4.4. Автоматизована лінія з виробництва друкованих плат підлягає періодичному профілактичному обслуговуванню та ремонту в моменти часу  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3, \dots$ . Можливі такі стани лінії:  $S_1$  – лінія перебуває у працездатному стані;  $S_2$  – лінія потребує регулювання;  $S_3$  – лінія потребує ремонту із заміною певних вузлів. Розмічений граф станів автоматизованої лінії має вигляд, зображений на рисунку 2.4.

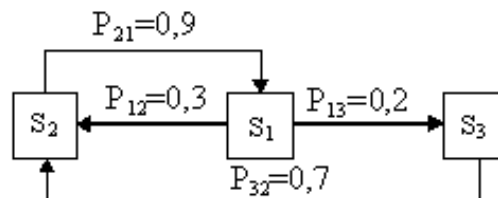


Рисунок 2.4

Визначити ймовірність працездатного стану лінії після третього профілактичного обслуговування ( $t_1=t_3$ ) за умови, що в початковий момент ( $t=t_0$ ) лінія перебувала в стані  $S_2$  – потреби регулювання.

2.4.5. За умови завдання 2.4.4 визначити ймовірність можливих станів лінії, якщо ймовірність переходів  $P_{ij}$  залежить від часу і для моментів  $t_1, t_2, t_3$  задаються відповідно такими матрицями:

$$\|P_{ij}^{(1)}\| = \begin{vmatrix} 0,5 & 0,3 & 0,2 \\ 0,9 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0,7 & 0,3 \end{vmatrix}; \quad \|P_{ij}^{(2)}\| = \begin{vmatrix} 0,2 & 0,5 & 0,3 \\ 0,9 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0,8 & 0,2 \end{vmatrix}; \quad \|P_{ij}^{(3)}\| = \begin{vmatrix} 0,1 & 0,4 & 0,5 \\ 0,8 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,9 & 0,1 \end{vmatrix}.$$

2.4.7. Технологічний процес виготовлення функціонального вузла РЕЗ характеризується графом станів, зображений на рисунку 2.5.

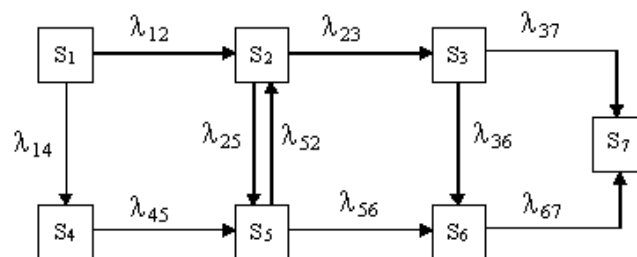


Рисунок 2.5

Скласти систему рівнянь Колмогорова та записати початкові умови для технологічного процесу за умови, що в початковий момент система перебувала в стані  $S_1$ . Чому дорівнює ймовірність стану  $S_7$  у сталому режимі?

2.4.8. Електронно-вимірювальний прилад може перебувати в одному з п'яти станів:  $S_1$  – прилад працездатний;  $S_2$  – прилад непрацездатний і очікує ремонту;  $S_3$  – прилад діагностується;  $S_4$  – прилад ремонтується;  $S_5$  – прилад знімається з експлуатації і припиняє існування.

Необхідно зобразити граф станів і скласти систему рівнянь для визначення ймовірностей перебування приладу в можливих станах.

2.4.9. Радіоелектронний прилад конструктивно складається з двох блоків, кожний з яких може незалежно виходити з ладу. Зіпсований блок негайно починає відновлюватися.

Необхідно зобразити граф станів і скласти систему рівнянь Колмогорова. Як зміниться граф і система рівнянь, якщо обидва блоки приладу не мають змоги відновлюватися?

2.4.10. Знайти граничні ймовірності станів для процесу, розмічений граф якого має вигляд, зображений на рисунку 2.6.

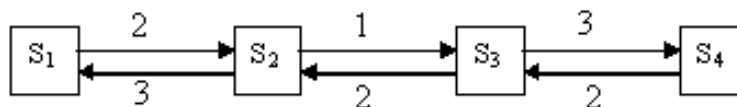


Рисунок 2.6

## 2.5 Контрольні питання

1 Чому для сталого режиму диференціальна система рівнянь Колмогорова перетворюється на систему алгебраїчних рівнянь з лівою частиною, що дорівнює нулю?

2 Чому дорівнює ймовірність стану за умови, коли дуги відповідного графу напрямлені тільки у даний стан, або тільки з нього?

3 Який фізичний сенс інтенсивності переходу  $\lambda_{ij}$ ?

4 Навести приклад марковських процесів з дискретним і безперервним часом.

5 Сформулювати правило запису диференціальних рівнянь Колмогорова.

6 Чому для аналізу марковських процесів із неперервним часом неможливо користуватися ймовірностями переходів  $P_{ij}$  із стану в стан?

7 Як обчислити ймовірність перебування системи в будь-якому стані на будь-якому кроці?

8 Які процеси називають процесами "загибелі та розмноження"?

9 Навести особливості розв'язання рівнянь Колмогорова для процесу "загибелі та розмноження".

## 3 ОБЧИСЛЕННЯ ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ РЕЗЕРВОВАНИХ АПАРАТНИХ ЗАСОБІВ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИХ МЕРЕЖ

### 3.1 Мета заняття

Поглибити знання, набути практичних навиків застосування імовірнісних моделей й обчислення показників надійності резервованих радіоелектронних і технологічних систем.

### 3.2 Теоретичні відомості

У процесі підготовки до даного практичного заняття необхідно ознайомитися з теоретичним матеріалом, викладеним у [1, с.105-115; 4, с.139-148; 5, с.79-97].

Необхідно з'ясувати, що надійність як властивість будь-яких систем зберігати характеристики працездатності у заданих межах за заданих умов експлуатації є комплексною характеристикою, що включає поняття безвідмовності, довговічності, ремонтоздатності, збережуваності.

Кожне з цих понять має свої числові характеристики, найпоширенішими з них є:

- ймовірність безвідмовної роботи

$$P(t) = P(t \geq T_3),$$

де  $t$  – поточний час;

$T_3$  – заданий час напрацювання системи до відмови;

- інтенсивність відмов

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{q(\Delta t / t)}{\Delta t},$$

де  $q(\Delta t / t)$  - ймовірність відмови на інтервалі часу  $\Delta t$  за умови, що до цього часу на інтервалі  $t$  відмов не було;

- середнє значення тривалості безвідмовної роботи

$$T_{CP} = \int_0^{\infty} P(t) dt;$$

- ймовірність відмовлення

$$P_B(t) = P(t < \tau_B),$$

де  $\tau_B$  - заданий час відновлення;

- середнє значення тривалості відновлення

$$T_B = \int_0^{\infty} [1 - P_B(t)] dt.$$

Зауважимо, що найпоширенішим і найпростішим співвідношенням між цими характеристиками є так званий експоненціальний закон надійності:

$$P(t) = \exp\left\{-\int_0^t \lambda(t) dt\right\} \quad (3.1)$$

Якщо  $\lambda(t) = \text{const}$ , цей закон спрощується до вигляду

$$P(t) = \exp\{-\lambda t\}, \text{ а } T_{CP} = \frac{1}{\lambda}.$$

Існують також інші показники надійності [1;4] та співвідношення між ними, але вони використовуються не так часто, як розглянуті.

Основною метою обчислення показників надійності має бути їх розрахунок через показник надійності елементів, з якого складається система. Від математичних зв'язків між показниками надійності системи та її елементів залежить насамперед від типу з'єднання елементів у системі, який, у свою чергу визначає ступінь впливу відмови певного елемента на відмову системи в цілому.

Якщо відмова будь-якого елемента системи призводить до відмови системи в цілому, то таке з'єднання називають послідовним (або основним), а систему з таких з'єднань – нерезервованою. У цьому разі ймовірність безвідмовної роботи системи  $P_C(t)$  пов'язана з ймовірністю безвідмовної роботи  $j$  – го елемента

$$P_C(t) = \prod_{j=1}^n P_j(t),$$

де  $n$  – загальна кількість елементів системи.

Якщо система відмовляє тільки після відмови всіх елементів, то таке з'єднання називають паралельним, а систему – резервованою. У цьому разі для обчислення ймовірності безвідмовної роботи системи слід користуватися формулою

$$P_C(t) = 1 - \prod_{j=1}^n [1 - P_j(t)]. \quad (3.2)$$

Резервування системи – введення в структуру надмірності – один з ефективних засобів підвищення надійності, але за умови незалежності відмов елементів системи.

Зауважимо, що в процесі проектування радіоелектронних систем і технологічних процесів широкого поширення дістали в основному два способи резервування: загальне та розподілене (по елементне).

У разі загального резервування резервується система в цілому. модель загального резервування системи зображено на рисунку 3.1.

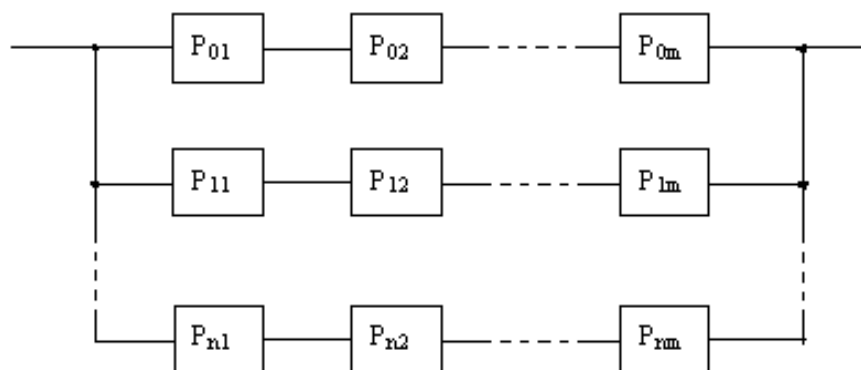


Рисунок 3.1

Ймовірність безвідмовної роботи такої системи:

$$P_C = 1 - \prod_{i=0}^n [1 - \prod_{j=1}^m P_{ij}(t)]. \quad (3.3)$$



У разі розподіленого резервування резервуються окремі елементи системи. Модель розподільного резервування системи зображено на рисунку 3.2.

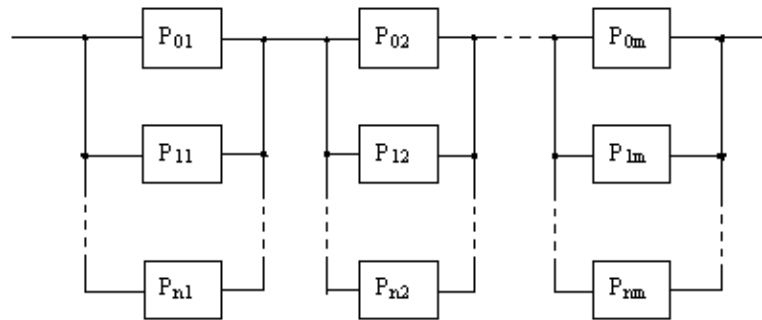


Рисунок 3.2

Ймовірність безвідмовної роботи такої системи:

$$P_C(t) = \prod_{j=1}^m \{1 - \prod_{i=0}^n [1 - P_{ij}(t)]\}. \quad (3.4)$$

Треба пам'ятати, що на практиці не обов'язково всі елементи резервувати однаковою мірою. Для характеристики резервованої системи користуються поняттям кратності резервування – відношення числа резервованих елементів до числа основних. Цілком зрозуміло, що кратність резервування може бути як цілим, так і дробовим числом. Згідно із цим розрізняють резервування із цілою і дробовою кратністю.

Залежно від способу відімкнення резервних елементів на практиці використовують два основних метода резервування: стале резервування та резервування заміщенням. Ці методи треба чітко розрізняти, оскільки кожний із них має свої конструктивні особливості, а також переваги та недоліки. У разі постійного резервування системи резервні елементи (або система) з'єднані з основними протягом усього часу роботи і перебувають із ними в одному робочому режимі. Переконайтеся, що формули (3.3) і (3.4) придатні для розрахунків тільки в разі постійного резервування. Наприклад, у разі розподіленого резервування виходячи з (3.3) за умов  $m=1$ . експоненціального закону надійності та рівнонадійності елементів

$$P_{c_{\text{пост}}}(t) = 1 - [1 - \exp(-\lambda t)]^{n+1}, \quad (3.5)$$

а середній час безвідмовної роботи

$$T_{cp_{\text{пост}}} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{2\lambda} - \dots + \frac{1}{(n+1)\lambda} = \sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{i\lambda} = \sum_{i=1}^{n+1} \frac{T}{i}. \quad (3.6)$$

У разі резервування заміщенням резервні елементи (системи) заміщують основні після їх відмови. Для виконання операції заміщення потрібні спеціальні автоматичні або неавтоматичні перемикачі, які підмикають резервний елемент (систему) замість зіпсованого.

Якщо ймовірність безвідмовної роботи перемикачів дорівнює одиниці, а резервні елементи (системи) у кількості  $k$  перебувають у не навантаженому режимі, то ймовірність безвідмовної роботи резервованої системи визначається рекурентною формулою

$$P_C(t) = P_1(t) + \int_0^t P_{1+k}(t-\tau) f_1(\tau) d\tau, \quad (3.7)$$

де  $P_1(t)$  – ймовірність безвідмовної роботи основного елемента системи;  $t$  – поточний час;  $P_{1+k}(t-\tau)$  – ймовірність безвідмовної роботи  $(1+k)$ -го резервного елемента за час  $t-\tau$ , якщо до моменту часу  $\tau$  цей елемент був працездатним;  $\tau$  – час відмови основного елемента;  $f_1(\tau)$  – щільність розподілу напрацювання до відмови основного елемента.

Зауважимо, що формула (3.7) має досить просту інтерпретацію. Безвідмовність на інтервалі  $(0, t)$  забезпечується об'єднанням двох подій: або основний елемент працює безвідмовно на цьому інтервалі (перший доданок), або основний елемент відмовив у випадковий момент цього інтервалу, а резервний елемент у цей момент підімкнувся і працює безвідмовно. На практиці часто зустрічається випадок дубльованої системи з експоненціальним законом розподілу. Для цього випадку формула (3.7) набирає вигляду

$$P_C(t) = P^{-\lambda t} + \int_0^t \lambda e^{-\lambda \tau} e^{-\lambda(t-\tau)} d\tau = e^{-\lambda t} + \lambda t e^{-\lambda t}, \quad (3.8)$$

а середнє напрацювання до відмови

$$T_{CP} = \frac{2}{\lambda_0}. \quad (3.9)$$

На практиці перемикачі часто виявляються ненадійними, а це призводить до того, що надійність резервованої у такий спосіб системи буде нижчою від надійності системи з постійним резервуванням.

У разі резервування заміщенням перемикачі розміщують послідовно з елементами основної та резервної системи. Тому, наприклад, якщо надійність перемикачів однакова, то ймовірність безвідмовної роботи системи у разі розподіленого резервування заміщенням і рівнонадійності елементів

$$P_{C_{ЗАМ}}(t) = \prod_{j=1}^m \left\{ 1 - \prod_{i=1}^n [1 - P_{ПЕР}(t)P_{ij}(t)] \right\}, \quad (3.10)$$

де  $P_{ПЕР}(t)$  – ймовірність безвідмовної роботи перемикача.

Зазначимо, що нарівні із розглянутими способами та методами резервування існують також інші [1; 4; 5], кожний з яких більш-менш ефективний лише за певних умов експлуатації та особливостей самої системи. Так, у разі резервування цифрових систем можна застосувати мажоритарне резервування; для складних радіотехнічних систем – машинне резервування, або резервування з перерозподілом навантаження, та ін.

### 3.3 Типові завдання та приклади їх розв'язання

*Завдання 1.* Ретрансляційна станція складається з антено-фідерного пристрою (інтенсивність відмов  $\lambda_1=5 \cdot 10^{-6}$  1/год.); вхідного пристрою ( $\lambda_2=5,3 \cdot 10^{-6}$  1/год.); пристрою службового зв'язку з не навантаженим дублюванням ( $\lambda_3=2 \cdot 10^{-5}$  1/год.); системи живлення, що складається з дизель-генератора ( $\lambda_4=4,5 \cdot 10^{-3}$  1/год.); акумуляторного джерела ( $\lambda_5=2,5 \cdot 10^{-3}$  1/год.); джерела живлення від мережі ( $\lambda_6=4,5 \cdot 10^{-3}$  1/год.), причому ретранслятор може живитися від будь-якого джерела у будь-який час (постійне резервування).

Визначити ймовірність безвідмовної роботи ретрансляційної станції протягом часу  $t=10$  год.

*Розв'язання.* Складемо логічну схему надійності для системи, що аналізується (рисунок 3.3).

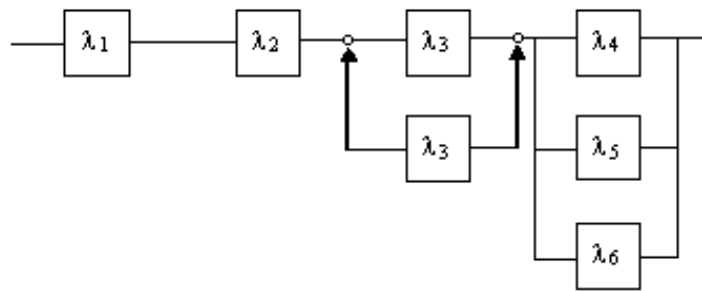


Рисунок 3.3

Аналізуючи логічну схему надійності, бачимо, що вона складається з трьох частин:

- нерезервованої частини (антено-фідерний і вхідний пристрої);
- частини з не навантаженим резервуванням заміщенням (апаратура службового зв'язку);
- системи живлення з постійним резервуванням (дизель-генератор, акумуляторне джерело, джерело живлення від мережі).

Знайдемо ймовірність безвідмовної роботи протягом часу  $t=10$  год. кожної з трьох частин ретрансляційної станції:

- для нерезервованої частини

$$P_a(t) = \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2)t] = \exp[-(5,3 \cdot 10^{-6} + 5,1 \cdot 10^{-6}) \cdot 10] \approx 0,9999;$$

- для частини з резервуванням заміщенням

$$P_b(t) = \exp[-\lambda_3 t] \cdot (1 + \lambda_3 t) = \exp[-2 \cdot 10^{-5} \cdot 10] \cdot (1 + 2 \cdot 10^{-5} \cdot 10) \approx 0,9999;$$

- для частини з постійним резервуванням

$$\begin{aligned} P_B(t) &= 1 - [1 - \exp(-\lambda_4 t)] \cdot [1 - \exp(-\lambda_5 t)] \cdot [1 - \exp(-\lambda_6 t)] = \\ &= 1 - [1 - \exp(-4,5 \cdot 10^{-3} \cdot 10)] \cdot [1 - \exp(-2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 10)] \cdot [1 - \exp(-4,5 \cdot 10^{-3} \cdot 10)] = 0,99995 \end{aligned}$$

Ймовірність безвідмовної роботи ретрансляційної станції протягом часу  $t=10$  год.:

$$P_C = P_a \cdot P_b \cdot P_B = 0,9999 \cdot 0,9999 \cdot 0,99995 = 0,99975.$$

Зауважимо, що завдяки резервуванню надійність усіх трьох складових частин станції приблизно однакова.

*Завдання 2.* Приймально-передавальна станція має загальне постійне дублювання. Інтенсивність відмов передавача  $\lambda_{пер}=15 \cdot 10^{-4}$  1/год, приймача  $\lambda_{пр}=8 \cdot 10^{-4}$  1/год. Визначити ймовірність відмови резервованої станції протягом 100 год. безперервної роботи і порівняти її з інтенсивністю відмови нерезервованої станції.

*Розв'язання.* Побудуємо логічну схему надійності приймально-передавальної станції (рисунок 3.4).

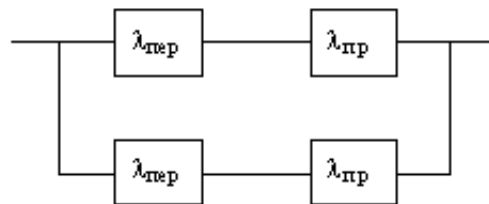


Рисунок 3.4

Визначимо інтенсивність відмови основної частини системи (нерезервованої)

$$q_{пр.пер} = 1 - P_{пр.пер} = 1 - [\exp(-\lambda_{пер}t) \cdot \exp(-\lambda_{пр}t)] = \\ = 1 - [\exp(-15 \cdot 10^{-4} \cdot 100) \cdot \exp(-8 \cdot 10^{-4} \cdot 100)] = 0,218.$$

Виходячи з умови завдання резервованій блок приймально-передавальної станції має такі самі характеристики надійності, що й основний. Тоді скориставшись формулою для паралельного поєднання елементів надійності, дістанемо

$$q_c = q_{пр.пер}^2 = 0,218^2 = 0,0475.$$

Отже, ймовірність відмови резервованої системи  $q_c=0,0475$  майже на порядок менша за ймовірність відмови нерезервованої системи  $q_{пр.пер}=0,218$ .

*Завдання 3.* Для приймально-передавальної станції, описаної у завданні 2, знайти ймовірність, а також середній час безвідмовної роботи в разі постійного розподіленого дублювання.

*Розв'язання.* Згідно з формулами (3.5) та (3.6) ймовірність безвідмовної роботи дубльованого передавача

$$P_{c_{ПЕР}}(t) = 1 - [\exp(-\lambda_{ПЕР}t)]^2 = 1 - [\exp(-15 \cdot 10^{-4} \cdot 100)]^2 = 0,9775$$

Середній час безвідмовної роботи дубльованого передавача

$$T_{c_{ПЕР}} = \frac{1}{\lambda_{ПЕР}} + \frac{1}{2\lambda_{ПЕР}} = \frac{1}{15 \cdot 10^{-4}} + \frac{1}{2 \cdot 15 \cdot 10^{-4}} = 1000 \text{ год.}$$

Ймовірність безвідмовної роботи дубльованого приймача

$$P_{c_{ПР}}(t) = 1 - [\exp(-\lambda_{ПР}t)]^2 = 1 - [\exp(-8 \cdot 10^{-4} \cdot 100)]^2 = 0,936.$$

Середній час безвідмовної роботи дубльованого приймача

$$T_{c_{ПР}} = \frac{1}{\lambda_{ПР}} + \frac{1}{2\lambda_{ПР}} = \frac{1}{8 \cdot 10^{-4}} + \frac{1}{2 \cdot 8 \cdot 10^{-4}} = 1875 \text{ год.}$$

Ймовірність безвідмовної роботи всієї резервованої системи

$$P_C = P_{C_{ПР}} \cdot P_{C_{ПЕР}} = 0,936 \cdot 0,9775 = 0,915.$$

Згідно з формулою

$$\lambda_C = \sum \lambda_i = \lambda_{C_{ПР}} + \lambda_{C_{ПЕР}} = \frac{1}{T_{c_{ПР}}} + \frac{1}{T_{c_{ПЕР}}} = \frac{1}{1875} + \frac{1}{1000} = 15,33 \cdot 10^{-4}$$

визначимо середній час безвідмовної роботи

$$T_C = \frac{1}{\lambda_C} = \frac{1}{15,33 \cdot 10^{-4}} = 652 \text{ год.}$$

### 3.4 Завдання на самостійну роботу

3.4.1. Радіоелектронна система розрахована на безперервну роботу протягом 10 год.; її середнє напрацювання до відмови  $T_0=100$  год. Визначити, як можна досягти більшої надійності: у разі загального дублювання чи в разі використання надійніших елементів, при яких середнє напрацювання до відмови нерезервованої системи підвищилося до відмови дубльованої системи.

3.4.2. Логічну схему надійності радіоелектронної системи зображено на рисунку 3.5. Інтенсивність відмов елементів системи відповідно  $\lambda_1=7,5 \cdot 10^{-4}$  1/год;  $\lambda_2=28 \cdot 10^{-4}$  1/год;  $\lambda_3=3 \cdot 10^{-4}$  1/год. знайти ймовірність відмови системи за час  $t=100$  год. і середній час напрацювання до відмови.

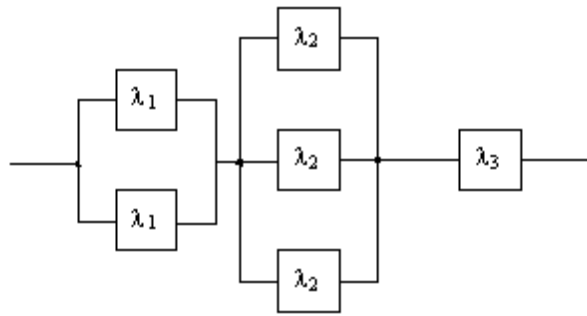


Рисунок 3.5

3.4.3. Приймально-передавальна станція має розподільне постійне дублювання. Інтенсивність відмов: передавача  $\lambda_1=8 \cdot 10^{-4}$  1/год, приймача  $\lambda_2=2 \cdot 10^{-4}$  1/год. визначити ймовірність безвідмовної роботи резервованої системи протягом 100 год. безперервної роботи і середнє напрацювання до відмови.

3.4.4. За умов завдання 3.4.3, але в разі загального постійного резервування, знайти характеристики надійності резервованої системи і порівняти аналіз результатів розрахунків для двох способів резервування.

3.4.5. У блоці живлення телеметричної системи застосовано не навантажене резервування з кратністю, що дорівнює одиниці. Інтенсивність відмов нерезервованої системи  $\lambda=15 \cdot 10^{-4}$  1/год. Резерв підімкнено з допомогою перемикача з інтенсивністю відмов  $\lambda_{\Pi}=10^{-3}$  1/год. Визначити характеристики надійності резервованого блока живлення за 100 год. безперервної роботи.

3.4.6. Блок живлення радіотехнічної системи складається з двох послідовно з'єднаних блоків: перетворювача електричного струму (з інтенсивністю відмов  $\lambda_1=12 \cdot 10^{-4}$  1/год. і стабілізатора  $\lambda_2=8 \cdot 10^{-4}$  1/год). Визначити середнє напрацювання до відмови нерезервованого блока живлення; середній час безвідмовної роботи в таких випадках: у разі загального постійного дублювання; розподіленого постійного дублювання; резервування заміщенням.

3.4.7. За умов завдання 3.4.6 визначити ймовірність відмови за період часу від  $t_1=100$  год. до  $t_2=150$  год. у разі його постійного загального дублювання.

3.4.8. Деталь радіотехнічного пристрою підлягає послідовній технологічній обробці на трьох типах технологічного обладнання: А, В, С. Після обробки на обладнанні А ймовірність одержання браку  $q_A=0,06$ , на обладнанні В маємо  $q_B=0,10$ , на обладнанні С маємо  $q_C=0,08$ . Знайти ймовірність одержання бракованої деталі за таких умов відсутності міжопераційного контролю; уведення в технологічний процес допоміжної операції відновлення бракованих деталей ( при цьому ймовірність відновлення  $P_{ВІДН}=0,3$ ).

3.4.9. Для підвищення надійності автоматизованої технологічної системи, що складається з п'яти типів технологічного обладнання з інтенсивностями відмов  $\lambda_1=3 \cdot 10^{-3}$  1/год;  $\lambda_2=8 \cdot 10^{-3}$  1/год;  $\lambda_3=0,2 \cdot 10^{-3}$  1/год;  $\lambda_4=0,7 \cdot 10^{-3}$  1/год;  $\lambda_5=6 \cdot 10^{-3}$  1/год, застосовано резервування заміщенням другого та п'ятого типів обладнання з кратністю, що дорівнює одиниці. Знайти ймовірність безвідмовної роботи технологічної системи протягом восьмигодинної робочої зміни.

3.4.10. У системі контролю якості продукції передбачено три послідовні контрольні операції. Ймовірність виявлення браку після першої операції  $P_1=0,7$ , після другої  $P_2=0,8$ , після третьої  $P_3=0,86$ , причому на кожен операцію контролю продукція направляється тільки тоді, коли на попередній операції браку не виявлено. Знайти ймовірність виявлення браку після другої та третьої контрольних операцій.

### 3.5 Контрольні питання

- 1 Які способи резервування ви знаєте?
- 2 Навести порівняльну характеристику постійного резервування та резервування заміщенням.



3 Середнє напрацювання радіотехнічної системи до відмови дорівнює  $T_0$ . Чому дорівнює середнє напрацювання до відмови цієї системи за умови її дублювання заміщенням у не навантаженому режимі?

4 Що називають кратністю резервування?

5 Навести приклад резервування з цілою і дробовою кратністю.

6 З яких міркувань складається логічна схема надійності радіоелектронних і технологічних систем?

7 У чому полягає принцип мажоритарного резервування систем?

8 Навести порівняльну характеристику навантаженого та не навантаженого резерву.

9 Навести приклад мішаного резервування.

10 Записати формулу експоненціального розподілу надійності. У чому полягає особливість її застосування?

## 4 ВИКОРИСТАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ЯКОСТІ АЗ ДЛЯ ЇХ ПОРІВНЯЛЬНОЇ ОЦІНКИ

### 4.1 Мета заняття

Поглибити знання і набути досвіду використання узагальнених математичних моделей якості АЗ для їх порівняльної оцінки.

### 4.2 Теоретичні відомості

Починати самостійну роботу над даною темою слід з вивчення теоретичного матеріалу, що міститься в конспекті лекцій і літературі [5, с.23-37].

Якість АЗ – це сукупність властивостей і характеристик, що надають виробу властивість задовольняти зумовлені або передбачені потреби. Показники якості можуть бути одиничними або комплексними. Як показники якості використовують, наприклад, коефіцієнт підсилення, потужність живлення, середнє напрацювання на відмову, масу, габаритні розміри, кількість субблоків, вартість виробництва тощо. Усі вони, як правило, характеризують тільки одну певну властивість АЗ. На відмову від них комплексний показник характеризує групу властивостей. Він може бути виражений через одиничні показники у вигляді множини:

$$K = \{K_i\}; i = \overline{1, n},$$

де  $K_i$  – одиничний  $i$ -й показник якості;

$n$  – кількість одиничних показників, що входять до комплексного показника.

Порівняльну характеристику АЗ найчастіше виконують за певною сукупністю одиничних або комплексних показників. Але доцільніше в цих випадках використовувати узагальнені показники. Найпоширенішими узагальненими є показники

$$K_0 = \sum_{i=1}^n C_i \cdot K_i; \quad (4.1)$$

$$K_0 = \prod_{i=1}^n C_i \cdot K_i, \quad (4.2)$$

де  $C_i$  – вагові коефіцієнти, які характеризують значущість одиничних показників  $K_i$ .

Одиничні показники якості  $K_{i\phi}$  для практичних розрахунків доцільно про нормувати. Нормувати можна за показниками або базового вибору  $K_{i\text{ баз}}$ , або ідеалізованого

$$K_i = \frac{K_{i\phi}}{K_{i\text{ баз}}}. \quad (4.3)$$

У загальному випадку показники якості  $K_i$  залежать від поточного часу. У цьому разі аналіз треба виконувати для певного моменту часу (однакового для всіх показників).

У процесі підготовки переконайтеся, що формули (4.1) та (4.2) можна ефективно використовувати лише тоді, коли всі показники якості) однаково впливають на узагальнений показник.

Якщо до складу узагальненого показника  $K_0$  входять показники з різним характером впливу (збільшення показників  $K_i$  зумовлює збільшення  $K_0$ , а збільшення  $K_j$  – зменшення  $K_0$ ), узагальнений показник якості доцільно зображувати у вигляді:

$$K_0 = \frac{\sum_{i=1}^n C_i \cdot K_i}{\sum_{j=1}^m C_j \cdot K_j}, \quad (4.4)$$

де  $n, m$  – кількість показників, які відповідно максимізують і мінімізують  $K_0$ .

Для практичного використання формули (4.4) найважче визначити вагові коефіцієнти  $C_i$  показників якості. Найчастіше користуються вартісним і експертним методами визначення  $C_i$ .

Згідно з вартісним методом:

$$C_i = \frac{S_i}{S_\Sigma}, \quad (4.5)$$

де  $S_i$  – витрати на забезпечення  $i$ -го показника якості;

$S_\Sigma$  - витрати на забезпечення всіх показників якості виробу.

Користуватися формулою (4.5) важко тому, що не завжди можна визначити окремі витрати  $S_i$ . Тоді можна користуватися експертним методом, який ґрунтується на узагальненості колективної думки про якість виробу, що аналізується. Щоб визначити  $C_i$  цим методом, призначають групу експертів з 5-10 осіб і опитують їх стосовно оцінки  $C_i$  за певною, наприклад 100-бальною шкалою, системою. результати опитування подають у вигляді таблиці 4.1.

Елементи  $B_{ji}$  у таблиці 4.1 – це кількість балів, які виставляє  $j$ -й експерт відносно  $i$ -го показника якості. Тоді згідно з (4.5) відносне значення  $C_{ji}$ , визначене  $j$ -м екпертом

$$C_{ji}^{(n)} = \frac{B_{ji}}{\sum_{i=1}^l B_{ji}}. \quad (4.6)$$

Таблиця 4.1

№ експерта	Оцінка в балах для відповідних $C_i$					
	$B(C_1)$	$B(C_2)$	...	$B(C_i)$	...	$B(C_l)$
1	$B_{11}$	$B_{12}$	...	$B_{1i}$	...	$B_{1l}$
2	$B_{21}$	$B_{22}$	...	$B_{2i}$	...	$B_{2l}$
...	...	...	...	...	...	...
n	$B_{n1}$	$B_{n2}$	...	$B_{ni}$	...	$B_{nl}$
...	...	...	...	...	...	...
N	$B_{N1}$	$B_{N2}$	...	$B_{Ni}$	...	$B_{Nl}$

Як остаточне значення  $C_i$  беруть середньоарифметичне значення, що дано всією групою експертів

$$C_i = \bar{C}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N C_{ji}. \quad (4.7)$$

Надійність одержаних оцінок  $C_i$  можна визначити розрахунком відповідних коефіцієнтів варіацій

$$v_i = \frac{\sigma_i}{C_i}, \quad (4.8)$$

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (C_{ji} - \bar{C}_i)^2}. \quad (4.9)$$

Звичайно результати вважають задовільними. якщо  $v_i \leq 0,3$ , і добрим, якщо  $v_i \leq 0,2$ . Якщо одержані результати виявилися незадовільними. треба або збільшити число експертів. або доручити експертизу іншій групі експертів.

### 4.3 Типові завдання та приклади їх розв'язання

*Завдання 1.* керуючись узагальненим показником якості, вибрати кращий варіант схемно-конструкторського розв'язку радіоприймача. Основні характеристики пропонованих варіантів наведені у таблиці 4.2.

Таблиця 4.2

Характеристика варіанта	Варіант			
	1	2	3	4
Чутливість, мкВ	50	70	100	110
Потужність живлення, Вт	10	15	8	7
Маса, кг	5	3	2,5	2

Техніко-економічний аналіз приймачів аналогічного призначення показав, що загальні витрати на забезпечення чутливості. потужності живлення

і маси дорівнюють 100 умовних одиниць, з яких витрати на забезпечення чутливості становлять 20 одиниць, на забезпечення потужності живлення – 35 одиниць, а на забезпечення маси приймача – 45 одиниць.

*Розв'язання.* Сформулюємо характеристики гіпотетичного приймача, який вважатимемо базовим: чутливість –  $50 \cdot 10^{-6}$  В; потужність живлення – 7 Вт; маса – 2 кг.

Позначимо характеристики приймача (чутливість  $K_{1\phi}$ ; потужність живлення  $K_{2\phi}$ ; масу  $K_{3\phi}$ ), знайдемо нормовані показники якості згідно з формулою (4.3). Результати розрахунків зведемо в таблицю 4.3.

Таблиця 4.3

п/п	$K_i$	Варіант				$C_i$
		1	2	3	4	
1	$K_1$	1,0	1,4	2	2,2	0,20
2	$K_2$	1,4	2,1	1,1	1,0	0,35
3	$K_3$	2,5	1,5	1,25	1,0	0,45

В останній главі таблиці 4.3 наведено результати розрахунків вагових коефіцієнтів  $C_i$  згідно з (4.5). Ураховуючи, що кращім буде приймач, в якого всі  $K_i$  будуть мінімально можливими, обчислюємо узагальнені показники якості згідно з (4.1) для порівняльних варіантів:

для першого  $K_0=0,2 \cdot 1,0+0,35 \cdot 1,4+0,45 \cdot 2,5=1,82$ ;

для другого  $K_0=0,2 \cdot 1,4+0,35 \cdot 2,1+0,45 \cdot 1,5=1,68$ ;

для третього  $K_0=0,2 \cdot 2,0+0,35 \cdot 1,1+0,45 \cdot 1,25=1,35$ ;

для четвертого  $K_0=0,2 \cdot 2,2+0,35 \cdot 1,0+0,45 \cdot 1,0=1,24$ ;

Ураховуючи, що в даному випадку маємо справу із задачею мінімізації  $K_0$ , найкращім згідно з узагальненим показником якості є четвертий варіант приймача, для якого  $K_0=1,24$ .

*Завдання 2.* У результаті попередньої конструкторської роботи було розроблено три варіанти компоувального розв'язку функціонального вузла (ФВ) з друкованою платою, які характеризуються показниками, наведеними в таблиці 4.4. Техніко-економічний аналіз варіантів компоування показав, що загальні витрати на забезпечення групи показників, що аналізуються, становлять 100 умовних одиниць, з яких на забезпечення першого показника припадає 30 одиниць, другого – 15, третього – 25, четвертого – 20, п'ятого – 10 одиниць. Керуючись узагальненим показником якості, виконати їхню порівняльну оцінку та вибрати кращий варіант компоування ФВ.

Таблиця 4.4

$K_i$	Показник	Варіант компоування		
		1	2	3
$K_1$	Об'єм ФВ, $\text{см}^3$	400	600	700
$K_2$	Кількість паяних з'єднань	820	540	680
$K_3$	Середня температура нагрітої зони ФВ, $^{\circ}\text{C}$	60	48	32
$K_4$	Середній час безвідмовної роботи, годин	3500	4200	4500
$K_5$	Власна частота механічного резонансу, Гц	600	500	400

*Розв'язання.* Аналізуючи задані одиничні показники якості, доходимо висновку, що перший, другий і третій показники треба мінімізувати, тоді як четвертий і п'ятий – максимізувати. Таким чином, для розрахунку узагальненого показника якості користуватимемося формулою (4.4). Сформулюємо характеристики гіпотетичного функціонального вузла, який вважатимемо базовим:  $K_1=400$ ;  $K_2=540$ ;  $K_3=32$ ;  $K_4=4500$ ;  $K_5=60$ .

Користуючись формулою (4.3), знаходимо нормовані показники якості. Результати розрахунків зводимо в таблицю 4.5.

Таблиця 4.5

$K_i$	Варіант компонування			$C_i$
	1	2	3	
$K_1$	1,0	1,5	1,75	0,3
$K_2$	1,5	1,0	1,25	0,15
$K_3$	1,87	1,5	1,0	0,25
$K_4$	0,77	0,93	1,0	0,2
$K_5$	1,0	0,83	0,66	0,1

В останній главі таблиці 4.5 наведено результати розрахунків вагових коефіцієнтів  $C_i$  згідно з (4.5).

Керуючись формулою (5.4), розраховуємо узагальнені показники якості для варіантів, що порівнюються



для першого:

$$K_0 = \frac{C_4 \cdot K_4 + C_5 \cdot K_5}{C_1 \cdot K_1 + C_2 \cdot K_2 + C_3 \cdot K_3} = \frac{0,2 \cdot 0,77 + 0,1 \cdot 1}{0,3 \cdot 1 + 0,15 \cdot 1,5 + 0,25 \cdot 1,87} = 0,256;$$

для другого:

$$K_0 = \frac{0,2 \cdot 0,93 + 0,1 \cdot 0,83}{0,3 \cdot 1,5 + 0,15 \cdot 1 + 0,25 \cdot 1,5} = 0,275;$$

для третього:

$$K_0 = \frac{0,2 \cdot 1 + 0,1 \cdot 0,66}{0,3 \cdot 1,75 + 0,15 \cdot 1,25 + 0,25 \cdot 1} = 0,276.$$

Ураховуючи, що в даному випадку маємо справу із задачею максимізації  $K_0$ , кращім згідно з узагальненим показником якості є третій варіант. До цього слід додати, що другий і третій варіанти майже рівнозначні, тому перевагу можна надати варіанту, в якого кращім є певний одиничний показник якості.

*Завдання 3.* Радіоелектронний засіб характеризується сукупністю одиничних показників якості  $K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6$ . Для оцінки вагових коефіцієнтів  $C_i$  узагальненого показника якості  $K_0$  було призначено групу експертів, які оцінювали  $C_i$  за 100-бальною системою. Результати оцінювання зведені в таблиці 4.6.

Таблиця 4.6.

№ варіанта	Оцінка в балах $C_i$					
	$B(C_1)$	$B(C_2)$	$B(C_3)$	$B(C_4)$	$B(C_5)$	$B(C_6)$
1	90	50	70	60	100	30
2	100	50	50	40	100	50
3	70	70	70	100	100	40
4	40	30	50	100	80	60
5	100	20	70	80	60	50

Знайти відповідні вагові коефіцієнти та оцінити їх надійність.

Розв'язання. Згідно з формулою (4.6) знаходимо відповідні відносні вагомні коефіцієнти  $C_i$ . Результати заносимо в таблицю 4.7. В останній графі таблиці 4.7 наведено середні значення вагових коефіцієнтів, обчисленні за (4.7).

Таблиця 4.7

№ експерта	Відносні оцінки $C_i$					
	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$
1	0,225	0,125	0,175	0,150	0,250	0,075
2	0,257	0,128	0,128	0,102	0,257	0,128
3	0,155	0,155	0,155	0,223	0,223	0,089
4	0,111	0,083	0,139	0,279	0,222	0,166
5	0,263	0,053	0,184	0,246	0,158	0,132
Середні значення	0,202	0,109	0,156	0,193	0,222	0,118

Потім обчислюємо відхилення кожного  $C_i$  від його середнього значення  $\Delta C_i = C_i - \bar{C}_i$ , середнє квадратичне відхилення  $\sigma_i$  за (4.9) та відповідні коефіцієнти варіацій  $v_i$  за (4.8). Результати розрахунків заносимо в таблицю 4.8.

Таблиця 4.8

№ експерта	$\Delta C_1$	$\Delta C_2$	$\Delta C_3$	$\Delta C_4$	$\Delta C_5$	$\Delta C_6$
1	0,023	0,016	0,019	-0,050	0,028	-0,043
2	0,055	0,019	-0,028	-0,098	0,035	0,01
3	-0,047	0,046	-0,001	0,023	0,001	-0,032
4	-0,091	-0,026	-0,017	0,079	0,000	0,048
5	0,061	-0,056	0,028	0,046	-0,064	0,014
$\sigma_i$	0,066	0,040	0,023	0,023	0,012	0,038
$\nu_i$	0,327	0,376	0,154	0,115	0,054	0,305

Таким чином, після розрахунків доходимо таких висновків:

1) ваговими коефіцієнтами, одержаними в результаті експертних оцінок,  $C_1=0,202$ ,  $C_2=0,109$ ,  $C_3=0,156$ ,  $C_4=0,193$ ,  $C_5=0,222$ ,  $C_6=0,118$ ;

2) аналізуючи останню графу таблиці 4.9, можна сказати, що надійність оцінок коефіцієнтів  $C_3, C_4, C_5$  добра, а надійність оцінок  $C_1, C_2, C_6$  тільки з деяким натягом можна вважати задовільною;

3) для надійнішою оцінки коефіцієнтів  $C_i$  бажано збільшити кількість експертів.

#### 4.4 Завдання на самостійну роботу

4.4.1. Для подальшого впровадження у виробництво пропонується чотири варіанти схемно-конструкторського розв'язку відеомагнітофона з параметрами, наведеними в таблиці 4.9.

Таблиця 4.9

Параметр	Варіант			
	1	2	3	4
Маса, кг	3,0	5,0	2,0	4,0
Потужність живлення, Вт	75	38	60	50
Смуга частот, МГц	5,0	5,2	5,5	4,1
Відношення сигнал/шум, дБ	43	46	44	40

Відомо, що витрати на забезпечення всіх чотирьох параметрів становлять 100 умовних одиниць, з яких на забезпечення першого параметра витрачається 30 одиниць, другого – 40, третього – 8, четвертого – 22 одиниці. Керуючись узагальненим показником, добрати кращий варіант схемно-конструкторського рішення.

4.4.2. За умов задачі 4.4.1 добрати кращий варіант з перших двох.

4.4.3. За умов задачі 4.4.1 добрати кращий варіант з другого та четвертого.

4.4.4. За умов задачі 4.4.1 добрати кращий варіант з першого та четвертого.

4.4.5. За умов задачі 4.4.1 добрати кращий варіант з другого, третього та четвертого

4.4.6. Підприємство має намір розробити відеомагнітофон із застосуванням однієї з чотирьох стандартних відеокасет, основні характеристики яких наведені в таблиці 4.10.

Таблиця 4.10

i	Характеристика	Варіант відеокасети			
		1	2	3	4
1	Максимальний розмір касети	221	145	130	967
2	Маса, г	436	343	349	210
3	Смуга частот відео каналу, МГц	3,8	2,7	4,0	3,0
4	Відношення сигнал/шум	48	40	45	40
5	Час запису, хв.	60	30	30	120

Для добору одного з чотирьох типів відеокасет було виконано експертну оцінку за п'ятьма характеристиками, наведеними в таблиці 4.10. Кожна з цих характеристик оцінювалася за 100-бальною системою. Результати експертної оцінки групою із семи експертів наведені в таблиці 4.11.

Таблиця 4.11

№ експерта	Оцінка в балах відповідно $K_i$				
	Б( $C_1$ )	Б( $C_2$ )	Б( $C_3$ )	Б( $C_4$ )	Б( $C_5$ )
1	80	50	60	40	70
2	70	60	30	100	50
3	40	50	90	100	80
4	90	40	100	60	90
5	100	30	50	40	70
6	40	20	70	80	60
7	70	70	70	100	100

Користуючись узагальненим показником якості та даними експертизи, добрати кращий варіант відеокасети.

4.4.7. Оцінити надійність визначення групою із семи експертів вагових коефіцієнтів  $C_i$ , якщо результати експертизи задані в таблиці 4.11.

4.4.8. За умов завдання 4.4.6 добрати кращий варіант відеокасети баз урахування останньої характеристики (час запису).

4.4.9. За умов завдання 4.4.6 добрати кращий варіант відеокасети баз урахування другої характеристики (маси).

4.4.10. За умов завдання 4.4.6 добрати кращий варіант відеокасети, якщо в експертизі брати участь тільки перші п'ять експертів.

#### 4.5 Контрольні питання

- 1 Які одиничні показники якості АЗ ви знаєте?
- 2 Як обчислити узагальнений показник якості?
- 3 Для чого нормують показники якості?
- 4 Коли для обчислення узагальненого показника якості треба користуватися формулою (4.4)?
- 5 Які методи визначення вагових коефіцієнтів  $C_i$  показників якості ви знаєте?
- 6 Послідовність визначення вагових коефіцієнтів експертним методом.
- 7 Чим керуються, добираючи групу експертів для визначення показників якості?
- 8 Як визначити надійність результатів роботи експертів?
- 9 Які математичні методи якості АЗ ви знаєте?
- 10 Чим зумовлюється добір тієї чи іншої моделі якості АЗ?

## 5 РОЗРАХУНОК ТЕПЛОВОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГЕРМЕТИЧНОГО БЛОКУ ПРИ ПРИРОДНІЙ КОНВЕКЦІЇ

### 5.1 Мета заняття

Поглибити знання та набути навиків розрахунку теплового режиму блоків АЗТМ

### 5.2 Теоретичні відомості

Природне повітряне охолодження АЗ - найпростіший спосіб відводу тепла в навколишнє середовище, який здійснюється за рахунок природної конвекції і випромінювання. Природне повітряне охолодження в герметичних блоках дозволяє відводити тепло при щільностях теплового потоку до  $0,05 \text{ Вт/см}^2$ , при цьому перегрів усередині блоку не перевищує  $30 \text{ }^\circ\text{C}$ . Такий перегрів припустимий для апаратури, яка працює в умовах, близьких до нормальних.

Розрахунок охолодження при природній конвекції зводиться до визначення теплової характеристики кожуха і нагрітої зони АЗ. Тепловою характеристикою зони (кожуха) називається функціональна залежність її перегріву від потужності тепловиділення. У більшості АЗ вихідна потужність складає незначну частину споживаної, тому можна вважати, що потужність теплових утрат дорівнює споживаної від мережі потужності. Зв'язок між потужністю  $P$ , спожитої виробом, і середнім перегрівом поверхні  $\Delta t$  виражається рівністю

$$P = \Delta t \sigma_k, \quad (5.1)$$

де  $\Delta t = t_k - t_c$ ,  $^\circ\text{C}$ ;  $t_k$  - температура кожуха,  $^\circ\text{C}$ ;  $t_c$  - температура навколишнього середовища,  $^\circ\text{C}$ ;  $\sigma_k$  - теплова провідність ділянки від кожуха в середовище,  $\text{Вт/К}$ .



З метою спрощення теплового розрахунку конструкція АЗ замінюється її фізичною моделлю, у якій шасі з розташованими на ньому конструктивними елементами замінюється областю, називаною нагрітою зоною. Тепловою характеристикою нагрітої зони називається залежність середньповерхнісної температури нагрітої зони  $t_3$  від потужності теплових втрат  $P$ , що розсіюється всіма елементами конструкції,  $t_3 - t_c = f(P)$ .

Перенос теплової енергії від нагрітої зони до кожуха відбувається конвекцією і випромінюванням. Інтенсивність теплообміну випромінюванням між деталями і кожухом залежить від площі і форми поверхонь, які беруть участь у теплообміні, від взаємного розташування елементів конструкції, ступеня чорноти поверхні шасі, кожуха та інших елементів.

Нагріту зону представляють у виді паралелепіпеда, побудованого на шасі. Визначальними розмірами нагрітої зони є вихідні розміри шасі  $l_1$  і  $l_2$  і висота зони  $h_3$  (рис. 5.1), яка визначається за формулою

$$h_3 = h_{31} + h_{32} + l_{ш} \quad (5.2)$$

де  $h_{31}$  - частина нагрітої зони, розташована над шасі;  $h_{32}$  - частина нагрітої зони, розташована під шасі;  $l_{ш}$  - товщина шасі.

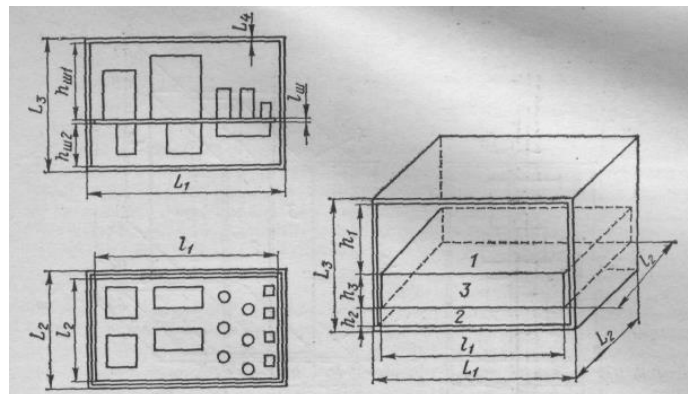


Рисунок 5.1 - Схема блоку з горизонтальним шасі і його нагріта зона

Блок з вертикальним шасі і його нагріта зона представлена на рисунку 5.2. Геометричні розміри  $h_{31}$  і  $h_{32}$  визначаються за формулою

$$h_{zi} = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} V_j}{l_1 l_2}, \quad i=1, 2. \quad (5.3)$$

де  $V_j$  - обсяг  $j$ -го елемента конструкції в  $i$ -ом відсіку блоку;  $n_i$  - число елементів в  $i$ -ом відсіку блоку.

Нагріта зона ділить об'єм фізичної моделі блоку на кілька частин. У кожній частині характер теплообміну різний у залежності від орієнтації поверхонь. Позначимо об'єм над нагрітою зоною цифрою 1 і всім параметрам, що характеризують цей об'єм, будемо привласнювати індекс 1. Об'єм під нагрітою зоною позначимо цифрою 2, 3-й областю назвемо об'єм нагрітої зони, а 4-й - об'єм між нагрітою зоною і бічними поверхнями кожуха.

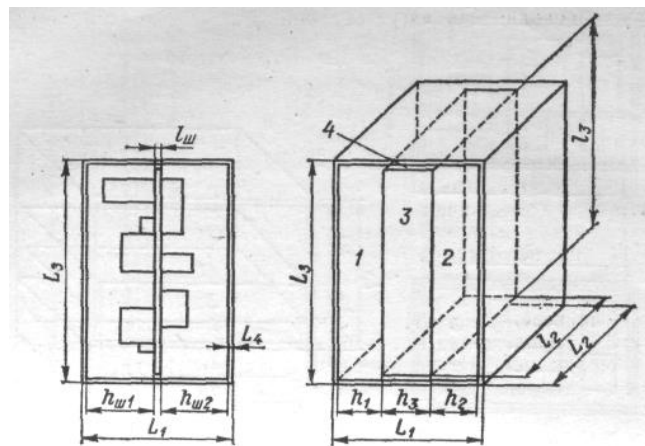


Рисунок 5.2 - Схема блоку з вертикальним шасі і його нагріта зона

Температуру нагрітої зони  $t_3$  визначають з виразу (5.4), а з виразу (5.5) - температуру кожуха  $t_k$ .

$$t_3 = t_c + P \left( \frac{1}{\sigma_3} + \frac{1}{\sigma_k} \right) \quad (5.4)$$

$$t_k = t_c + P \frac{1}{\sigma_k} \quad (5.5)$$

Теплову провідність нагрітої зони  $\sigma_3$  (див. рис. 5.1 і 5.2) можна визначити як

$$\sigma_3 = \sum_{i=1}^3 (k_i + \alpha_{li}) S_i \quad (5.6)$$

де  $k_i$  - коефіцієнт конвекції  $i$ -ої області;  $\alpha_{li}$  - коефіцієнт випромінювання між  $i$ -ої областю і кожухом;  $S_i$  - площа поверхні  $i$ -ої області.

Задача зводиться до перебування коефіцієнтів випромінювання і конвекції в замкнутому просторі. Коефіцієнт випромінювання  $\alpha_{li}$  між  $i$ -й частиною нагрітої зони і кожухом знаходиться по формулі

$$\alpha_{li} = \varepsilon_{\Pi i} f(t_3, t_k) \quad (5.7)$$

де  $\varepsilon_{\Pi i}$  - приведений ступінь чорноти  $i$ -й поверхні нагрітої зони і кожуха;

$f(t_3, t_k)$  - функція температури для одиночного блоку [у Вт/(м<sup>2</sup>·К)]

Приведений ступінь чорноти  $i$ -й поверхні нагрітої зони і кожуха визначається виразом

$$\varepsilon_{\Pi i} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_{zi}} + \left( \frac{1}{\varepsilon_{ki}} - 1 \right) \frac{S_{zi}}{S_{ki}}}, \quad i=1, 2 \quad (5.8)$$

тут  $S_{zi} = l_1 \cdot l_2$ ;

$$S_{ki} = 2 \cdot h_i \cdot (L_1 + L_2 - 4L_4) + (L_1 - 2L_4) \cdot (L_2 - 2L_4),$$

$\varepsilon_{zi}, \varepsilon_{ki}$  - ступінь чорноти реальної нагрітої зони і внутрішніх поверхонь кожуха в  $i$ -й області;  $S_{zi}$  и  $S_{ki}$  - площі поверхонь умовної нагрітої зони і внутрішньої частини кожуха в  $i$ -ої області.

Бічна поверхня умовної нагрітої зони може значно відрізнитися від реальної, тому приведену ступінь чорноти  $\varepsilon_{\Pi 4}$  визначають як

$$\varepsilon_{\Pi 4} = \varepsilon_{34} \varepsilon_{K4} \quad (5.9)$$

де  $\varepsilon_{34}$  - ступінь чорноти бічної поверхні реальної нагрітої зони;  $\varepsilon_{K4}$  - ступінь чорноти внутрішньої бічної поверхні кожуха в нагрітій зоні.

Функцію температури для одиночного блоку знаходимо з виразу

$$f(t_K, t_C) = 5,67 \frac{\left(\frac{t_K + 273}{100}\right)^4 - \left(\frac{t_C + 273}{100}\right)^4}{t_K - t_C} \quad (5.10)$$

де  $t_K$  - температура кожуха,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $t_C$  - температура навколишнього середовища,  $^{\circ}\text{C}$ .

Перейдемо до розрахунку конвективно - кондуктивного коефіцієнта. В області 2 у блоків з горизонтальним шасі (див. рис. 5.1) теплові шари повітря розташовуються вище холодних і конвекція відсутня. У цьому випадку коефіцієнт теплопередачі області  $k_2$  зв'язаний з теплопровідністю повітря  $\lambda_B$  залежністю

$$k_2 = \lambda_B / h_2 \quad (5.11)$$

Повітряний зазор між бічною поверхнею нагрітої зони і кожухом не зв'язаний з повітряним зазором між бічними поверхнями шасі і кожухом, тому коефіцієнт теплопередачі  $k_B$  через цю область визначається орієнтовно.

Коефіцієнт теплопередачі  $k_B$  прирівнюється до  $k_1$  для блоків з горизонтальним шасі чи береться рівним середньоарифметичному коефіцієнтів теплопередачі  $k_1$  і  $k_2$  для блоків з вертикальним шасі. Таким чином, повні коефіцієнти теплопередачі від поверхонь умовної нагрітої зони до кожуха визначаються формулами:

для блоків з горизонтальним шасі

$$K_1 = k_1 + \alpha_{n1}; K_2 = \frac{\lambda_{B2}}{h_2} + \alpha_{n2}; K_4 = k_1 + \alpha_{n3} \quad (5.12)$$

для блоків з вертикальним шасі

$$K_1 = k_1 + \alpha_{n1}; K_2 = k_2 + \alpha_{n2}; K_4 = \frac{k_1 + k_2}{2} + \alpha_{n3} \quad (5.13)$$

Обчислити коефіцієнти теплопередачі можна, використовуючи вираз

$$k_i = Nf \left( \frac{h_i}{l} \right) A_2^4 \sqrt{\frac{t_3 - t_K}{h_i}}, \quad i=1, 2 \quad (5.14)$$

де  $N=1,3$  і  $N=1$  для горизонтального і вертикального шасі відповідно;  
 $l = \sqrt{l_1 l_2}$  .

Розрахунок теплової характеристики блоку проводиться методом послідовного наближення. Виходячи з реальної конструкції розраховують умовну нагріту зону. Задаються температурою умовної нагрітої зони, знаходять перегрів нагрітої зони щодо навколишнього середовища  $\Delta t_3$  розраховують усі теплові провідності ділянок від зони до кожуха і від кожухів до середовища.

При розрахунку в першому наближенні використовується вираз для орієнтованого визначення теплової провідності ділянки від нагрітої зони до кожуха

$$\sigma_3 = 23 \cdot (L_1 - 2L_4) \cdot (L_2 - 2L_4) \quad (5.15)$$

По формулі  $P = \sigma(t_3 - t_K)$  знаходять потужність  $P_1$  . У координатах  $((t_3 - t_K); P)$  одержують одну точку, яка відповідає прийнятому перегріву  $\Delta t_{31}$  і знайденої потужності  $P_1$ . Далі задаються іншим значенням перегріву нагрітої зони  $\Delta t_{32}$  і визначають  $P_2$ . Одержують другу точку на тепловій характеристиці. Третьою точкою буде початок координат. По трьох точках будують теплову характеристику, і з її знаходять перегрів нагрітої зони при заданій потужності, яка розсіюється блоком.

Якщо в результаті розрахунку теплової характеристики отриманий перегрів нагрітої зони, який перевищує припустимий, то вирішують питання про зміну конструкції блоку (уведення перфорації, жалюзі) або системи охолодження (примусове перемішування повітря усередині блоку, примусове охолодження).

### 5.3 Типові завдання та приклади їх розв'язання

*Вихідні дані.* Блок виготовлений у формі прямокутного паралелепіпеда. Габарити блоку: довжина  $L_1=319$  мм, ширина  $L_2=258$  мм, висота  $L_3=194$  мм. Розміри шасі  $l_1$  і  $l_2$  дорівнюють внутрішнім розмірам кожуха блоку. Шасі

розташовано в блоці горизонтально. Відстань від верхньої стінки кожуха до нагрітої зони  $h_1 = 40$  мм, від нижньої стінки до шасі  $h_2 = 20$  мм. Висота нагрітої зони  $h_3 = 30$  мм, товщина стінок кожуха  $L_4 = 2$  мм. Усі внутрішні і зовнішні поверхні блоку пофарбовані чорною гліфталевою емаллю, ступінь чорноти якої  $\varepsilon = 0,92$ . Температура навколишнього середовища  $t_c = 20$  °С. Потужність, споживана блоком від мережі,  $P = 130$  Вт. Виконати розрахунок теплової характеристики блоку.

*Розв'язання.* Попередньо розрахуємо геометричні розміри блоку. Площа кришки (дна) кожуха блоку

$$S_B = S_H = L_1 L_2 = 0,319 \cdot 0,258 = 0,082 \text{ м}^2.$$

Площа бічної поверхні блоку

$$S_6 = 2L_3 \cdot (L_1 + L_2) = 0,194 \cdot 2 \cdot (0,319 + 0,258) = 0,339 \text{ м}^2.$$

Розміри шасі:

$$l_1 = L_1 - 2 \cdot L_4 = 0,319 - 2 \cdot 0,002 = 0,315 \text{ м};$$

$$l_2 = L_2 - 2 \cdot L_4 = 0,258 - 2 \cdot 0,002 = 0,254 \text{ м}.$$

Площа поверхні нагрітої зони в області 1 і 2 (верхня і нижня області на рис. 5.1)

$$S_{31} = S_{32} = l_1 l_2 = 0,315 \cdot 0,254 = 0,080 \text{ м}^2$$

Площа поверхні внутрішньої частини кожуха в області 1 і 2

$$S_{K1} = 2 \cdot h_1 \cdot (L_1 + L_2 - 4L_4) + (L_1 - 2L_4) \cdot (L_2 - 2L_4) =$$

$$= 2 \cdot 0,04 \cdot (0,319 + 0,258 - 4 \cdot 0,002) + (0,319 - 2 \cdot 0,002) \cdot (0,258 - 2 \cdot 0,002) = 0,126 \text{ м}^2;$$

$$S_{K2} = 2 \cdot 0,02 \cdot (0,319 + 0,258 - 4 \cdot 0,002) + (0,319 - 2 \cdot 0,002) \cdot (0,258 - 2 \cdot 0,002) = 0,103 \text{ м}^2.$$

Площа поверхні нагрітої зони в області 2

$$S_{32} = 2h_2(l_1 + l_2) = 0,13 \cdot 2 \cdot (0,315 + 0,254) = 0,148 \text{ м}^2.$$

Визначаємо по формулі приведеній ступінь чорноти нагрітої зони  $\varepsilon$  в областях 1 і 2:

$$\varepsilon_{\text{п}} = \frac{1}{\frac{1}{0,92} + \left( \frac{1}{0,92} - 1 \right) \cdot \frac{0,08}{0,126}} = 0,87$$

$$\varepsilon_{n2} = \frac{1}{\frac{1}{0,92} + \left(\frac{1}{0,92} - 1\right) \cdot \frac{0,08}{0,103}} = 0,865$$

Визначаємо ступінь чорноти нагрітої зони в області 2

$$\varepsilon_{n2} = \varepsilon_{n1} \cdot \varepsilon_{n2} = 0,87 \cdot 0,865 = 0,75.$$

2. Використовуючи формулу для орієнтованого визначення теплової провідності ділянки від нагрітої зони до кожуха, визначаємо  $\sigma_3^1$  в першому наближенні:

$$\sigma_3^1 = 23(L_1 - 2L_4)(L_2 - 2L_4) = 23 \cdot (0,319 - 2 \cdot 0,002) \cdot (0,258 - 2 \cdot 0,002) = 1,84 \text{ Вт/К}$$

3. Задаємося перегрівом кожуха  $\vartheta = 10^\circ\text{C}$ ; при цьому температура кожуха буде  $t_K = 30^\circ\text{C}$ . Визначальна температура  $t_m = (t_K + t_C) : 2 = 25^\circ\text{C}$ .

4. Знаходимо конвективні коефіцієнти тепловіддачі верхньої  $\alpha_{KB}$ , нижньої  $\alpha_{KH}$  і бічний  $\alpha_{KB}$  поверхні кожуха.

Розрахунок виконуємо по формулі

$$\alpha_{ki} = N \cdot A_l \sqrt[4]{\frac{t_K - t_C}{L}} \quad (5.16)$$

Визначальний розмір для верхньої і нижньої стінок кожуха  $L = 0,258$  м. Необхідне для обчислень значення  $A_l$  знаходимо з наступних даних для повітря:

$t_m, ^\circ\text{C}$	10	20	30	40	60	80	100	120	140	150
$A_l$	1,4	1,38	1,36	1,34	1,31	1,29	1,27	1,26	1,25	1,24

Для  $t_m = 25^\circ\text{C}$   $A_l = 1,37 \text{ Вт}/(\text{м}^{7/4} \cdot \text{К}^{5/4})$ ; при цьому

$$\alpha_{KB} = 1,3 \cdot 1,37 \sqrt[4]{\frac{30 - 20}{0,258}} = 4,4 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$$

$$\alpha_{KB} = 0,7 \cdot 1,37 \sqrt[4]{\frac{30 - 20}{0,258}} = 2,39 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$$

Визначальний розмір для бічних поверхонь  $L_3 = 0,194$  м; при цьому

$$\alpha_{KB} = 1,37 \sqrt[4]{\frac{30-20}{0,194}} = 3,7 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$$

5. Розрахуємо коефіцієнт випромінювання кожуха  $\alpha_L$ . Для цього по (5.10) знайдемо значення функції температури

$$f(t_K, t_C) = 5,67 \frac{\left(\frac{30+273}{100}\right)^4 - \left(\frac{20+273}{100}\right)^4}{30-20} = 6,05 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$$

Тоді по формулі (5.7) одержимо

$$\alpha_L = \varepsilon_L f(t_K, t_C) = 0,92 \cdot 6,05 = 5,57 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

6. Знайдемо повні коефіцієнти тепловіддачі з поверхонь кожуха:

$$\alpha_B = \alpha_{KB} + \alpha_L = 4,44 + 5,57 = 10,01 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К});$$

$$\alpha_H = \alpha_{KH} + \alpha_L = 2,39 + 5,57 = 7,96 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К});$$

$$\alpha_B = \alpha_{KB} + \alpha_L = 3,7 + 5,57 = 9,27 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К});$$

7. Знаходимо теплову провідність кожуха

$$\sigma_K = \alpha_B S_B + \alpha_H S_H + \alpha_B S_B \quad (5.17)$$

$$\sigma_K = 10,01 \cdot 0,082 + 7,96 \cdot 0,082 + 9,27 \cdot 0,339 = 4,61 \text{ Вт}/\text{К}.$$

8. Визначаємо температуру нагрітої зони з формули

$$t_3 - t_C = (t_K - t_C) \left( 1 + \frac{\sigma_K}{\sigma_3} \right) \quad (5.18)$$

Одержимо

$$t_3^1 = t_C + (t_K - t_C) \left( 1 + \frac{\sigma_K}{\sigma_3} \right) = 20 + (30 - 20) \left( 1 + \frac{4,61}{1,84} \right) = 55,2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

9. З рівняння (5.19) знаходимо потужність, яка розсіюється в блоці,

$$t_K = t_C + P \frac{1}{\sigma_K} \quad (5.19)$$

$$P = \sigma_K (t_K - t_C) = 4,61 (30 - 20) = 46 \text{ Вт}.$$

На цьому закінчується розрахунок у першому наближенні.

10. Визначимо більш точно величину  $\sigma_3$ .



Для цього знаходимо конвективну складову коефіцієнта теплопередачі у верхній області 1 по формулі(5.14). Для цього визначимо

$$l = \sqrt{l_1 l_2} = \sqrt{0,315 \cdot 0,254} = 0,282 \text{ м}; t_m = (55,2 + 30):2 = 42,5 \text{ }^\circ\text{C};$$

Значення  $A_2$  для повітря:

$t_m, \text{ }^\circ\text{C}$	0	50	100	200
$A_2$	0.63	0.58	0.56	0.44

За графіком (рисунок 5.3) знайдемо значення функції  $f(\delta/l)$  для  $h_l = 0,040$  м (у нашому випадку  $h_l = \delta$ ):  $h_l/l = 0,040/0,282 = 0,142$ ; цьому аргументу відповідає  $f_2 = 2,1$ ; при цьому

$$k_1 = 1,3 \cdot 2,1 \cdot 0,594 \sqrt{\frac{55,2 - 30}{0,040}} = 8,05 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$$

Внаслідок того що шасі розташовано горизонтально,

$$k_B = k_l = 8,05 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

У таблиці (додаток 6) знаходимо теплопровідність повітря і по формулі (5.11) визначаємо коефіцієнт теплопередачі в нижній області

$$k_2 = 2,76 \cdot 10^{-2} / 0,020 = 1,38 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

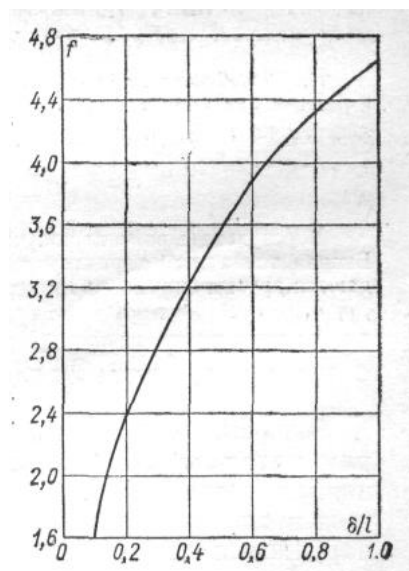


Рисунок 5.3 - Графік залежності  $f(\delta/l)$

11. Визначимо променисту складову коефіцієнта теплопередачі для областей 1, 2 і для повітряного зазору між бічною поверхнею нагрітої зони і кожухом. Згідно (5.10) знайдемо значення функції

$$f(t_3, t_K) = 5,67 \frac{\left(\frac{55,2 + 273}{100}\right)^4 - \left(\frac{30 + 273}{100}\right)^4}{55,2 - 30} = 7,12 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$$

Тоді по (5.7) маємо  $\alpha_{Л1} = 0,87 \cdot 7,12 = 6,19 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ;  $\alpha_{Л2} = 0,752 \cdot 7,12 = 5,34 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ;  $\alpha_{ЛВ} = 0,865 \cdot 7,12 = 6,12 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ .

Обчислимо по (5.12) повні коефіцієнти теплопередачі для кожної області:

$$K_1 = 8,05 + 6,19 = 14,24 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}); \quad K_2 = 8,05 + 5,34 = 13,4 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К});$$

$$K_4 = 1,38 + 6,12 = 7,5 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

По формулі (5.17) знаходимо більш точно величину теплової провідності від нагрітої зони до кожуха

$$\sigma_3 = K_1 S_{31} + K_2 S_{32} + K_4 S_{3B} = 14,24 \cdot 0,08 + 13,4 \cdot 0,148 + 8,05 \cdot 0,08 = 3,76 \text{ Вт}/\text{К}$$

Знаходимо температуру нагрітої зони в другому наближенні по формулі (5.4)

$$t_{3}^{11} = t_c + P \left( \frac{1}{\sigma_3} + \frac{1}{\sigma_k} \right) = 20 + 46 \left( \frac{1}{3,76} + \frac{1}{4,61} \right) = 42,2 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Отримана температура нагрітої зони помітно відрізняється від температури її, розрахованої в першому наближенні,  $t_3 = 55,2^\circ\text{C}$ ; тому для уточнення температури нагрітої зони необхідно знайти третє наближення.

Друга точка теплової характеристики розраховується таким же способом при іншій обраній температурі кожуха. З побудованого графіка знаходять температуру нагрітої зони при заданій потужності, яка розсіюється блоком (у нашому випадку 130 Вт).

На закінчення приведемо порядок розрахунку теплової характеристики нагрітої зони і кожуха герметичного блоку:

1. Зі складального креслення блоку визначають геометричні розміри нагрітої зони.

2. Використовуючи наближену залежність

$$\sigma_3 = 23(L_1 - 2L_4)(L_2 - 2L_4),$$

знаходять теплову провідність ділянки від зони до кожуха в першому наближенні.

3. Задаються перегрівом кожуха (у межах 5-10°C), знаходять  $\alpha_L$  і  $\alpha_K$  кожуха і по них визначають теплову провідність кожуха  $\sigma_K$ .

4. Використовуючи вираз  $t_3^1 = t_c + (t_K - t_c) \left( 1 + \frac{\sigma_K}{\sigma_3} \right)$ , знаходять температуру

нагрітої зони в першому наближенні ( $t_3^1$ ).

5. По цим даним знаходять потужність, що розсіюється в блоці, що викликає обраний перегрів,  $P^1 = \sigma_K(t_K - t_c)$ .

6. Розрахунок у другому наближенні проводять, приймаючи відомими температури  $t_K^1$  і  $t_3^1$ , використовуючи вирази для визначення конвективно-кондуктивного коефіцієнта ( $k_{i,}$ ) і коефіцієнта випромінювання ( $\alpha_{Li}$ ). В результаті знаходять  $\sigma_3^{11}$ .

7. Визначають температуру нагрітої зони в другому наближенні

$$t_3^{11} = t_c + P^1 \left( \frac{1}{\sigma_3^{11}} + \frac{1}{\sigma_K^1} \right)$$

Якщо значення температури  $t_3^1$  і  $t_3^{11}$  відрізняються друг від друга більш ніж на 10 %, то проводять розрахунок у третім наближенні; при цьому температура нагрітої зони  $t_3^{111} = 0,5(t_3^1 + t_3^{11})$

В результаті розрахунку одержимо одну точку теплової характеристики. Друга точка цієї характеристики знаходиться аналогічно, при цьому задаються іншим значенням температури кожуха.

## 5.4 Завдання на самостійну роботу

5.4.1 Блок має форму прямокутного паралелепіпеда (рисунок 5.1). Розміри на схемі блоку  $L_1=200$  мм,  $L_2=150$  мм,  $L_3=80$  мм,  $l_1=180$  мм,  $l_2=140$  мм,  $h_{ш1}=60$  мм,  $h_{ш2}=14$  мм,  $l_{ш}=2$ мм. Загальний обсяг елементів у верхньому відсіку блоку  $V_1=20$  см<sup>3</sup>, у верхньому –  $V_2=5$  см<sup>3</sup>. Визначити розміри нагрітої зони.

5.4.2 Розміри корпусу блоку  $L_1=200$  мм,  $L_2=250$  мм,  $L_3=180$  мм, ступінь чорноти поверхонь  $\epsilon=0,92$ . Температура корпусу  $t_K = 40$  °С, навколишнього середовища  $t_C = 20$  °С. Визначити теплову потужність, що розсіюється корпусом,  $P$  и теплову провідність  $\sigma_K$  від корпусу блоку в середовище.

5.4.3 Блок має форму прямокутного паралелепіпеда (рисунок 5.2). Розміри на схемі блоку  $L_1=l_1=100$  мм,  $L_2=l_2=250$  мм,  $L_3=200$  мм.  $h_1=30$  мм,  $h_2=20$  мм. Ступінь чорноти поверхонь  $\epsilon=0,92$ . Температура навколишнього середовища  $t_C = 20$  °С. Потужність, споживана блоком від мережі,  $P=80$  Вт. Виконати розрахунок теплової характеристики блоку.

## 4.5 Контрольні питання

1. Запишіть рівняння теплопровідності і крайові умови при стаціонарному тепловому режимі.
2. Охарактеризуйте основні поняття і вигляди переносу енергії.
3. Дайте стислу характеристику дослідження теплових процесів методом електротеплової аналогії.
4. Які основні допущення приймаються при електротеплової аналогії?
5. Які параметри в електричній і тепловій системах є аналогами?

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Яншин А.А. Теоретические основы конструирования, технологии и надежности ЭВА: Учеб. пособие для вузов. – М.: Радио и связь, 1983. – 312 с.
2. Вентцель Е.С. Исследование операций. – М.: Сов. радио, 1972. – 552 с.
3. Львович Я.Ю., Фролов В.Н. Теоретические основы конструирования, технологии и надежности РЭА: Учеб. пособие для вузов. – М.: Радио и связь, 1986. – 192 с.
4. Теория надежности радиоэлектронных систем в примерах и задачах: Учеб. пособие для вузов/ Под ред. Г.В. Дружинина. – М.: Радио и связь, 1976. – 448 с.
5. Фролов В.А. Анализ и оптимизация в прикладных задачах конструирования РЭС: Учеб. пособие для вузов. – К.: Выща шк., 1991. – 312 с.
6. Кофанов Ю.Н. Теоретические основы конструирования, технологии и надежности радиоэлектронных средств: Учебник для вузов. – М.: Радио и связь, 1991. – 360 с.
7. Коршунов Ю.М. Математические основы кибернетики: Учеб. пособие для вузов. – М.: Энергия, 1980. – 424 с.
8. Міняйло О.Д., Бабак Е.Н., Тимошенко В.І. Практичні заняття з теоретичних основ конструювання, технології та надійності радіоелектронних засобів: Навчальний посібник для ВНЗ.- Київ, 1994, 98с.

## ДОДАТКИ

## Додаток А

Таблиця розподілу  $P(\lambda)$ 

$\lambda$	$P(\lambda)$	$\lambda$	$P(\lambda)$	$\lambda$	$P(\lambda)$
0,1	1,000	0,7	0,711	1,4	0,040
0,1	1,000	0,8	0,544	1,5	0,022
0,2	1,000	0,9	0,393	1,6	0,012
0,3	1,000	1,0	0,270	1,7	0,006
0,4	0,997	1,1	0,178	1,8	0,003
0,5	0,964	1,2	0,112	1,9	0,002
0,6	0,864	1,3	0,068	2,0	0,001

## Додаток Б

Нормована функція Лапласа  $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz$

z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$
0,0	0,0000	1,4	0,4192	2,8	0,4974
0,1	0,0398	1,5	0,4332	2,9	0,4981
0,2	0,0793	1,6	0,4452	3,0	0,4986
0,3	0,1179	1,7	0,4554	3,1	0,4990
0,4	0,1554	1,8	0,4641	3,2	0,4993
0,5	0,1915	1,9	0,4713	3,3	0,4995
0,6	0,2257	2,0	0,4772	3,4	0,4996
0,7	0,2580	2,1	0,4821	3,5	0,4997
0,8	0,2881	2,2	0,4860	3,6	0,4998
0,9	0,3159	2,3	0,4892	3,7	0,4998
1,0	0,3413	2,4	0,4918	3,8	0,4998
1,1	0,3643	2,5	0,4937	3,9	0,4998
1,2	0,3849	2,6	0,4953	5,0	0,4999
1,3	0,4032	2,7	0,4965		

## Додаток В

Розподіл Стюдента. Значення  $t=t(P,k)$ 

k	P				
	0,90	0,95	0,98	0,99	0,999
4	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	2,015	2,571	3,365	4,032	6,859
6	1,943	2,447	3,143	3,707	5,99
7	1,895	2,365	2,998	3,499	5,40
8	1,86	2,306	2,896	3,355	5,041
9	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	1,796	2,201	2,718	3,106	4,487
12	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
18	1,734	2,103	2,552	2,878	3,922
20	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
25	1,708	2,060	2,485	2,878	3,725
30	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
35	1,689	2,030	2,437	2,724	3,591
40	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
45	1,679	2,014	2,412	2,689	3,522
50	1,676	2,008	2,403	2,677	3,497
60	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460



70	1,667	1,995	2,381	2,648	3,436
80	1,664	1,990	2,374	2,639	3,416
90	1,662	1,987	2,368	2,632	3,41
100	1,660	1,984	2,364	2,626	3,391
	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

## Додаток Г

Критичні значення  $\chi^2$  при надійності P та кількості ступенів вільності K

K	P							
	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99	0,995	0,998	0,999
4	5,99	7,78	9,49	11,67	13,28	14,9	16,9	18,5
5	7,29	9,24	11,07	13,39	15,09	16,3	18,9	20,5
6	8,56	10,64	12,59	15,03	16,8	18,6	20,7	22,5
7	9,80	12,02	14,02	16,6	18,5	20,3	22,6	24,3
8	11,03	13,36	15,51	18,2	20,1	21,9	24,3	26,1
9	12,24	14,58	16,9	19,7	21,7	23,6	26,1	27,9
10	13,44	15,99	18,3	21,2	23,2	25,2	27,7	29,6
11	14,63	17,3	19,7	22,6	24,7	26,8	29,4	31,3
12	15,8	18,5	21,0	24,1	26,2	28,3	31,0	32,9
13	17,0	19,8	22,4	25,5	27,7	29,8	32,5	34,5
14	18,2	21,1	23,7	26,9	29,1	31,3	34,0	36,1
15	19,3	22,3	25,0	28,3	30,6	32,7	35,6	37,7
16	20,5	23,5	26,3	29,6	32,0	34,2	37,1	39,3
17	21,6	24,8	27,6	31,0	33,4	35,7	38,6	40,8
18	22,8	26,0	28,9	28,9	34,8	37,2	40,1	42,3
19	23,9	27,2	30,1	30,1	36,2	38,6	41,6	43,8
20	25,0	24,8	32,4	32,4	37,6	40,0	43,1	45,3
22	27,3	30,8	30,8	33,9	40,3	42,7	45,9	48,3
24	29,6	33,2	36,4	36,4	43,0	45,5	48,7	51,2
26	31,8	35,6	38,9	38,9	45,6	48,2	51,5	54,1
28	34,0	37,9	41,3	41,3	48,3	51,0	54,3	56,9
30	36,3	40,3	43,8	43,8	50,9	53,7	57,1	59,7

Примітка. При  $K > 30$  критичне значення  $\chi^2$  можна обчислити приблизно за формулою

$$\chi^2 = k \cdot \left( 1 - \frac{2}{9 \cdot k} + t(P) \sqrt{\frac{2}{9 \cdot k}} \right)^3,$$

де  $t(P)$  – аргумент функції Лапласа для заданого  $P$

Навчальне видання

## МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних занять з дисципліни

«Апаратні засоби телекомунікаційних мереж»

(для здобувачів вищої освіти спеціальностей: 171 «Електроніка»;

172 «Телекомунікації та радіотехніка».)

(Електронне видання)

Укладач: І.С. Тюндер

Упорядник:

Ірина Сергіївна Тюндер

Підписано до друку \_\_\_\_\_

Формат 60x84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Папір типограф. Гарнітура Times.

Друк офсетний. Умов. друк. арк. \_\_\_\_ . Облік видавн. арк. \_\_\_\_ .

Тираж \_\_\_\_ екз. Вид. № \_\_\_\_ . Замов. № \_\_\_\_ . Ціна договірна.

Видавництво Східноукраїнського національного університету  
імені Володимира Даля

Адреса видавництва:

м. Київ, вул.Іоанна Павла II.17

Телефон: +38 (050) 218 04 78, факс (06452) 4 03 42

e-mail: [vidavnictvosnu.ua@gmail.com](mailto:vidavnictvosnu.ua@gmail.com).