## ОБМІН ПРАКТИЧНИМ ДОСВІДОМ ТА ТЕХНОЛОГІЯМИ

УДК 681.5.015

М.В. АНАНЬЄВ, О.Б. ЦЕЛІЩЕВ, М.Г. ЛОРІЯ, П.Й. ЄЛІСЄЄВ, О.В. ЄРОХІНА
Технологічний інститут Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля, м. Сєвєродонецьк

# ІДЕНТИФІКАЦІЯ ОБ'ЄКТІВ КЕРУВАННЯ

В статті висвітлюється алгоритм ідентифікації об'єкта керування з часом запізнення ланкою другого порядку з часом запізнення. Для цього використовується крива розгону об'єкту керування. Алгоритм базується на методі найменших квадратів.

The algorithm of control object with the delay time to be identified by the second order part with delay time is considered in this article. The curve of acceleration of control object is used for this purpose. An algorithm is based on a least-squares method.

Ключові слова: ідентифікація, метод найменших квадратів, еквівалентний об'єкт, крива розгону, диференційне рівняння, перехідний процес, зворотній зв'язок, похибка.

## Вступ

Сучасні технологічні процеси є складними об'єктами керування (ОК), що характеризуються багатотоннажністю, високими швидкостями протікання процесів, вибухо- та пожежонебезпечністю, можливістю викиду шкідливих і отруйних речовин у навколишнє середовище тощо. Однією з найважливіших задач при проектуванні систем автоматизації є розробка математичної моделі ОК – це дуже важка і трудомістка робота, яка включає такі етапи:

1. Визначення параметрів процесу, які впливають на ОК;
2. Визначення зв'язків між параметрами;
3. Складання матеріальних та енергетичних балансів ОК;
4. Лінеаризація цих балансів;
5. Одержання диференціального рівняння.

В результаті отримуємо складне диференціальне рівняння великого порядку, яке надалі використовується для розрахунку автоматичної системи регулювання (АСР).

Ця задача значно спрощується якщо розробник має криву розгону еквівалентного ОК [1-4]. Перехідні процеси об'єктів керування можуть мати аперіодичний або коливальний характер. Відомо, що обидва процеси з достатньою степеню точності можна описати диференційним рівнянням другого порядку [5].

Мета роботи – розробка алгоритму, що дозволить за кривою розгону ОК визначити коефіцієнт передачі та постійні часу ланки другого порядку, при яких похибка апроксимації кривої розгону перехідним процесом ланки другого порядку буде мінімальною.

## Основна частина

Розглянемо структурну схему одноконтурної АСР, що наведено на рис. 1.

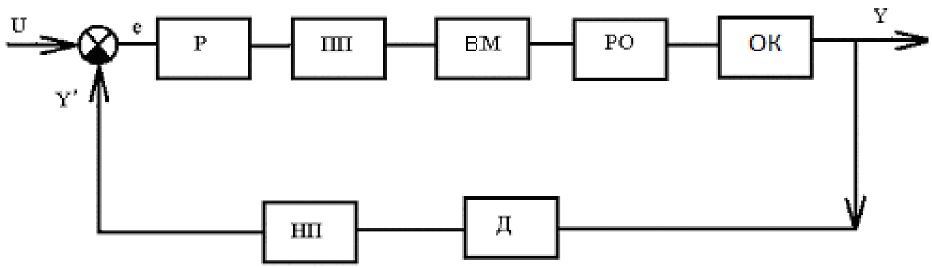


**Рис. 1. Структурна схема одноконтурної АСР:**
**Р- регулятор; ПП – проміжний перетворювач; ВМ – виконавчий механізм; РО – регулюючий орган; ОК – об'єкт керування; Д – датчик; НП – нормуючий перетворювач.**

При знятті на реальному ОК кривої розгону, фактично отримуємо перехідний процес еквівалентного ОК (розімкненої системи від ПП – проміжного перетворювача до НП – нормуючого перетворювача при умові, що передавальна функція вторинного приладу дорівнює 1). Тобто, якщо за кривою розгону ідентифікувати еквівалентний ОК ланкою другого порядку, то функціональну схему одноконтурної АСР можна навести таким чином рис. 2.

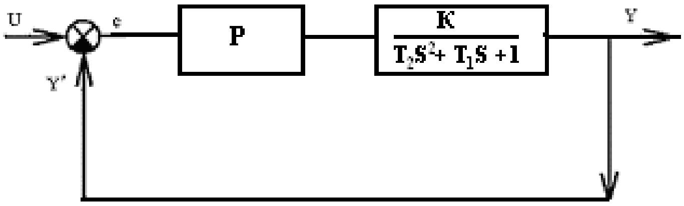


**Рис. 2. Перетворена структурна схема одноконтурної АСР**

Диференціальне рівняння ланки другого порядку керування має вигляд: [5]

$$(T'')^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T' \frac{dy}{dt} + y = K_p u_0 , \tag{1}$$

де $T''$, $T'$ – сталі часу;

$K_p$ – коефіцієнт передачі;

$u_0$ – вхідний сигнал (наприклад ступінчасте збурення);

$y$ – вихідний сигнал.

Характер перехідного процесу цієї ланки залежатиме від величини відношення $\frac{T'}{T''}$. Якщо $\frac{T'}{T''} \geq 2$, то перехідний процес матиме аперіодичний характер, а при $\frac{T'}{T''} < 2$ – коливальний.

Знайдемо корені диференційного рівняння (1):

$$P_{1,2} = -\frac{T'}{2(T'')^2} \pm \sqrt{\left[\frac{T'}{2(T'')^2}\right]^2 - \frac{1}{(T'')^2}} . \tag{2}$$

Якщо $\frac{T'}{T''} > 2$, то корені диференційного рівняння $P_1$ і $P_2$ завжди будуть дійсними і від'ємними. Тоді рівняння перехідної функції для системи без часу запізнення матиме вигляд:

$$y(t) = K_P \cdot u_0 \cdot \left[1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1} \cdot exp(-\alpha_1 \cdot t) + \frac{\alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1} \cdot exp(-\alpha_2 \cdot t)\right], \tag{3}$$

а для системи з часом запізнення, за теоремою запізнення, рівняння перехідної функції матиме вигляд: [6]

$$y(t) = \eta(t-\tau) \cdot K_P \cdot u_0 \cdot \left[1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1} \cdot exp(-\alpha_1 \cdot (t-\tau)) + \frac{\alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1} \cdot exp(-\alpha_2 \cdot (t-\tau))\right], \tag{4}$$

де $\alpha_1 = -P_1$, $\alpha_2 = -P_2$;

$\tau$ – час запізнення;

$\eta(t-\tau)$ – функція Хевісайда.

При $\frac{T'}{T''} < 2$ корені будуть комплексними:

$$P_{1,2} = \alpha_0 \pm j\omega_0 , \tag{5}$$

де $\alpha_0 = \frac{T'}{2(T'')^2}$ – ступінь загасання перехідного процесу;

$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{(T'')^2} - \left[\frac{T'}{2(T'')^2}\right]^2}$ – власна частота коливань системи.

У цьому разі перехідна функція системи без часу запізнення описується рівнянням:

$$y(t) = K_P \cdot u_0 \cdot \left[1 - exp(-\alpha_0 t) \cdot (cos(\omega_0 \cdot t) + \frac{\alpha_0}{\omega_0} sin(\omega_0 \cdot t))\right], \tag{6}$$

а для системи з часом запізнення, за теоремою запізнення, рівняння перехідної функції матиме вигляд:

$$y(t) = \eta(t-\tau) \cdot K_P \cdot u_0 \cdot \left[1 - exp(-\alpha_0 \cdot (t-\tau)) \cdot (cos(\omega_0 \cdot (t-\tau)) + \frac{\alpha_0}{\omega_0} sin(\omega_0 \cdot (t-\tau)))\right]. \tag{7}$$

**Ідентифікація аперіодичного ОК аперіодичною ланкою другого порядку з часом запізнення**

Розглянемо ідентифікацію ОК на прикладі математичної моделі газового реактора. Ця модель отримана на підставі матеріальних та теплових балансів технологічного процесу окиснення аміаку у виробництві азотної кислоти. Передавальна функція має вигляд:

$$W = \frac{e^{-2\cdot s}}{1.5\cdot s^5 + 4\cdot s^4 + 10\cdot s^3 + 10\cdot s^2 + 5\cdot s + 1}. \qquad (8)$$

Побудуємо криву розгону газового реактора (рис. 3).

З рис. 3 видно, що крива розгону має аперіодичний характер. Для її апроксимації перехідним процесом ланки другого порядку скористуємося рівнянням (4).

Коефіцієнт $K_P$ знайдемо за кривою розгону ($K_P = 1$). В цьому рівнянні є ще три невідомих параметра: $\alpha_1$, $\alpha_2$ і $\tau$. Для того щоб їх знайти, скористаємося методом найменших квадратів [6].

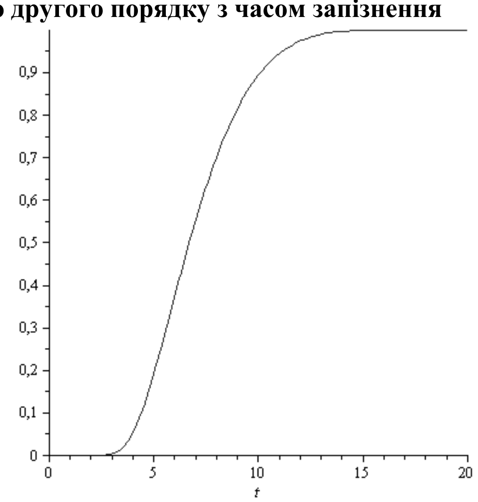


**Рис. 3. Крива розгону газового реактора**

Для розрахунків застосуємо математичний пакет «MathCAD».

Знаходимо змінні $\alpha_1$, $\alpha_2$ і $\tau$. Підставимо ці значення в рівняння (4), щоб знайти рівняння перехідної функції. Після підстановки отримуємо рівняння:

$$y(t) = \eta(t-3{,}5)\cdot(1 - 1.84642\cdot 10^4\cdot e^{-0.553896\cdot(t-3.5)} + 1.84632\cdot 10^4\cdot e^{-0.553926\cdot(t-3.5)}). \qquad (9)$$

Побудуємо на одному графіку криву розгону газового реактора та криву, що відповідає отриманому рівнянню (9).

Аналізуючи рис. 4, можна зробити висновок, що відхилення між перехідним процесом аперіодичної ланки другого порядку з часом запізнення та аперіодичною кривою розгону газового реактора не перебільшує 3 %. Це є цілком припустимо для розрахунків АСР. Тому в подальших розрахунках при синтезі АСР можна використовувати замість еквівалентного ОК ланку другого порядку з часом запізнення. Зробимо пряме перетворення за Лапласом рівняння (9), щоб отримати її передаточну функцію [7]:

$$W = \frac{1}{3.259\cdot s^2 + 3.611\cdot s + 1}\cdot e^{-3.5\cdot s}. \qquad (10)$$

Таким чином за точками кривої розгону аперіодичного ОК з часом запізнення за допомогою метода найменших квадратів достатньо точно можна ідентифікувати його аперіодичною ланкою другого порядку з часом запізнення.

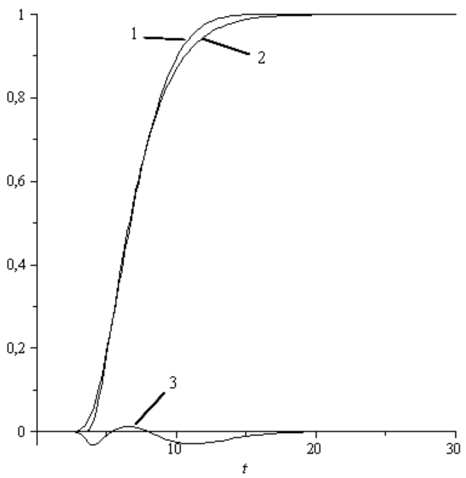


**Рис. 4. Криві розгону: 1 – газового реактора; 2 – ланки другого порядку з часом запізнення; 3 – похибка ідентифікації.**

**Ідентифікація коливального ОК коливальною ланкою другого порядку з часом запізнення**

Розглянемо ідентифікацію коливального ОК на прикладі математичної моделі парової турбіни. Ця модель отримана на підставі матеріальних та теплових балансів технологічного процесу компримування азотно – водневої суміші у виробництві азотної кислоти. Передаточна функція має вигляд:

$$W = \frac{e^{-2\cdot s}}{1.5\cdot s^5 + 4\cdot s^4 + 10\cdot s^3 + 10\cdot s^2 + 5\cdot s + 1}. \qquad (11)$$

Побудуємо криву розгону парової турбіни (рис. 5).

З рис. 5 випливає, що крива розгону має коливальний характер. Для її апроксимації перехідним процесом ланки другого порядку скористуємося рівнянням (7).

Коефіцієнт $K_P$ знайдемо за кривою розгону ($K_P = 1$). В цьому рівнянні є ще три невідомих параметра: $\alpha_0$, $\omega_0$ і $\tau$. Для того щоб їх знайти, скористаємося методом найменших квадратів [6].

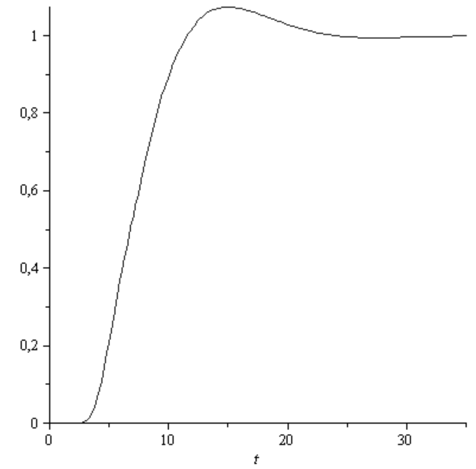


**Рис. 5. Крива розгону парової турбіни**

Для розрахунків застосуємо математичний пакет «MathCAD».

Знаходимо змінні $\alpha_0$, $\omega_0$ і $\tau$. Після підстановки їх у рівняння (7), отримуємо рівняння перехідної функції:

$$y(t)=\eta(t-2.7)\cdot\left[1-e^{-0.2139(t-2.7)}\cdot\left(cos(0.257\cdot(t-2.7))+0.833\cdot sin(0.257\cdot(t-2.7))\right)\right]. \qquad (12)$$

Побудуємо на одному графіку криву розгону парової турбіни та криву, що відповідає отриманому рівнянню (12).

Аналізуючи рис. 6, можна зробити висновок, що відхилення між перехідним процесом коливальної ланки другого порядку з часом запізнення та кривою розгону парової турбіни не перебільшує 3 %. Це є цілком припустимо для розрахунків АСР. Тому в подальших розрахунках можна використовувати замість передаточної функції коливального еквівалентного ОК передаточну функцію коливальної ланки другого порядку з часом запізнення. Зробимо пряме перетворення за Лапласом рівняння (12), щоб отримати її передаточну функцію [7]:

$$W=\frac{1}{8{,}94\cdot s^2+3{,}8282\cdot s+1}\cdot e^{-2{,}7\cdot s}. \qquad (13)$$

Таким чином за точками на кривій розгону коливального ОК за допомогою метода найменших квадратів достатньо точно можна ідентифікувати його коливальною ланкою другого порядку з часом запізнення.

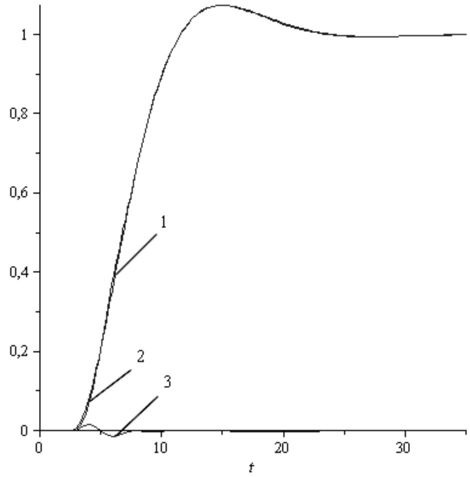


**Рис. 6. Криві розгону: 1 – парової турбіни; 2 – ланки другого порядку з часом запізнення; 3 – похибка ідентифікації**

**Висновок**

З наведених результатів можна зробити висновок, що при дослідженні АСР, ОК в яких є складні технологічні процеси, еквівалентна передаточна функція може бути наведена у випадку аперіодичної кривої розгону аперіодичною ланкою другого порядку з часом запізнення, а у випадку коливальної кривої розгону – коливальною ланкою другого порядку з часом запізнення. Це дозволить суттєво полегшити процес аналізу та оптимізації динамічних характеристик АСР.

В даній роботі запропоновано і досліджено алгоритм ідентифікації ОК з різним характером перехідних процесів ланками другого порядку з часом запізнювання за допомогою метода найменших квадратів. При цьому похибка ідентифікації не перевищує 3 %, що є цілком припустимо для розрахунків АСР.

Задачею подальших досліджень є визначення залежності похибки ідентифікації від кількості точок на кривій розгону ОК.

## Література

1. Основы теории автоматического регулирования: Учебник для машиностроительных специальностей вузов / В.И. Крутов, Ф.М. Данилов, П.К. Кузьмик и др.; под ред. В.И. Крутова. – М.: Машиностроение, 1984. – 368 с.

2. Иващенко Н.Н. Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем / Н.Н. Иващенко – М.: Машиностроение, 1978. – 736 с.

3. Сю Д. Современна теория автоматического управления и ее применение. Перевод с английского / Д. Сю, А. Мейер; под ред. Ю.И. Топчеева. – М.: Машиностроение, 1972. – 544 с.

4. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Линейные системы: Учебное пособие / И.В. Мирошник. – СПб.: Питер, 2005. – 336 с.

5. Стенцель Й.І. Автоматизація технологічних процесів хімічних виробництв: Навч. посібник / Й.І. Стенцель. – К.: ІСДО, 1995. – 360 с.

6. Волков Е.А. Численные методы: Учеб. для вузов / Е.А. Волков. – М.: Наука, 1987. – 248с.

7. Бабаков Н.А. Теория автоматического управления: Учеб. для вузов по спец. «Автоматика и телемеханика». В 2-х ч. Ч.1. Теория линейных систем автоматического управления / Н.А. Бабаков, А.А. Воронов, А.А. Воронова и др.; под ред. А.А. Воронова. – М.: Высш. шк., 1986. – 367с.

Надійшла до редакції
26.10.2010 р.